

# 复杂三维场景数字全息图隐藏面问题研究\*

李 勇<sup>1,2</sup> 苏显渝<sup>1</sup> 王 辉<sup>2</sup> 金洪震<sup>2</sup>

(1 四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

(2 浙江师范大学信息光学研究所, 金华 321004)

**摘 要** 从数字全息图制作原理出发, 分析了隐藏面对数字全息图再现像的影响, 得出在制作复杂场景数字全息图时必须进行消隐. 在此基础上提出了一种消隐方法, 通过寻找连接全息面上每一采样点与场景中每一采样点之间的虚拟光线与场景的交点中到全息面距离最短的交点集来消隐. 最后给出了这种方法的原理和计算机模拟结果.

**关键词** 计算机全息; 三维显示; 消隐; 像质

**中图分类号** TB877 **文献标识码** A

## 0 引言

激光全息<sup>[1]</sup>是一种最有前途的逼真三维显示技术, 全息图的数字化工作一直是人们关注的议题. Schnars 等<sup>[2]</sup>提出用 CCD 元件作为全息图的记录材料得到数字全息图, 并用计算机获取物光波波前的方法, 但该方法对记录系统要求高, 而且仅仅是激光全息图的数字化, 不可避免的相干噪音对于三维显示不够理想. 而将全息过程数字化的计算全息图是一种更为广义的数字全息图, 使得全息图制作更具灵活性, 所以一直受到人们的特别关注<sup>[3,4]</sup>, 并且朝着全息影视方向发展<sup>[5]</sup>. 为了使数字全息图在立体显示<sup>[6]</sup>中具有实用价值, 一方面必须解决计算速度, 为此人们提出了一些快速算法提高全息图计算速度<sup>[7~12]</sup>; 另一方面必须解决数字全息特有三维场景隐藏面问题. 由于隐藏面发出的光与可见面发出的光发生干涉, 破坏了再现像的像质. 对于复杂三维场景, 要制作高质量的数字全息图, 必须进行隐藏面消除.

## 1 原理

### 1.1 数字全息图制作原理

计算机制作全息图采用的模型如图 1. 图中坐标系采用右手系, 全息面  $H$  位于  $xy$  坐标平面上,  $ABCD$  为场景中的一个物体, 它自身发射或反射光波到全息面上. 因为反射物体可以等效为自发光物体, 这里将场景看作是自发光的. 由于数字计算机只能处理离散数据, 制作数字全息首先要将场景按显示分辨率需要离散化(即采样), 同时全息面上的点也要离散化. 这样, 场景中每一点发出的光也是

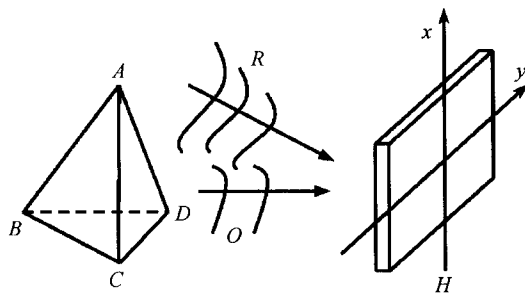


图 1 数字全息图制作模型

Fig. 1 Computational model of digital hologram

角度离散化了的“光线”(即场景中每一采样点与全息面上每一采样点之间的连线). 设离散化后场景中第  $i$  点  $(x_i, y_i, z_i)$  发出的“光线”在全息面上的复振幅分布为

$$O_i(x, y) = \frac{a_i}{r(x, y, x_i, y_i, z_i)} \cdot \exp \left\{ j \left[ \frac{2\pi}{\lambda} r(x, y, x_i, y_i, z_i) + \varphi_i \right] \right\} \quad (1)$$

式中  $a_i/r$  是振幅,  $r(x, y, x_i, y_i, z_i) = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + z_i^2}$  为物点  $(x_i, y_i, z_i)$  到全息面上点  $(x, y)$  的距离,  $\lambda$  为波长,  $\varphi_i$  为初相位, 是随机值.

再设全息面上参考光复振幅分布为

$$R(x, y) = \frac{b}{r} \exp \{ j\Psi(x, y) \} \quad (2)$$

采用双极强度计算方法<sup>[8]</sup>, 则全息面上干涉光强分布可表示为

$$I(x, y) = A + \sum_{i=1}^N \frac{a_i}{r(x, y, x_i, y_i, z_i)} \cdot \cos \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} r(x, y, x_i, y_i, z_i) + \varphi_i - \Psi(x, y) \right\} \quad (3)$$

式中  $A$  为直流偏置, 使强度非负,  $N$  为场景中的总物点数.

在计算机中计算出全息面上的光强分布后, 根据需要可将它以普通照相方式记录在全息干版或高

\* 国家自然科学基金(60477039)资助项目

Tel: 0579-2298863 Email: liyong@zjnu.cn

收稿日期: 2005-01-18

分辨率胶片上,也可直接送到空间光调制器上实现全息图的直接再现. 如果以视频速度再现全息图,可以实现全息影视.

1.2 隐藏面对再现像质的影响

在激光全息中由于光波被遮挡,隐藏面自然被消除,不存在隐藏面的干扰问题. 但在数字全息中必须研究隐藏面对再现像的干扰问题,以决定是否进行消隐.

以在观察方向上前后重叠的两个物体  $O_1, O_2$  为例分析,如图2. 设紧靠  $O_1$  右边的面上两物体波

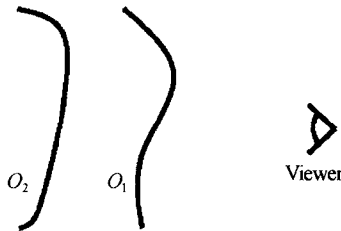


图2 观察方向上重叠的物体  
Fig. 2 Objects overlapped in viewing direction

前分别为:  $U_1(x, y) = O_1(x, y) \exp [j\phi_1(x, y)]$  和  $U_2(x, y) = O_2(x, y) \exp [j\phi_2(x, y)]$ , 则观察者所看到的光强分布为

$$I(x, y) = |U_1(x, y) + U_2(x, y)|^2 = O_1^2(x, y) + O_2^2(x, y) + 2O_1(x, y)O_2(x, y) \cdot \cos [\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)] \quad (4)$$

对观察者来说,式(4)的第一项是有用信号,而后面两项是噪音. 再现像的信噪比可以表示为

$$SNR(x, y) = \left| \frac{1}{A^2(x, y) + 2A(x, y)B(x, y)} \right| \quad (5)$$

式中,  $A(x, y) = \frac{O_2(x, y)}{O_1(x, y)}$ ,  $B(x, y) = \cos [\phi_1(x, y) - \phi_2(x, y)]$ . 式(5)分母可表示为

$$f(A) = A^2(x, y) + 2A(x, y)B(x, y) = [A(x, y) + B(x, y)]^2 - B^2(x, y) \quad (6)$$

下面讨论  $A(x, y)$  与  $f(A)$  的关系,式(6)是关于  $A(x, y)$  的抛物线方程,其图像如图3. 当  $B(x, y) > 0$  时图像对称中心在左半平面,  $B(x, y) < 0$  时图像对称中心在右半平面. 由式(5)可知,  $f(A)$  越小,信噪比越高. 由于  $A(x, y) > 0$ ,从图3可以看出: 1) 无论  $B(x, y)$  取何值,  $A(x, y)$  越靠近0,即  $O_1(x, y)$  比  $O_2(x, y)$  越大,信噪比越高; 2) 当  $B(x, y) < 0$  时,  $A(x, y)$  越靠近  $2|B(x, y)|$ ,信噪比越高. 对于复杂场景, 1) 通常不能满足. 对于 2), 由数字全息原理可知, 由于  $B(x, y)$  在空间分布是随机的, 更不容易满足. 总之, 在复杂场景中无法满足高信噪比条件, 因此在制作复杂场景数字全息图时, 必须进行消隐才能保证再现像的质量.

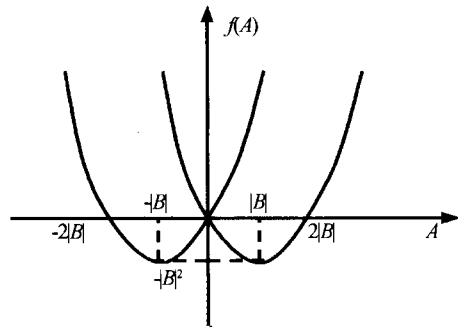


图3  $f(A)$  图像  
Fig. 3 Curve of  $f(A)$

1.3 消隐原理

为解决消隐问题,首先对数字全息的形成过程进行分析. 为方便讨论,以物体  $x$  坐标这一维为例进行分析. 如图4,位于物体前表面上的  $Q_1$  点发出的光可以照到全息面  $H$  上的任一点,  $Q_2$  点发出的光由于被遮挡只能照到  $H$  上  $P_1$  点以下部分,而位于物体后表面上的  $Q_3$  点发出的光根本无法照到  $H$  上. 对于场景来说,并非所有点发的光都能照到全息面上参与全息图的形成,而且并非每一点发的光都能照到整个全息面. 因此,在数字全息图制作之前首先要确定场景中哪些点对全息图有贡献,每一个有贡献的点能照的全息面范围. 由数字全息的计算原理,可以设想全息面上每一采样点与场景中的每一采样点之间存在一系列的虚拟光线,如图4中  $Q_1, Q_2$  发出的射线段. 通过研究它们的特点可以得到数字全息图隐藏面消除的基本原理. 为研究方便,下面以全息面上的采样点为出发点进行研究,由于光路可逆,可以认为由全息面上的采样点发出光线照亮场景,如图5,  $P$  点发出的虚拟光线照到物体的每一点. 研究线段  $PQ$  的情况,在  $PQ$  上只有唯一的点  $Q_1$  被真正照亮. 从几何上来看  $PQ$  线段上  $Q_1$  点到  $P$  距离最近,对其他线段的分析有同样的结果. 因此,可以得出求全息面上任一点  $P$  所对应的有效物点集方法: 由  $P$  点发出一系列射线,求出每条射线与场景的所有交点,再在每条射线求距离

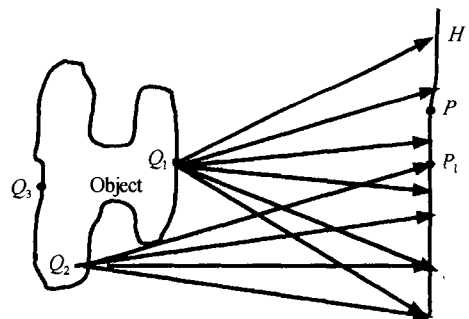


图4 全息面复振幅贡献情况  
Fig. 4 Complex amplitude distribution of different object points

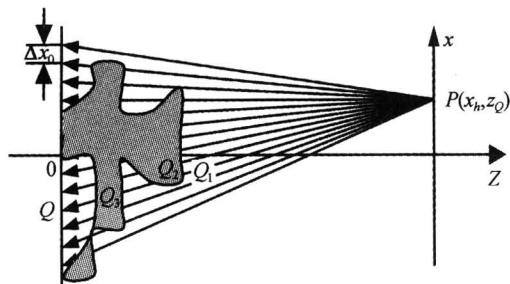


图5 隐藏面消除基本原理

Fig. 5 Basic principle of hidden surface removal

$P$  点最近的交点, 求出的这些交点就是  $P$  所对应的有效物点集. 用一维情况说明本方法的数学原理.

设距离全息图最远的与全息图平行的场景平面为  $Q_0$  平面, 物点取样间隔为  $\Delta x_0$ , 场景可以描述为:  $z=f(x)$ . 如果在  $Q_0$  平面上某物点的坐标为  $x_{Q_0,1}$ , 则在这个平面上其它可能存在的物点坐标应该为

$$x_{Q_0,i} = x_{Q_0,1} + i\Delta x_0 \quad i=0,1,2,3,\dots$$

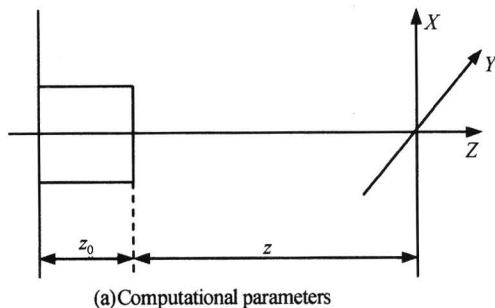
将这些点与  $P$  点连成直线, 形成一直线族

$$x = \frac{x_h - x_{Q_0,i}}{z_0} z + x_{Q_0,i} \quad (7)$$

对直线族中每条直线求解方程组

$$\begin{cases} x = \frac{x_h - x_{Q_0,i}}{z_0} z + x_{Q_0,i} \\ z = f(x) \end{cases} \quad (8)$$

得到一系列解  $(x_{oj}, z_{oj})$ ,  $j=0,1,2,3,\dots$ . 对应  $P$  点



(a) Computational parameters

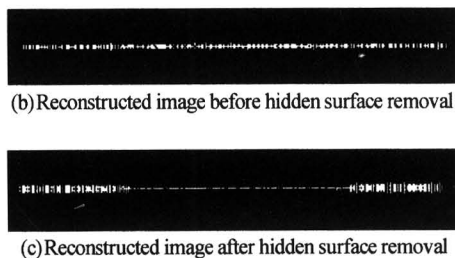
有效的物点就在这些解中. 然后计算这些点和  $P$  点的距离

$$d_{ji} = \sqrt{(x_{oj} - x_h)^2 + (z_{oj} - z_0)^2} \quad (9)$$

在这条直线上  $d_{ji}$  值最小的物点, 就是要找的有效物点. 对每条直线都进行上述计算, 得到一系列  $d_{ji}$  值最小的物点, 它们得集合就是  $P$  所对应的有效物点集. 在数字全息图计算中对全息面上的所有采样点都要先求对应它的有效点集, 然后计算复振幅. 这样就实现了全息图隐藏面的消除.

## 2 计算机模拟

用如图 6(a) 的有底台阶物体进行了模拟, 采用 VC++ 编写了消隐程序对物体进行消隐. 采用自行开发的数字全息制作程序制作了物体的数字全息图. 为避免全息图输出、再现过程中引入的附加噪音, 这里采用了全息图数字再现程序对制作的数字全息图进行再现. 参量如下:  $z=300$  mm,  $z_0=20$  mm, 突出部分宽 10 mm, 底部两边延伸部分各宽 5 mm, 物点光强都相同. 全息面在  $xy$  平面上, 全息图尺寸为  $1024 \times 1024$  点, 中心位于原点, 参考光为平行光, 入射角  $5^\circ$ ; 再现光与记录时的参考光共轭, 再现时像面在距离全息面 300 mm 处 (即台阶顶部在像面上). 图 6(b) 为未作消隐的再现像, (c) 为消隐后的



(b) Reconstructed image before hidden surface removal

(c) Reconstructed image after hidden surface removal

图6 计算机模拟结果

Fig. 6 Results of simulation

再现像. 对比两图可以看出, 消隐后再现像清晰, 层次分明; 而未作消隐的再现像由于底部和突出部分光波干涉, 前后层次无法分辨. 模拟再现的结果也说明了该消隐原理的正确性.

## 3 结论

隐藏面消除问题是高像质复杂场景大视角数字全息制作的关键问题之一. 从数字全息的制作原理出发, 分析了隐藏面对数字全息图再现像的干扰情况, 得出对于复杂场景数字全息图, 必须要进行消隐. 然后以全息面上的点为研究出发点, 研究了相对于全息面上的点, 可见面的特点, 提出了一种消隐方

法, 它可以将隐藏面完全消除. 本文给出的是原理性的方法, 在实验中发现, 隐藏面消除操作要花费大量时间, 这对于复杂场景数字全息来说是个大问题. 目前正在探索基于本文提出的原理, 考虑多视角、人眼视觉特点的快速消隐方法, 并有了初步的结果.

### 参考文献

- 1 金伟民, 毛和法, 王辉. 室外自然场景体视彩虹全息图的制作方法研究. 光子学报, 2005, **34**(1): 118~120  
Jin W M, Mao H F, Wang H. Acta Photonica Sinica, 2005, **34**(1): 118~120
- 2 Schnars U, Kreis T M, Juptner W P O. Digital recording and numerical reconstruction of holograms; reduction of the spatial frequency spectrum. Opt Eng, 1996, **35**(4):

- 977~982
- 3 Leseberg D. Computer generated holograms: cylindrical, conical, and helical waves. *A ppl Opt*, 1987, **26**(20) : 4385~4390
  - 4 Siegmund P, Matthias W. 3-D Displays: A review of current technologies. *Displays*, 1997, **17**(2): 100~110
  - 5 Mark L, Pierre St H, Stephen A B, *et al.* New Approaches To Holographic Video, Proceedings of Holographics International '92. *Proc of SPIE*, 1992, **1732**:377~386
  - 6 李勇,王辉,应朝福,等. 大视角计算机制彩虹全息研究. *光子学报*, 2003, **32**(5):595~597  
Li Y, Wang H, Ying C F, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(5):595~597
  - 7 李勇,王辉,应朝福,等. 基于高速局域网的计算机制全息并行计算算法及实现. *激光与红外*, 2002, **32**(5):333~335  
Li Y, Wang H, Ying C F, *et al.* *Laser&Infrared*, 2002, **32**(5):333~335
  - 8 金洪震,李勇,王辉. 利用差分方法实现相息图快速计算. *光电工程*, 2001, **28**(4) :30~33  
Jin H Z, Li Y, Wang H. *Opto-Electronic Engineering*, 2001, **28**(4):30~33
  - 9 Li Yong, Jin Hongzhen, Wang Hui, *et al.* Research for horizontal parallax only kinoform in 3D display. *Chinese Journal of Lasers B*, 2002, **B11**(6):465~468
  - 10 Mark L. Interactive computation of holograms using a look-up table. *Journal of Electronic Imaging*, 1993, **2**(1):28~34
  - 11 蔡晓鸥,王辉,李勇. 数字全息图变频采样研究. *光子学报*, 2004, **33**(4):481~484  
Cai X O, Wang H, Li Y. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4):481~484
  - 12 蔡晓鸥,王辉,李勇. 相息图的变频采样研究. *光子学报*, 2005, **34**(1):114~117  
Cai X O, Wang H, Li Y. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(1):114~117

## Research on Hidden Surface of Complex Scenes in Digital Hologram

Li Yong<sup>1,2</sup>, Su Xianyu<sup>1</sup>, Wang Hui<sup>2</sup>, Jin Hongzhen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu 610064*

<sup>2</sup> *Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004*

Received date:2005-01-18

**Abstract** The computer-generated hologram called digital hologram as well, which is fully digitized, is laid store by people as a kind of new 3D display technology. But compared with optical hologram, hidden surface of scene is a special problem of digital hologram. This problem doesn't be solved well before. To solve it, first the decay of reconstructed image quality caused by hidden surfaces is analysed based on the theory of digital hologram. The conclusion is drawn which is the hidden surfaces must be removed when computing holograms of complex scenes. Secondly a method to remove hidden surfaces is presented, which is to find the collection of nearest intersection points on virtual rays connecting every sample point of scene to that of hologram. Finally the results of simulation are presented. High quality digital hologram will be made when the method presented employed.

**Keywords** Computer-generated hologram; 3D display; Hidden surface removal; Image quality



**Li Yong** was born in 1972, Zhejiang, China. He received the B. S. degree from Zhejiang Normal University in 1994 and received his M. S. degree from Zhejiang University in 2003. He is working for his Ph. D. degree in optical information processing at Sichuan University. His research interests include optical information processing, optical 3D sensing and 3D display.