

# 高通量傅里叶变换成像光谱仪调制度分析

陶然<sup>1,2</sup> 相里斌<sup>1</sup> 杜述松<sup>1,2</sup> 张文喜<sup>1,2</sup> 苏丽娟<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘要** 介绍了高通量傅里叶变换成像光谱仪的概念, 分析了其中使用的改进型 Mach-Zehnder 干涉仪的原理, 计算出其光程差以及调制度. 可以看出: 要得到较好的调制图形, 必须满足两像面夹角和像方孔径角都是小角的条件, 且两个像点之间的横向距离和纵向距离越小越好. 讨论了像面与探测器平面之间的横向和纵向偏差及 CCD 单元尺寸等因素对光谱仪调制度的影响. 通过调节各参量, 三种调制度都可以达到 90% 以上, 能够满足光谱仪应用需求.

**关键词** 光谱成像; Mach-Zehnder 干涉仪; 调制度

**中图分类号** O433 **文献标识码** A

## 0 引言

传统的傅里叶变换成像光谱仪采用迈克尔逊干涉仪或其它类似的干涉仪作为分光器件, 光的干涉通过动镜的扫描来实现. 但由于采用动镜扫描带来的难以克服的加工困难和稳定性差等缺点, 80 年代后期以来又发展了以静态迈克尔逊干涉仪为代表的无动镜干涉成像光谱技术<sup>[1]</sup>. 90 年代后期在此基础上又提出了大孔径静态干涉成像光谱仪 (LASIS) 的概念<sup>[2,3]</sup>.

本文基于文献[4]高通量傅里叶变换成像光谱仪 (HEIFTS), 分析了干涉系统的光学原理, 提出了改进型 Mach-Zehnder 像面干涉仪的设计方案, 定量分析了像面与探测器平面之间的横向和纵向偏差及 CCD 单元尺寸等因素对光谱仪调制度的影响. 进而论证了该光谱仪用于航天领域的可行性.

## 1 HEIFTS 干涉系统原理

图 1 为 HEIFTS 的结构原理图<sup>[5]</sup>, HEIFTS 其实就是在普通的光学成像系统中间加上一个像面干涉仪, 从而使得原来成像于一点的光线分束, 进而分

别成像于两点. 通过两个像点之间的干涉, 得到目标物体的干涉图, 从而获得光谱.

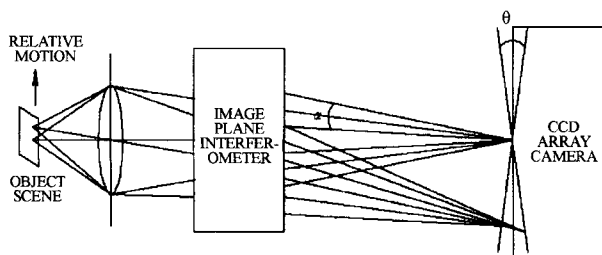


图 1 HEIFTS 结构原理

Fig. 1 Schematic diagram of the HEIFTS

## 2 Mach-Zehnder 干涉仪原理及光程差分析

### 2.1 Mach-Zehnder 干涉仪原理

干涉光谱成像仪要进行成像, 就必须有一个像面干涉仪. HEIFTS 系统中使用的像面干涉仪是改进型 Mach-Zehnder 干涉仪, 其原理见图 2<sup>[6]</sup>. Mach-Zehnder 干涉仪是由两块分光镜和两块反射镜所构成, 如图 2(a) 和 2(b). 当入射光不是单频, 而是一定频段光时, 为了避免色散对结果带来的影响, 必须保证两束光通过两块分光镜时的入射角相等, 同时要

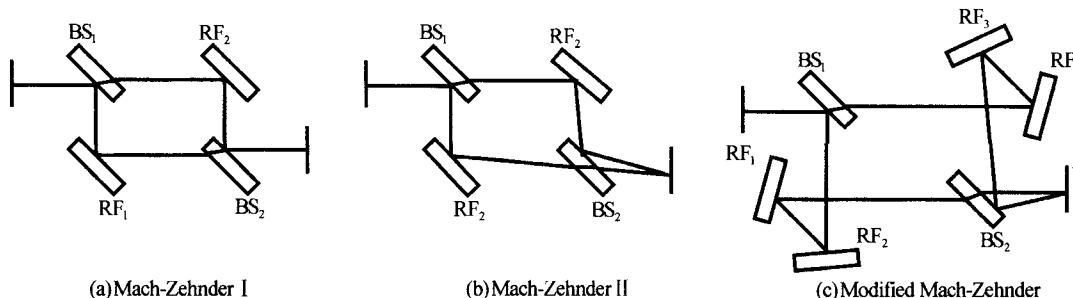


图 2 Mach-Zehnder 干涉仪和改进型 Mach-Zehnder 干涉仪

Fig. 2 Mach-Zehnder and modified Mach-Zehnder

保证两束光之间有一定夹角, 从而使得两束光的光程差不恒为零, 故采用对 Mach-Zehnder 干涉仪加

上两块反光镜以改进,如图 2(c). 图中,BS 表示分光镜(Beamsplitter),RF 表示反射镜(Reflector).

由于改进型 Mach-Zehnder 干涉仪的两分束光要分别通过一个分光镜,所以它不会如 Sagnac 横向剪切干涉仪那样产生附加的光程差.

## 2.2 改进型 Mach-Zehnder 干涉仪光程差计算

如图 3,分光后经过主光轴的两束光线聚焦在 CCD 面阵的同一点上,夹角为  $\theta$ ,在此点上两束光的光程差为零. 但轴外光线不会聚焦在 CCD 面阵平面上,而是分别聚焦在与 CCD 平面成  $\pm\theta/2$  的两个像平面上. 此时,当两束光分别到达其像平面时的光程是相等的,但它们相聚于 CCD 平面时的光程是不相等的,就会产生光程差. 其光程差应为 CCD 平面与两个像平面之间的两段光程  $\Delta l_1$  和  $\Delta l_2$  之和.

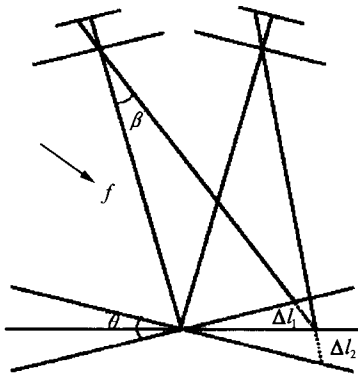


图 3 改进型 Mach-Zehnder 干涉仪的等效光路

Fig. 3 Virtual source diagram of the modified Mach-Zehnder interferometer

当光线与主光轴成  $\beta$  角时,经过透镜中心的两条光线到达 CCD 平面处与零光程差点的位置分别为  $x_1$  和  $x_2$ . 则

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{\sin \beta} &= \frac{f}{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta - \frac{\theta}{2})}, \\ \frac{x_2}{\sin \beta} &= \frac{f}{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\theta}{2})} \end{aligned} \quad (1)$$

即

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{f \sin \beta}{\cos \beta \cos \frac{\theta}{2} - \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}}, \\ x_2 &= \frac{f \sin \beta}{\cos \beta \cos \frac{\theta}{2} + \sin \beta \sin \frac{\theta}{2}} \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $l$  为透镜到像平面的距离,也即像距. 当  $\theta < 10^\circ$ , 即  $\theta/2 < 5^\circ$  时,  $\sin(\theta/2)$  和  $\sin \beta \sin(\theta/2)$  都是小量,则有  $x_1 \approx x_2$ . 所以可以认为两条光线在 CCD 平面上相交于一点,此点到零光程差点处的距离为  $x$ , 且  $x = \frac{f \sin \beta}{\cos \beta \cos \frac{\theta}{2}}$ .

因此

$$\frac{\Delta l_1}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{x}{\sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}, \quad \frac{\Delta l_2}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{x}{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)} \quad (3)$$

则

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{x \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \beta} \quad (4)$$

如果成像透镜前装有  $p$  个齐明镜<sup>[5]</sup>, 则  $\sin(2\beta) = \sin U_{1+p} = \sin U_1/n^p$  ( $U_1$  为物方孔径角). 当  $n^p$  足够大时,  $\beta$  角可以足够小. 当  $\beta < 5^\circ$  时, 可以认为  $\cos \beta = 1$ . 故

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = x \sin \frac{\theta}{2} \quad (5)$$

故两束光的光程差为

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 2x \sin \frac{\theta}{2} \approx x\theta \quad (6)$$

由此可得到干涉图的光强分布为

$$I(x) = I_0 + I_0 \cdot \cos(k \cdot \Delta l) \approx I_0 + I_0 \cdot \cos kx\theta \quad (7)$$

以上分析是在没有考虑到 CCD 单元面积, 并且入射光为单频光时的结果, 而实际情况不可能如此.

## 3 影响干涉图调制度的各种因素

### 3.1 探测器单元尺寸对干涉图调制度的影响

考虑到探测器单元尺寸  $s = x_2 - x_1$ , 以及入射光频率范围  $\nu_1 \sim \nu_2$ , 则某单元所收集到的干涉强度为<sup>[7]</sup>

$$I(\Delta l_s) = \frac{1}{\Delta l_2 - \Delta l_1} \int_{\Delta l_1}^{\Delta l_2} I_0(\nu) [1 + \cos(2\pi\nu\Delta l)] d\Delta l d\nu \quad (8)$$

式中  $\Delta l_1 = 2x_1 \sin \frac{\theta}{2} \approx x_1\theta$ ,  $\Delta l_2 = 2x_2 \sin \frac{\theta}{2} \approx x_2\theta$ .  $\Delta l_1, \Delta l_2$  分别表示  $x_1, x_2$  处的光程差.  $\Delta l_s$  表示  $x_1, x_2$  中点处的光程差.

因此

$$I(\Delta l_s) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} I_0(\nu) [1 + \sin c(\nu s \theta) \times \cos(2\pi\nu\Delta l_s)] d\nu \quad (9)$$

由式(9)可知,干涉图调制度的表达式为(仅针对波数为  $\nu$  的单色光)

$$M_1 = \sin c(\nu s \theta) \quad (10)$$

若要求其调制度下降不超过 10%, 则

$$\theta \leq \frac{0.254}{\nu s} \quad (11)$$

### 3.2 两分束光像点不重合对干涉图调制度的影响

计算干涉仪光程差的前提是  $x_1 = x_2$ . 但实际上,除了两剪切面相交的零光程差点外,同一点的入射光分束后到达探测器平面的两点是不重合的,即  $x_1 \neq x_2$ . 这样,同一点的两束分光线到达探测器平

面,产生的爱里斑并不是完全重合,这样就会对干涉图调制度产生影响.

两点之间的距离为  $\epsilon$ , 即  $|x_1 - x_2| = \epsilon$ . 由于透镜尺寸的限制,而发生的圆孔衍射产生的爱里斑的半角宽度  $\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ , 故探测器平面上爱里斑的直径  $d = 2f\Delta\theta = 2f \times 1.22 \frac{\lambda}{D} = 2.44 f \frac{\lambda}{f\alpha} = 2.44 \frac{\lambda}{\alpha}$ .

在入射光近似为平行光的时候,衍射场的复振幅分布为

$$\tilde{E}_0(p_\theta) = \tilde{C}e^{ikr_0} \left[ \frac{2J_1(x)}{x} \right] \quad (12)$$

式中  $\tilde{C} = -i\pi a^2 E_0 / \lambda z_0$ ,  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$ ,  $r_0$  为光从圆孔到达透镜间的距离,  $J_1(x)$  是一阶第一类贝赛尔函数.

如果透镜前没有圆孔,而光只是由于透镜尺寸限制而发生衍射,或圆孔离透镜很近,可以认为  $r_0 = 0$ , 那么探测器衍射场上各点相位变化只与  $\frac{J_1(x)}{x}$  有关. 而当  $x$  为正值时,  $\frac{J_1(x)}{x}$  为实数,其相位变化只会为 0 或  $\pi$ .

假设两束光的复振幅分别为  $\tilde{E}_1$  和  $\tilde{E}_2$ . 其衍射斑中心间距离为  $\epsilon$ . 如图 4, 其两束光的衍射振幅分布

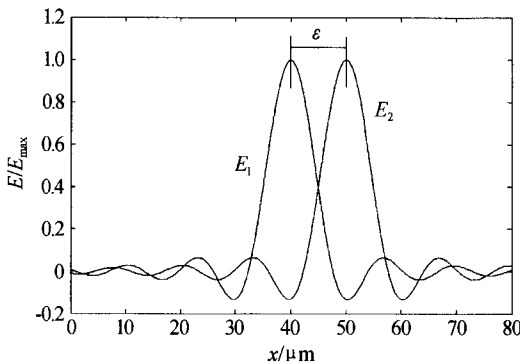


图 4 衍射振幅分布

Fig. 4 The distributing diagram of the amplitude

布应为圆对称分布,其干涉光强为

$$I = \int (\tilde{E}_1 + \tilde{E}_2)(\tilde{E}_1^* + \tilde{E}_2^*) dx dy = \int (I_1 + I_2 + \tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* + \tilde{E}_2 \tilde{E}_1^*) dx dy \quad (13)$$

故

$$I_{\max} = \left| \int (I_1 + I_2) dx dy + \int (\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* + \tilde{E}_2 \tilde{E}_1^*) dx dy \right| \quad (14)$$

$$I_{\min} = \left| \int (I_1 + I_2) dx dy - \int (\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* + \tilde{E}_2 \tilde{E}_1^*) dx dy \right| \quad (15)$$

$$M_2 = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\left| \int (\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* + \tilde{E}_2 \tilde{E}_1^*) dx dy \right|}{\left| \int (I_1 + I_2) dx dy \right|} \quad (16)$$

由于  $\tilde{E}_1$  和  $\tilde{E}_2$  的相位差只能为 0 或  $\pi$ , 则  $\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^*$  为实数,  $\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* = \tilde{E}_2 \tilde{E}_1^*$ . 所以有

$$M_2 = \frac{\left| \int \tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* dx dy \right|}{\left| \int I_1 dx dy \right|} = \frac{\left| \int E_1 E_2 dx dy \right|}{\left| \int I_1 dx dy \right|} \quad (17)$$

式中  $I_1 = \tilde{E}_1 \tilde{E}_1^*$ ,  $I_2 = \tilde{E}_2 \tilde{E}_2^*$ .  $\left| \int I_1 dx dy \right| = \left| \int I_2 dx dy \right|$ . 显然,两爱里斑之间的距离  $\epsilon$  和爱里斑直径将决定调制度  $M_2$ .

图 5 中,纵坐标为调制度  $M_2$ ,横坐标为  $10\pi \cdot \alpha\epsilon/\lambda$ . 显然,当  $\alpha$  越大时,调制度  $M_2$  随  $\epsilon$  增大的衰减速度越快. 取  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $\alpha = \frac{1}{20\pi}$  弧度,即  $\alpha = \frac{180^\circ}{20\pi} \approx 0.91^\circ$  时,有  $10\pi \cdot \alpha/\lambda = 1$ , 此时横坐标正好为  $\epsilon$ .

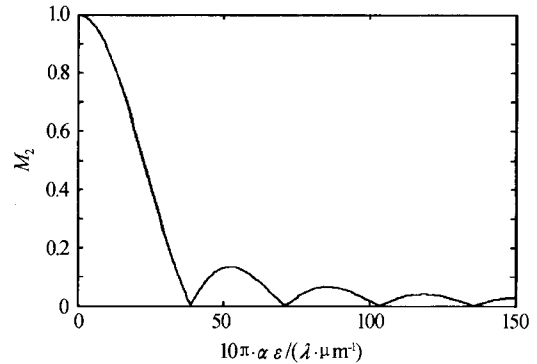


图 5 调制度  $M_2$  与  $\alpha$  和  $\epsilon$  的关系

Fig. 5 The modulability  $M_2$  versus  $\alpha$  and  $\epsilon$

### 3.3 像面与探测器平面不重合误差对干涉图的影响

目标物体上一点经过透镜和像面干涉仪之后会在两个像面上成像为两点. 但由于像面与 CCD 探测器平面并不重合,而是之间成  $\pm \frac{\theta}{2}$  角. 故实际光线到达探测器平面时并不是一点,而是一个光斑<sup>[4]</sup>. 图 6 中只是其中过两爱里斑中心的一条直线上的振

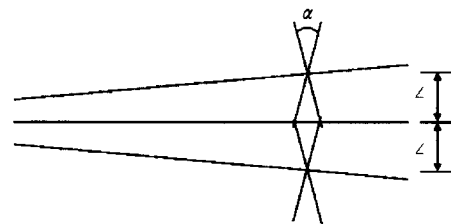


图 6 像面与探测器平面间纵向距离为  $\Delta$

Fig. 6 longitudinal offset,  $\Delta$ , at the image plane

幅分布图. 由图 6 可知,光斑上点的光程差  $\Delta l' = \frac{\Delta l}{\cos \gamma} = \frac{x\theta}{\cos \gamma} = \frac{\Delta}{\cos \gamma}$  (当  $\epsilon = 0$ ). 其中  $\gamma \in [-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}]$ . 则其光强为

$$I(x) = \frac{1}{\alpha} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (I_0 + I_0 \cdot \cos(k \cdot \Delta l')) d\gamma = \frac{1}{\alpha} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} (I_0 + I_0 \cdot \cos \frac{k\Delta}{\cos \gamma}) d\gamma \quad (18)$$

故

$$M_3 = \frac{1}{\alpha} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \cos \frac{[k\Delta]}{\cos \gamma} dy \quad (19)$$

式中 $[k\Delta]$ 表示不小于 $10\pi \cdot \alpha\epsilon/\lambda$ ,且为 $2\pi$ 整数倍的最小实数.显然,其调制度与 $\Delta$ 和 $\alpha$ 有关.在图6中可见它们之间的关系(波长 $\lambda=0.5 \mu\text{m}$ 时).

图7中,横坐标为 $\Delta$ ,纵坐标为调制度 $M_3$ ,曲线1至5分别表示 $\alpha$ 为 $2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ$ 时的情况.可见,当 $\alpha$ 角较小时,调制度 $M_3$ 随 $\Delta$ 的衰减速度较慢,而 $\alpha$ 角越大,其衰减速度越快.

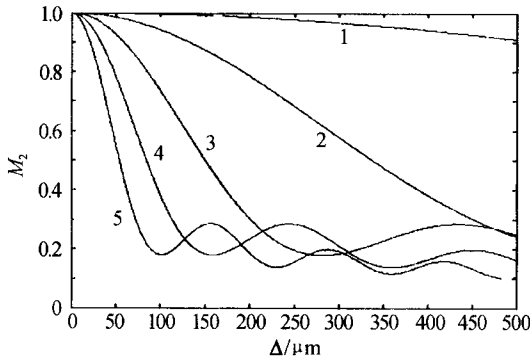


图7 调制度 $M_3$ 与 $\Delta$ 和 $\alpha$ 的关系

Fig. 7 The modulability  $M_3$  versus  $\Delta$  and  $\alpha$

### 3.4 $\epsilon$ 和 $\Delta$ 的数值关系

$$\epsilon = |x_1 - x_2| = \frac{2f \sin^2 \beta \sin \frac{\theta}{2}}{\cos^2 \beta \cos^2 \frac{\theta}{2}} \approx 2x \tan \beta \tan \frac{\theta}{2} \quad (20)$$

$$\Delta = x \tan \frac{\theta}{2} \quad (21)$$

则

$$\frac{\epsilon}{\Delta} = 2 \tan \beta \approx 2\beta \quad (22)$$

可以看出,当 $\alpha=2^\circ, \beta=2^\circ, \theta=2^\circ, x=20 \text{ mm}, \lambda=0.5 \mu\text{m}$ 时, $\Delta=349 \mu\text{m}, M_3 \approx 0.96; \epsilon=24.4 \mu\text{m}, 10\pi \cdot \alpha\epsilon/\lambda=11.1 \mu\text{m}, M_2 \approx 0.90$ .由此可见,干涉仪完全可以达到高调制度的要求.干涉图总的调制度为

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \quad (23)$$

## 4 结论

本文对高通量傅里变换叶成像光谱仪使用的改

进型 Mach-Zehnder 干涉仪进行了研究,计算出其光程差以及调制度,并对影响其调制图形的几种因素进行了分析.可以看出,高通量傅里变换叶成像光谱仪较其它光谱仪具有的高通量和高信噪比的优点.综合分析表明,要得到较好的调制图形,必须要满足两像面夹角 $\theta$ 和像方孔径角 $\alpha$ 都是小角,两个像点之间的横向距离 $\epsilon$ 和纵向距离 $\Delta$ 越小越好.通过对光谱仪的调制度的计算,证明了其在航天领域的可行性.

### 参考文献

- 董瑛,相里斌,赵葆常.大孔径静态干涉成像光谱仪的干涉系统分析.光学学报,2001,21(3):330~334  
Dong Y, Xiangli B, Zhao B C. *Acta Optica Sinica*, 2001, 21(3):330~334
- 董瑛,相里斌,赵葆常.大孔径静态干涉成像光谱仪中的横向剪切干涉仪的空间光线分析.光子学报,1999,28(10):901~905  
Dong Y, Xiangli B, Zhao B C. *Acta Photonica Sinica*, 1999, 28(10):901~905
- 董瑛,相里斌,赵葆常.大孔径静态干涉成像光谱仪中的横向剪切干涉仪.光子学报,1999,28(11):991~995  
Dong Y, Xiangli B, Zhao B C. *Acta Photonica Sinica*, 1999, 28(11):991~995
- Horton R F, Byers T, Conger C. HEIFTS PHASE II - Laboratory and advanced simulation results. *Proc of SPIE*, 2000, 4132: 195~205
- Horton R F. Optical design for a high etendue imaging fourier transform spectrometer. *Proc of SPIE*, 1996, 2819:300~314
- 相里斌,计忠英,黄旻,等.空间调制干涉光谱仪成像仪定标技术研究.光子学报,2004,33(7):850~853  
Xiangli B, Ji Z. Y, Huang M. *et al. Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(7):850~853
- Xue M Q, Xiangli B, An B Q. Optical systems of imaging interferometers. *Proc of SPIE*, 1998, 3482:475~483

## The Analysis of the High Étendue Imaging Fourier Transform Spectrometer

Tao Ran<sup>1,2</sup>, Xiangli Bin<sup>1</sup>, Du Shusong<sup>1,2</sup>, Zhang Wenxi<sup>1,2</sup>, Su Lijuan<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710068

<sup>2</sup> Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date: 2005-08-09

**Abstract** The conception of the High Etendue Imaging Fourier Transform Spectrometer (HEIFTS) is introduced and the principle of the modified Mach-Zehnder interferometer, which is used in the spectrometer, is analyzed. Meanwhile, the optical path difference and the degree of modulation of this kind of interferometer are calculated. It's easy to be found that, in order to get the better diagram of the degree of modulation, both the inclination of the two image planes and the image aperture angle must be small angles, and both the lateral and longitudinal offsets must be smaller. Then the effects on the degree of modulation by the offsets and the dimension of the CCD array are discussed. By adjusting the parameters, the three degrees of the modulation can reach 90%, which can satisfy the application requirement of the spectrometer.

**Keywords** Spectral imaging; Mach-Zehnder interferometer; Degree of modulation

**Tao Ran** born in 1981, graduated from the University of Science and Technology of China (USTC) in 2003. In the same year, he entered the Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS to pursue his master degree. Now he is doing research work in the field of Imaging Interferometer and signal processing.

