

# 不均匀磁化薄膜中静磁波对导波光的 Bragg 衍射\*

孙开良 邱 昆 武保剑

(电子科技大学宽带光纤传输与通信网技术教育部重点实验室, 成都 610054)

**摘 要** 研究了横向不均匀偏置磁场作用下掺 Bi 的 YIG 薄膜中微波静磁波的激发和传播特性; 采用变分方法计算了静磁正向体波的色散关系和交变磁化强度, 分析了不均匀场对静磁波—导波光耦合的影响. 理论计算得到的衍射效率曲线与实验结果基本一致, 表明适当不均匀场可以大大提高磁光 Bragg 器件的衍射性能.

**关键词** 静磁波; Bragg 衍射; 变分方法; 不均匀磁场

**中图分类号** O482.5 **文献标识码** A

## 0 引言

静磁波是自旋波的长波模式, 可在偏置磁场和微波电流的作用下激发. 它可以与具有电磁性的导波光相互作用, 使导波光发生衍射. 利用静磁波的特性及其与导波光相互作用时产生的 Bragg 衍射原理可以做成各种静磁波器件, 如: 延迟线、微波滤波器、移相器、偏转器、频谱分析器、光调制器等, 在光通信、光信号处理、激光雷达等领域有着广泛的应用前景. 与声光器件<sup>[1]</sup>相比, 磁光器件有更多的优势<sup>[2]</sup>. 目前由于这类磁光 Bragg 器件的衍射效率偏低, 还没有得到广泛应用. 实验已表明<sup>[3,4]</sup>, 采用横向不均匀垂直偏置磁场, 可以获得比均匀磁场情形更高的磁光 Bragg 衍射效率. 但相应的理论分析则未见报道. 本文分析了垂直不均匀场作用下掺 Bi 的 YIG 薄膜中激发静磁正向体波的带宽特性, 采用静磁近似和变分法计算了静磁波的色散关系和交变磁化强度, 及其对导波光的 Bragg 衍射效率, 理论结果与实验数据吻合.

## 1 静磁波的激发与传播

### 1.1 带宽分析

均匀磁化时, 激发的静磁波归一化频率  $F$  满足:  $F_L < F < F_H$ , 其中  $F = \frac{2\pi}{\gamma M_s} f$ ,  $\gamma$  为旋磁比,  $f$  为静磁波激发频率;  $F_L$  和  $F_H$  分别为下限和上限频率, 垂直磁化时  $F_L = \Omega_H$ ,  $F_H = \sqrt{\Omega_H^2 + \Omega_M^2}$ , 式中  $\Omega_H = \frac{H_1}{M_s}$ ,  $H_1$  为内磁场,  $M_s$  为饱和磁化强度. 容易知道截止频率与磁场之间得关系为:

$$f_L = \frac{\gamma}{2\pi} M_s F_L = \frac{\gamma}{2\pi} H_1$$

横向不均匀磁化时, 磁场大小沿  $x$  方向变化,

则由公式  $f_L(x) = \frac{\gamma}{2\pi} H_1(x)$  容易得出结论: 不均匀磁化时静磁波激发的边缘截止频率由磁场的最大值决定. 若磁场形式为对称且开口向上的抛物线型, 则边缘截止频率由磁场的极大值决定. 被激发的静磁波在边缘截止频率以下磁光作用孔径随着磁场的降低而逐渐变小, 直至作用孔径变为零, 此时磁场取最小值.

### 1.2 变分方程的引入

一般来说, 对于静磁波问题的求解有两种方法: ①利用麦克斯韦方程及薄膜边界条件得到解析解; ②由于在磁性薄膜中静磁波波长远小于相应的电磁波波长, 因此可忽略静磁波所满足的麦克斯韦方程中的推迟作用项, 即静磁近似. 为便于分析, 本文采用静磁近似, 则与静磁波相关的磁学量满足  $h = \nabla \Psi$  和  $\nabla \cdot b = 0$ ; 磁性薄膜内的交变磁感应强度  $b = \mu_0 \mu_r \cdot h$ , 其中相对磁导率张量  $\mu_r = 1 + \chi$ , 式中磁化率张量

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{11} & i\chi_{12} & 0 \\ -i\chi_{12} & \chi_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \chi_{11} \text{ 与 } \chi_{12} \text{ 跟内磁场 } H_1 \text{ 相关.}$$

且有薄膜曲面  $S$  的边界条件  $n \cdot b|_S = 0$ , 其中  $n$  表示曲面  $S$  的法向. 由此可得到变分方程<sup>[5]</sup>

$$k_z^2 \int_S [(1 + \chi_{11}) \Psi^* \Psi] ds + k_z \int_S [\chi_{12} (\Psi_x^* \Psi + \Psi^* \Psi_x) + [(1 + \chi_{11}) \Psi_x^* \Psi_x + \Psi_x^* \Psi_x]] ds = 0 \quad (1)$$

式中  $\Psi^*$  为势函数  $\Psi$  的复数共轭,  $k_z$  为静磁波波数.

### 1.3 色散关系

对式(1)的求解, 需要合理选择势函数, 这里将均匀磁化时的势函数形式作为其近似解. 垂直均匀磁化时的势函数  $\Psi$  可表示为<sup>[6]</sup>

$$\Psi = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iky} \cos \frac{n\pi}{l} x (A_{1,3} e^{k_z z} + B_{1,3} e^{-k_z z}) dk, n=0, 1, 2 & (\text{非磁性薄膜区域}) \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iky} \cos \frac{n\pi}{l} x (A_2 \cos ak_z z + B_2 \sin ak_z z) dk, n=0, 1, 2 & (\text{磁性薄膜区域}) \end{cases} \quad (2)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 60401007)

Tel: 010-58832000-2987 Email: twlk2@163.com

收稿日期: 2005-11-16

式中  $k$  为均匀磁化时静磁波沿着  $y$  方向的传播常量,  $\alpha = \sqrt{-(1 + \chi_{11})}$ ,  $d$  为薄膜厚度,  $k_z$  为沿着  $z$  方向的传播常量:  $k_z = \frac{1}{\alpha d} \tan^{-1} \frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1} + \frac{m\pi}{\alpha d}$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $m$  和  $n$  的不同组合对应不同传播模式的静磁波,  $l$  表示微带线变换器长度, 即磁光作用孔径. 系数  $A_j, B_j$  可由薄膜边界条件得到:  $B_1 = A_3 = 0, B_3 = A_2 = -\alpha B_2, A_1 = B_2(-\alpha - \sin \alpha k_z d) e^{k_z d}, B_2 = [2\pi \cdot \sin(2^{-1} k_z \sigma) I_0] / [k_z^2 d \alpha \sigma (1 - i\alpha)]$ . 将式 (2) 代入式 (1), 可求得横向不均匀场垂直偏置时静磁波传播常量  $k_s$  与激发频率  $f$  的色散关系.

## 2 不均匀场作用下静磁波对导波光的衍射

### 2.1 交变磁化强度

利用  $m = \chi \cdot h$ , 可以得到薄膜内交变磁化强度  $m$  的表达式, 进而可得到与磁光 Bragg 衍射效应有关等效交变磁化强度为<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} m_x^{(0)}(x) = [(-\frac{n\pi}{l})\chi_{11} \sin \frac{n\pi}{l}x + k_s \chi_{12} \cos \frac{n\pi}{l}x] \cdot \\ e^{-ik_s y} \frac{i2\pi^2 A_2 (e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}) + 2\pi^2 B_2 (2 - e^{ik_s d} - e^{-ik_s d})}{-\alpha k_s d (-\alpha^2 k_s^2 d^2 + 4\pi^2)} \\ m_y^{(0)}(x) = i[\frac{n\pi}{l}\chi_{12} \sin \frac{n\pi}{l}x - k_s \chi_{11} \cos \frac{n\pi}{l}x] \cdot \\ e^{-ik_s y} \frac{i2\pi^2 A_2 (e^{ik_s d} - e^{-ik_s d}) + 2\pi^2 B_2 (2 - e^{ik_s d} - e^{-ik_s d})}{-\alpha k_s d (-\alpha^2 k_s^2 d^2 + 4\pi^2)} \\ m_z^{(0)} = 0 \end{cases}$$

计算发现, 基模 ( $m = 0, n = 0$ ) 静磁波交变磁化强度幅度最大, 即对导波光的 Bragg 衍射效率最大.

### 2.2 静磁波对导波光的 Bragg 衍射效率

与声光耦合作用<sup>[8]</sup>类似, 静磁波与导波光的非共线作用可以导致导波光发生衍射. 在垂直磁化且相位匹配时, 衍射效率公式可表示为<sup>[9]</sup>:  $\eta = \sin^2(\kappa l)$ . 其中磁光耦合系数  $\kappa = \kappa_1 \pm \kappa_2$ , 式中“ $-$ ”和“ $+$ ”分别对应于斯托克斯和反斯托克斯相互作用. 其中  $\kappa_1, \kappa_2$  分别表示为<sup>[7]</sup>

$$\kappa_1 = \frac{k_0 f_1 |m_x^{(0)}|}{4 \sqrt{\epsilon_r}}, \kappa_2 = \frac{k_0 M_0 |m_y^{(0)}|}{4 \sqrt{\epsilon_r}} \left( 2f_{44} + \frac{2}{3} \Delta f \right)$$

式中  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为真空中入射光波长,  $M_0$  为饱和磁化强度,  $\epsilon_r$  为相对介电常量,  $f_1, f_{44}$  和  $\Delta f$  是磁光系数. 基于静磁正向体波的磁光 Bragg 器件一般都工作在相位失配容限更大的低频方向<sup>[10]</sup>, 所以此处只考虑低频时情况, 即衍射效率曲线的第一通带.

## 3 计算与讨论

为了保证计算时参量选取的合理性, 且便于与实验结果<sup>[3,4]</sup>进行比较, 本文选择与实验一致的磁

场. 实验测量数据与经抛物线拟合后的方程如图 1, 外磁场  $H_e = 29.744x^2 + 2391.6$  Oe. 内磁场  $H_i$  与偏置磁场  $H_e$  存在关系:  $H_i = H_e - M_s$ .

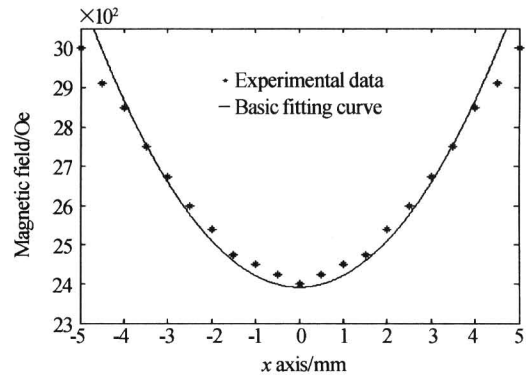


图 1 偏置磁场实验数据与拟合曲线  
Fig. 1 Experimental data and basic fitting curve of extern nonuniform field

取上述磁场形式, 计算不均匀场情形下静磁正向体波与 TE 模入射的导波光的斯托克斯相互作用产生的衍射效率. 计算时, 各参量值与实验<sup>[3,4]</sup>时选取的一致, 即:  $l = 5$  mm,  $d = 6$   $\mu$ m,  $I_0 = 122$  mA, 微带宽度  $\sigma = 50$   $\mu$ m,  $\lambda_0 = 1.3$   $\mu$ m,  $\sqrt{\epsilon_r} = 2.47$ ,  $f_1 = -2.88 \times 10^{-8}$  (A/m)<sup>-1</sup>,  $f_{44} = 5.84 \times 10^{-15}$  (A/m)<sup>-2</sup>,  $\Delta f = -2.92 \times 10^{-15}$  (A/m)<sup>-2</sup>. 计算结果如图 2 中的实线.

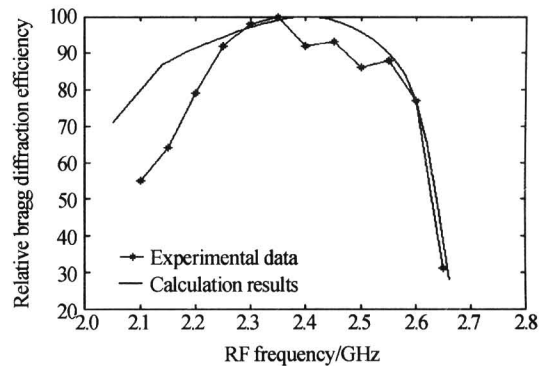


图 2 理论计算结果与实验数据的比较  
Fig. 2 Numerical calculation results and experimental data

考虑到静磁波激发的边缘截止频率, 此处  $f_L = \frac{\gamma}{2\pi} H_i(l) = 2.14$  GHz. 取被激发的静磁波频率 2.1 GHz, 通过前述关系可以容易求得相应的磁光作用孔径减小为 4.83 mm, 进而求得相对 Bragg 衍射效率为 81.72%. 对于边缘截止频率以下的其他各点计算过程类似. 计算结果如图 2 中的直线部分. 另外, 本文得到的磁光 Bragg 衍射效率的最大值为 70.97%, 由于没有考虑实际损耗, 所以比与实验<sup>[3]</sup>给出的 60% 略大. 需要指出: 在一定范围之内, 衍射效率随着输入功率的增大而增大.

由于没有考虑边缘效应, 由图 2 可以看出, 理论

计算结果与实验测量数据在边缘截止频率附近略有差别,只是定性吻合,具有更大的带宽,在第一通带的高频方向与测量数据吻合得较好. 需要指出的是,由于在边缘截止频率以下随着频率的降低,磁光作用孔径也随之变小,即与导波光作用的静磁波能量越来越少,所以衍射效率势必逐渐降低,计算以及实验结果都表明了这点. 所以磁光器件的工作频率最好工作在第一通带的边缘截止频率以上.

理论计算结果与实验结果<sup>[3,4]</sup>的较好符合表明:与均匀场相比,选取适当的不均匀场,可以大大提高磁光 Bragg 衍射效率.

#### 4 结论

本文利用变分法得到了静磁波传播常量  $k_s$  与频率  $f$  的一组色散关系,经过计算可知基模对磁光作用的影响最大. 另外,本文分析了边缘截止频率以下的静磁波的激发,计算了第一通带内磁光 Bragg 衍射效率,计算结果与实验数据基本吻合. 与均匀场相比,通过对不均匀偏置磁场的优化,可以显著提高磁光 Bragg 器件的衍射效率.

#### 参考文献

- 吕敏,崔建民,刘维,等. 准共线集成声光模式转换器的性能分析与设计. 光子学报,2005,34(5):662~665  
Lv M, Cui J M, Liu W, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2005,34(5): 662~665
- Tsai C S. Magnetostatic waves-based integrated magneto-optic Bragg cell devices and applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1996,32(5):4118~4123
- Tsai C S, Lin Y S, Su J, et al. High efficiency guided-wave magneto-optic Bragg cell modulator using nonuniform bias magnetic field. *Appl Phys Lett*, 1997,71(25): 3715 ~ 3717
- Tsai C S. Integrated Acousto-optic and magneto-optic devices for optical information processing. *Proceedings of the IEEE*, 1996,84(6): 853~869
- Daniel D. Stancil. Theory of Magnetostatic Waves, New York: Springer-Verlag, 1993. 154~170
- Weinberg I J, Sethares J C. Magnetostatic forward volume wave propagation-finite width. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1984,32(4):463 ~ 464
- 武保剑. 静磁波与导波光的相互作用:[学位论文]. 上海:上海交通大学,1999. 1~ 65  
Wu B J. The Interaction Between Magnetostatic Waves and Guided Optical Waves: Dissertation. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 1999. 1~ 65
- 廖帮全,赵启大,冯德军,等. 全光纤声光调制器的耦合模理论研究. 光子学报,2002,31(10):1213~1215  
Liao B Q, Zhao Q D, Feng D J, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002,31(10):1213~1215
- Su J, Tsai C S. Nonlinear characteristics of magneto-optic Bragg diffraction in bismuth substituted yttrium iron garnet films. *Journal of Applied Physics*, 2000,87(3): 1474 ~ 1481
- Wu B J, Qiu K. Magneto-optic coupling theory for guided optical waves and magnetostatic waves using an arbitrarily tiled bias magnetic field. *Chin Phys Lett*, 2005,9(22): 2396~2399

## Bragg Diffraction of Guided Optical Waves with Magnetostatic Waves in Nonuniformly Magnetized Film Waveguide

Sun Kailiang, Qiu Kun, Wu Baojian

Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transmission and Communication Networks UESTC of China, Ministry of Education, Chengdu 610054

Received date: 2005-11-16

**Abstract** The generation and propagation characteristics of magnetostatic forward volume waves (MSFVWs) in bismuth-doped YIG film under transversely nonuniform bias field is studied. The dispersive characteristics and the dynamic magnetization of the MSFVWs are calculated by using the variational approach. The influence of nonuniform field on magneto-optic(MO) coupling is analyzed. The obtained theoretical curve of the Bragg diffraction efficiency is basically agreement with the experimental results, and then it is shown that the diffraction performance for MO Bragg cells can be greatly improved by using an appropriately nonuniform bias field.

**Keywords** Magnetostatic waves; Bragg diffraction; Variational approach; Nonuniform magnetic field



**Sun Kailiang** was born in Shanxi Province, China in 1979. He received B. S. degree from Shanxi University in 1998. Now he is pursuing M. S. degree at Key Lab of Broadband Optical Transmission and Communication Networks, UEST of China, Sichuan. His research activities are optical communication and magnetostatic-optic interaction under nonuniform field.