

亚波长介质光栅导模共振研究*

桑 田^{1,2} 王占山^{1,**} 吴永刚¹ 林小燕¹ 田国勋¹ 陈玲燕¹

(1 同济大学精密光学工程技术研究所,物理系,上海 200092)

(2 黔南民族师范学院物理系,贵州都匀 558000)

摘 要 从平板波导的本征值方程出发,导出弱调制介质光栅共振位置的表达式,其预测结果与利用严格的耦合波理论所得值一致.对正入射时导模共振产生双反射峰现象进行解释,并就导模共振对入射角和光栅周期敏感性的成因进行了探讨.从薄膜的特征矩阵方程出发,在理论上分析了利用导模共振获得性能良好的反射滤光片的途径.

关键词 导模共振;介质光栅;共振位置;反射滤光片

中图分类号 TN25 **文献标识码** A

0 引言

导模共振是介质光栅在一定的光栅参量条件和入射条件下出现的一种特殊的衍射现象.在物理机制上可认为是外部传播的衍射场与受调制波导的泄漏波之间的耦合,表现出窄带、高衍射效率、很强的波长敏感性和入射角敏感性的特点.对导模共振已经做了大量的理论研究^[1~6],一些关于导模共振滤光片的实验结果也相继出现,证实导模共振的正确性.Mashev 等人^[7]实验制备了衍射效率为 35% 的导模共振滤光片,Avrutsky 等人^[8]随后用同样的结构将其衍射效率提高到 70%.具有高衍射效率,工作在毫米波段^[9]和近红外波段^[10]的导模共振滤光片也在实验中制备出来.卢振武等人^[11,12]对亚波长介质光栅的制作误差进行了系统全面的分析.本文从薄膜波导的本征值方程和薄膜的特征矩阵方程出发,对影响导模共振的物理参量及其机制进行理论研究,进一步探讨导模共振的共振特性,因而对共振全反射介质光栅的设计制作具有较好的指导意义.

1 基本理论

在处理光栅衍射的问题上,其方法可以分为两类:积分方法和微分方法^[13],积分方法适合于分析连续轮廓的光栅,微分方法则适合于分析台阶轮廓的光栅.耦合波理论和模式理论是最广泛使用的分析方法,二者实质上是等价的.耦合波理论是没有近似的严格方法,它是通过 Maxwell 方程组和边界条件进行求解的,单个分量不满足 Maxwell 波动方程,所有分量求和才满足波动方程.一般的耦合波

分析法在求解振幅的反射和透射系数时,由于相位因子随介质厚度指数增大或减小,因此对矩阵求逆时,会出现数值溢出,导致矩阵病态.但是如果选择合理的方法,比如增强透射比矩阵方法^[14],则可以避免数值溢出,得到收敛的结果.导模共振的合理性可以通过严格的耦合波理论来验证.

图 1 的介质光栅结构,由敷层、介质光栅层和基底构成.敷层和基底的折射率分别为 n_1 和 n_3 ,介质光栅层由两种高低折射率分别 n_{2H} 和 n_{2L} 的介质组成,介质的填充系数为 f ,光栅周期为 Λ ,光栅深度为 d ,入射光为 TE 偏振光,入射光的自由波长为 λ ,入射角为 θ_0 ,由于采用亚波长介质光栅结构,因而只有向前传播的 0 级透射波和向后传播的 0 级反射波.

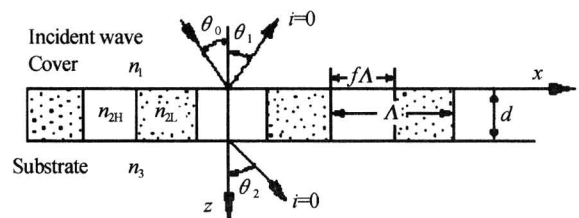


图 1 介质光栅结构
Fig. 1 Structure of a dielectric grating

对弱调制介质光栅,即 n_{2H} 和 n_{2L} 的大小相差不大时,它兼具单层膜与波导光栅的特性,因而表现出单层膜与波导光栅共同作用的综合效应.在远离共振处,由于衰减的衍射级次具有很小的振幅和位相变化,衰减波与传播波的耦合可以忽略,光栅主要呈现各向同性的单层膜的性质.而在共振处则不然,由于外部传播波与临近的衍射级次具有很强的耦合作用,因而光栅主要呈现出波导光栅的性质.讨论中,在远离共振处的情形,都将光栅层视为等效折射率为 n_{2E} 的各向同性的单层膜来处理.

根据有效媒质理论,当光栅周期小于入射光波长时,介质光栅可以等效为各向异性的均匀媒质.对于 TE 偏振光,当光栅周期小于入射波长时,其等

*国家重点基础研究发展规划(2001CB10407)和上海市科委重点项目(03dz11007)资助

** Tel:021-65984652 Email:wangzs@mail.tongji.edu.cn

收稿日期:2005-01-18

效折射率可以写为^[15]

$$n_E = \sqrt{\epsilon_E} = \left\{ \bar{\epsilon} \left[1 + \frac{k^2 a^2 b^2}{12d^2} \frac{\bar{\mu}\bar{\mu}}{\mu_1\mu_2} \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2}{\bar{\epsilon}} \right] \right\}^{1/2} \quad (1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon} &= (a\epsilon_1 + b\epsilon_2)/(a+b) \\ \bar{\mu} &= (a+b)\mu_1\mu_2/(a\mu_2 + b\mu_1) \\ \bar{\mu} &= (a\mu_1 + b\mu_2)/(a+b) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, $d = a + b$ 为光栅周期, a 和 b 分别为这两种材料在一个周期内的长度, μ_1 和 μ_2 分别为这两种材料的磁导率, ϵ_1 和 ϵ_2 为两种材料的介电常量, $k = 2\pi/\lambda$.

对于图 1 所讨论的介质光栅, 得到其等效折射率为

$$n_{2E} = \sqrt{\epsilon_{2E}} = \left\{ \bar{\epsilon} + \frac{\pi^2}{3} f^2 (1-f)^2 \cdot (n_{2H}^2 - n_{2L}^2) \left(\frac{\Lambda}{\lambda} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (3)$$

式中

$$\bar{\epsilon} = n_{2H}^2 f + n_{2L}^2 (1-f) \quad (4)$$

式中 $\epsilon_{2H} = n_{2H}^2$, $\epsilon_{2L} = n_{2L}^2$, λ 为入射光在自由空间中的波长.

在远离共振处, 可将图 1 的介质光栅层视为折射率为 n_{2E} 的平板波导, 对 TE 偏振(电矢量垂直于入射面), 其本征值方程为^[16]

$$\tan(\kappa d) = \kappa(\gamma + \delta)/(\kappa^2 - \gamma\delta) \quad (5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= (n_{2e}^2 k^2 - \beta^2)^{1/2} \\ \delta &= (\beta^2 - n_3^2 k^2)^{1/2} \\ \gamma &= (\beta^2 - n_1^2 k^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中, κ, δ, γ 分别为介质光栅层、基底和敷层中沿 z 方向的波数, β 为波导中第 m 级导模的传播常量.

入射光在光栅的作用下, 衍射波对传导中的导模会发生微扰, 传播常量变为

$$\beta_j = \beta_m + j2\pi/\Lambda = k(n_{2e} \sin \theta - j\lambda/\Lambda) \quad (j = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (7)$$

式中第二项为光栅的微扰项, θ 为光栅层中高级次衍射波与上下界面法线的夹角.

根据折射定律

$$n_1 \sin \theta_0 = n_{2e} \sin \theta \quad (8)$$

将式(7)写成

$$\beta_j = k(n_1 \sin \theta_0 - j\lambda/\Lambda) \quad (j = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (9)$$

如果式(7)中某一傅里叶分量正好与波导中某一波导模式相匹配, 则对应的入射光能量将有效地耦合到这一模式中. 即当

$$\beta \rightarrow \beta_j = k(n_1 \sin \theta_0 - j\lambda/\Lambda) \quad (j = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (10)$$

第 j 级子波将在介质光栅中引起导模共振.

从式(5), (6)中可以看到, 式(5)要有意义, 即传播模要存在, 则应有 $\kappa > 0, \gamma \geq 0, \beta \geq 0$, 即

$$\max \{n_1, n_3\} \leq |\beta_j/k| < 2n_{2E} \quad (11)$$

将式(9)代入式(11)中, 得到导模共振的约束条件为

$$\max \{n_1, n_3\} \leq |n_1 \sin \theta_0 - j\lambda/\Lambda| < n_{2E} \quad (j = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (12)$$

由式(12)可以看到, 对亚波长介质光栅, 在垂直入射时, 当 n_{2e} 不太大时, 波导中满足条件的只有 ± 1 级衍射波, 即在这种情况下, 导模共振是由入射波与 ± 1 级衍射波之间耦合产生的.

将式(5)、(6)、(10)结合起来, 就得到导模共振的共振位置表达式, 它可以确定介质光栅导模共振时光栅层的最小深度 d_0 . 假设光栅深度改变 Δd 时, 在光栅层中沿 z 方向波数不变的情况下仍产生导模共振, 即

$$\tan(\kappa d_0) = \tan[\kappa(d_0 + \Delta d)] \quad (13)$$

可以得到

$$\Delta d = \pi/\kappa = \lambda/2 \sqrt{n_{2e}^2 - (n_1 \sin \theta_0 - j\lambda/\Lambda)^2} \quad (14)$$

此即为导模共振随光栅深度变化的周期.

由于导模共振具有窄带效应, 实际应用中可以用来制作窄带滤光片. 下面将从理论上探讨获得性能优良的窄带反射滤光片的途径.

由薄膜的特征矩阵方程^[13]

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & i \sin \delta_1 / \eta_1 \\ i \eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

对图 1 结构的弱调制光栅, 在远离共振处, 可将其视为折射率为 n_{2e} 的单层膜, 因而, $\delta_1 = 2\pi d n_{2e} \cos \theta / \lambda$, $\eta_0 = n_1$, $\eta_1 = n_{2e} \cos \theta$, $\eta_2 = n_3$, 于是, 其等效导纳为

$$Y = C/B = (\eta_2 \cos \delta_1 + i \eta_1 \sin \delta_1) / [\cos \delta_1 + i(\eta_2/\eta_1) \sin \delta_1] \quad (16)$$

反射率为

$$R = r \cdot r^* = \frac{(\eta_0 - \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 - \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1}{(\eta_0 + \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 + \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1} \quad (17)$$

要获得性能优良的窄带反射滤光片, 意味着反射峰附近的旁通带的反射率应尽可能地小. 如果在对应的薄膜结构的反射率最低点波长位置处产生导模共振, 而由于反射率最低点对应的波长位置附近的反射率都普遍较小, 因而此时旁通带的反射将最大程度地被抑制, 滤光片的反射特性将是最理想的. 此时满足的条件为

$$R = 0 \quad (18)$$

将式(17)代入式(18)中, 得到

$$(\eta_0 - \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 - \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1 = 0 \quad (19)$$

在正入射的条件下, 得到下面的两组解

$$\left. \begin{aligned} n_{2e} &= \sqrt{n_1 n_3} \\ d &= (1/4 + k)\lambda/n_{2e} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (20a)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_3 \\ d &= (1/2 + k)\lambda/n_{2e} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (20b)$$

对于第一组解, 由于不满足传输模条件

$$n_{2e} > n_1, n_3 \quad (21)$$

其解不存在. 可见, 只有解(20b)有意义, 即满足条件(20b)的介质光栅反射滤光片性能最佳.

2 数值模拟计算与分析

对图 1 的光栅结构, 设 $n_1 = n_3 = 1, n_{2H} = 1.59, n_{2L} = 1.64, \lambda = 0.8 \mu\text{m}, \Lambda = 0.6 \mu\text{m}, f = 0.5, n_{2E} = 1.616$ 入射光为 TE 偏振光, 入射角 $\theta_0 = 0$. 用严格的耦合波理论计算所得的值为 $d_0 = 0.2132 \mu\text{m}, \Delta d = 0.4389 \mu\text{m}$, 由式(5)、(6)、(10)、(14)计算所得到的 $d_0 = 0.2142 \mu\text{m}, \Delta d = 0.4381 \mu\text{m}$, 与用严格的耦合波理论所得值吻合. 图 2 是用严格的耦合波理论所计算的反射率随光栅深度变化曲线.

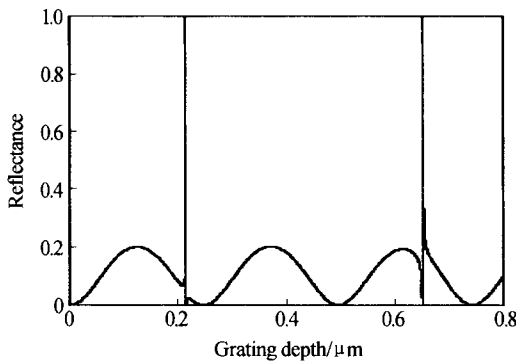


图 2 反射率与光栅深度之间关系
Fig. 2 Reflectance vs. grating depth

取图 2 共振时的最小光栅深度 $d_0 = 0.2132 \mu\text{m}$, 用严格的耦合波理论计算介质光栅的反射率与入射波长和光栅周期之间关系, 得到图 3. 计算发现, 反射率的大小对光栅周期的变化很敏感, 当光栅周期由 $0.60 \mu\text{m}$ 减小为 $0.59 \mu\text{m}$ 时, 峰值位置由 $0.8000 \mu\text{m}$ 减小为 $0.7888 \mu\text{m}$; 当光栅周期由 $0.60 \mu\text{m}$ 增大为

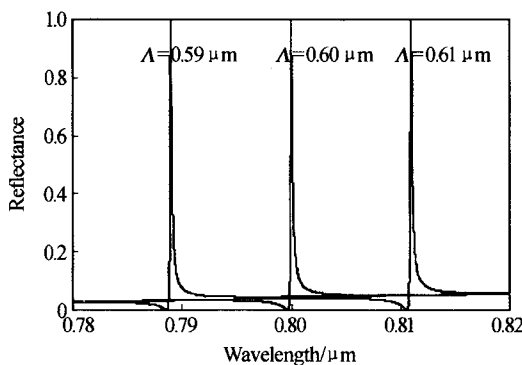


图 3 反射率与入射波长和光栅周期之间关系
Fig. 3 Reflectance vs. incident wavelength and grating period

$0.61 \mu\text{m}$ 时, 峰值位置由 $0.8000 \mu\text{m}$ 增大为 $0.8110 \mu\text{m}$. 从式(12)可以看到, 在正入射的情况下, 当光栅周期增大时, 要维持导模共振, 则对应的共振波长应增大, 因而反射峰值向长波方向移动, 同理, 当光栅周期减小时, 共振波长应向短波方向移动.

对图 2 的光栅结构取光栅层深度为其第二次共振时的光栅深度 $d_1 = 0.6506 \mu\text{m}$, 用严格的耦合波理论计算的反射率随波长变化曲线, 得到图 4. 从图 4 中可以看到, 出现了双导模共振反射峰的现象. 双共振峰的出现, 是由于随着光栅深度的增加, 满足共振条件的波长数目增加的原因造成的. 从式(5)中可以看到, 增加光栅层深度, 则会增加式(5)这一超越方程解的个数, 理论上讲将会有更多的共振峰出现. 将图 2 对应的光栅结构的入射波长改变为 $0.6734 \mu\text{m}$, 用严格的耦合波理论计算反射率随光栅深度变化关系, 得到图 5, 其导模共振时的最小光栅深度为 $d_0 = 0.0751 \mu\text{m}, \Delta d = 0.2876 \mu\text{m}$. 可见, 光栅层深度 $0.6506 \mu\text{m}$ 对 $0.6734 \mu\text{m}$ 这一入射波长而言对应其第三次导模共振, 而对 $0.8000 \mu\text{m}$ 这一入射波长而言对应其第二次导模共振, 双共振反射峰的出现, 正是由于该光栅深度同时满足这两个波长的共振条件造成的. 由于在此光栅参量条件下正入射时导模共振是由入射波与 ± 1 级衍射波之间耦合产生, 且 ± 1 级衍射波在光栅层中衍射角相等,

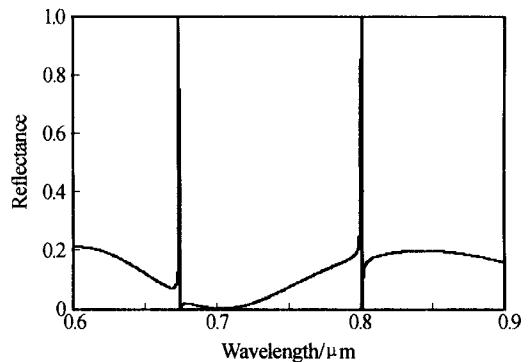


图 4 反射率与入射波长之间关系
Fig. 4 Reflectance vs. incident wavelength

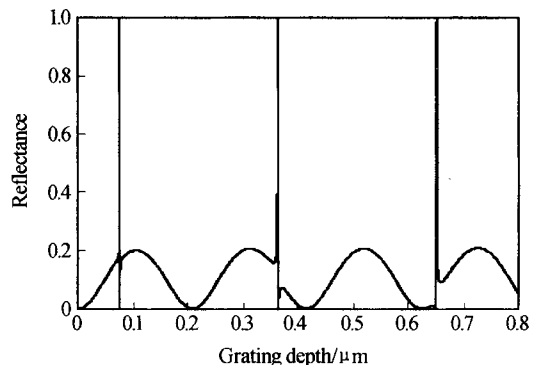


图 5 反射率与光栅深度之间关系, 入射波长为 $0.6734 \mu\text{m}$
Fig. 5 Reflectance vs. grating depth, input wavelength is $0.6734 \mu\text{m}$

因而对每个共振峰而言其共振位置是简并的. 当改变入射角时, 子波级次的空间对称性被破坏, ± 1 级衍射波与入射波之间耦合的共振位置将分离, 每个反射共振峰将分裂为两个.

图 6 是入射角为 1° 的情况, 可以看到, 出现了四个共振峰, 且每个共振峰的带宽都比正入射时的带宽小. $0.6734 \mu\text{m}$ 这一波长分裂的两个共振峰的波长为 $0.6674 \mu\text{m}$ 和 $0.6798 \mu\text{m}$; $0.8000 \mu\text{m}$ 这一波长分裂的两个共振峰的波长为 $0.7924 \mu\text{m}$ 和 $0.8080 \mu\text{m}$. 由于入射角度改变很小, 近似认为传播模的传播常量 β 不变. 由式(10)可知, 对于 $+1$ 级衍射波, 共振位置向长波方向移动, 对于 -1 级衍射波, 共振位置向短波方向移动. 利用导模共振对入射角的敏感性可以调节所需的共振波长位置.

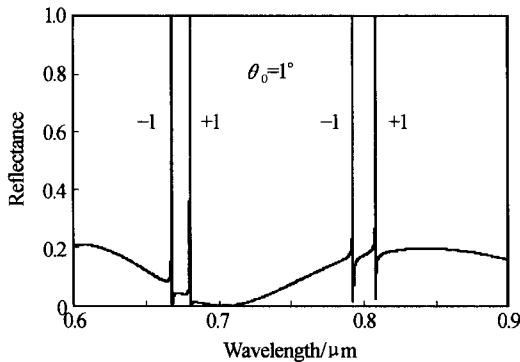


图 6 入射角为 1° 时反射率与波长之间关系
Fig. 6 Reflectance vs. incident wavelength at incident angle 1°

图 7、8 对应的介质光栅结构满足(20b), k 取 0. 共振波长为 $0.6500 \mu\text{m}$, $n_1 = n_3 = 1.38$, $n_{2H} = 1.85$, $n_{2L} = 1.79$, $\Lambda = 0.4048 \mu\text{m}$, $f = 0.5$, $n_{2E} = 1.827$, $d = 0.1779 \mu\text{m}$. 图 7 是用严格的耦合波理论计算的反射率随光栅深度变化曲线. 图 8 是反射率随入射波长变化曲线. 从图 7、8 可以看到, 由于介质光栅层深度对应的波长位置处于反射率的波谷, 共振峰两侧旁通带的反射率普遍较低, 从而滤光片的反射性能良好.

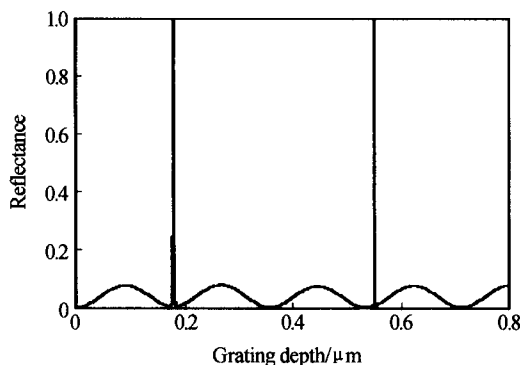


图 7 反射率与光栅深度之间关系
Fig. 7 Reflectance vs. grating depth

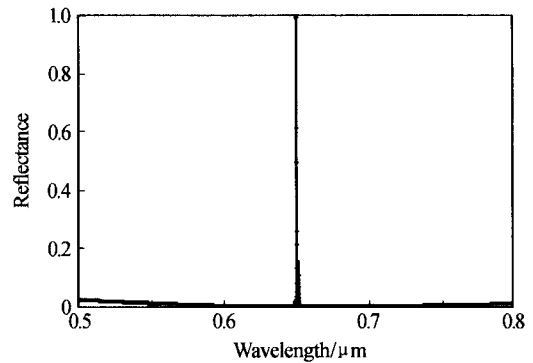


图 8 反射率与入射波长之间关系
Fig. 8 Reflectance vs. incident wavelength

3 结论

导模共振是由入射波与波导内高级次的衍射波之间耦合产生的. 本文从平板波导的本征值方程出发, 得到介质光栅导模共振的共振位置表达式, 计算结果与用严格的耦合波理论所得值吻合, 验证了弱调制介质光栅等效为平板波导的合理性. 通过改变光栅深度, 得到双导模共振反射峰现象, 并就其成因进行讨论, 得到在正入射的条件下, 增加光栅深度, 在一定的波长范围内, 将会增加共振波长数目的结论. 导模共振对入射角、入射波长、光栅周期和光栅层深度都具有很强的敏感性, 利用导模共振对光栅参量和入射条件敏感性的特点, 可以设计出性能优良的反射滤光片.

参考文献

- Hessel A, Oliner A A. A new theory of wood's anomalies on optical gratings. *Applied Optics*, 1965, **4**(10): 1275~1298
- Neviere M, Petit R, Cadilhac M. About the theory of optical grating coupler-waveguide. *Optical Communication*, 1973, **8**(2): 113~117
- 周传宏, 王磊, 聂娅, 等. 介质光栅导模共振耦合波分析. *物理学报*, 2002, **51**(1): 68~73
Zhou C H, Wang L, Nie Y, et al. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(1): 68~73
- 刘全, 吴建宏. 光栅的标量衍射理论与耦合波理论的分析. *激光杂志*, 2004, **25**(2): 31~33
Liu Q, Wu J H. *Laser Journal*, 2004, **25**(2): 31~33
- Sharon A, Rosenblatt D, Friesem A A. Resonant grating-waveguide structure for visible and near infrared radiation. *J Opt Soc Am A*, 1997, **14**(11): 2895~2993
- 秦涛, 石建平, 陈旭南. 亚波长波导光栅导模共振研究. *光电工程*, 2004, **31**(2): 25~27.
Qin T, Shi J P, Chen X N. *Opto-Electronic Engineering*, 2004, **31**(2): 25~27

- 7 Mashev L, Popov E. Zero order anomaly of dielectric coated gratings. *Optical Communication*, 1985, **55** (3): 377~380
- 8 Avrustky I A, Sychugov V A. Reflectance of a beam of finite size from a corrugated waveguides. *J Mod Optics*, 1989, **36**(11):1527~1539
- 9 Meriakri V V, Nikitin I P, Parkhomenko M P. Frequency characteristics of metal-dielectric gratings. *Radiotekhnika i Elektronika*, 1992, **37**(4):604~611
- 10 Priambodo P S, Maldonado T A, Magnusson R. Fabrication and characterization of high-quality waveguide-mode resonant optical filters. *Appl Phys Lett*, 2003, **83**(16):3248~3250
- 11 曹召良, 卢振武, 李凤有, 等. 亚波长介质光栅的制作误差分析. *光子学报*, 2004, **33**(1):76~79
Cao Z L, Lu Zh W, Li F Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(1): 76~79
- 12 张殿文, 卢振武, 曹召良, 等. 刻蚀表面面形的分析. *光子学报*, 2002, **31**(7):888~893
Zhang D W, Lu Z W, Cao Zh L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7):888~893
- 13 Petit R. *Electromagnetic Theory of Gratings*. Berlin, Springer-Verlag, 1980. 143~150
- 14 Moharam M G, Pdommet D A, Grann E B. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief grating: enhanced transmittance matrix approach. *J Opt Soc Am*, 1995, **12**(5):1277~1086
- 15 Rytov S M. Electromagnetic properties of a finely stratified media. *Sov Phys JETP*, 1956, **2**(3):466~475
- 16 Marcuse D. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. New York and London: Academic press, 1974. 1~7
- 17 Macleod H A. *Thin-film Optical Filters*. London: Institute of physics publishing, 1989. 37~43

Research on Guide-Mode Resonance for Sub-Wavelength Dielectric Grating

Sang Tian^{1,2}, Wang Zhanshan¹, Wu Yonggang¹, Lin Xiaoyan¹, Tian Guoxun¹, Cheng Lingyan¹

¹ Institute of Precision Optical Engineering, Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092

² Department of physics, Qianna Nationalities teacher's college, DuYun, Guizhou 558000

Received date: 2005-01-18

Abstract Weakly modulated dielectric grating can be equivalent to planar waveguide. When diffracted high-order spatial sub-waves are coupled with the leak mode of the grating, guided-mode resonance occurs. In this paper, an analytical expression for the resonant position of weakly modulated dielectric grating is derived from the eigenvalue equation of planar waveguide. Its predicted results are consistent with the rigorous coupled-wave theory. The phenomenon that guided-mode resonance causes double reflection peaks at normal incident is explained for the first time, and the reasons that guide-modes is sensitive to the incident angle and the grating period are also discussed. In addition, the way to get reflection filters with good peculiarities is analyzed theoretically from the equation of characteristic matrix of the thin film

Keywords Guided-mode resonance; Dielectric grating; Resonant position; Reflection filters



Sang Tian was born on may 1, 1978, in Guizhou province, China. He received the B. S. degree and M. S. degree in 2000 and 2006, from Guizhou Normal University and Tongji University, China. He is presently pursuing the Dr. degree in optical engineering at Tongji University. He is interested in optical coating and grating designing and fabrication.