

导引中心“呼吸”孤子传输理论及数值分析*

徐 铭 吉建华 杨淑雯

(深圳大学信息工程学院新技术研究中心, 深圳 518060)

摘 要 采用导引中心理论分析了色散管理孤子系统, 证明了色散控制孤子(DMS)传输的稳定性, 同时, 给出了“呼吸”色散管理孤子的稳定传输条件. 结合数值计算方法研究了 DMS 参量如幅度、脉宽、啁啾以及脉冲能量在色散管理周期内演化特性, 该结果传输系统的稳定传输的特性, 从而不但验证了导引中心“呼吸”孤子传输理论的结果, 而且证明 DMS 在不同的平均路径色散条件下的鲁棒性.

关键词 色散控制孤子; 导引中心孤子; 快速分步傅里叶算法

中图分类号 TN929.11 **文献标识码** A

0 引言

色散控制孤子(DMS)是近年来提出的一种新的光孤子通信方案, 与普通恒色散孤子通信方案相比, 具有脉冲能量高、路径平均色散低、信噪比高和定时抖动小等特点, 该方案传输的脉冲已经不再是经典孤子, 而是形状已变成类高斯形的“呼吸”孤子^[1,2]. 但是, DMS 仍然是描述该类系统传输特性的非线性传播方程的孤立波解, 因此研究经典孤子传输理论的各种研究方法, 基本上都可用来研究 DMS 系统^[2~5]. Hasegawa 等曾经采用导引中心理论研究了有损耗、放大^[6]传输系统的稳定性. 和平均导引孤子不同的是, DMS 传输系统方案中是人为地引入的周期变化的色散项, 该种系统的稳定性条件、传输基本特性以及传输方案是否为经典孤子的传输方案, 这都需进行更深入的研究. 本文将采用导引中心理论严格地证明“呼吸”孤子的稳定传输, 然后结合数值方法分析该系统的稳定传输的基本特性, 从而为该传输方案的应用提供理论依据.

1 导引中心“呼吸”孤子传输理论分析

对于周期性集总放大的正负色散周期性交替变化的色散补偿系统, 脉冲的传输演化行为可由非线性薛定谔方程(NSL)描述

$$i \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2(z) \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \gamma(z) |E|^2 E = i[-\alpha + \exp(\alpha z_a - 1) \sum_{m=1}^N \delta(z - m z_a)] E \quad (1)$$

式中 $z, t, \beta_2(Z), \alpha, \gamma, N$ 分别为传输距离、延长时间、群速度色散、光纤损耗、非线性系数以及放大器

总数, 放大周期长度为 z_a . 和经典孤子系统中 $\beta_2(Z)$ 恒定不变的情况不同, 在 DMS 系统中其值随距离而变, 在传输段和补偿段取值不同, 由此导致两种系统中传输的光脉冲具有不同的特征.

对式(1)进行归一化处理: 令 $P = \frac{E}{\sqrt{P_0}}, T = \frac{t}{T_0}, z = \frac{z}{L_D}, L_D = T_0^2 / \langle \beta_2 \rangle$ ($\langle \cdot \rangle$ 代表取路径平均), T_0

为脉冲的初始半宽度, 则式(1)可写为

$$i \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{2} d(Z) \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} + \sigma(Z) |P|^2 P = iG(Z)P \quad (2)$$

式中 $d(Z) = -\beta_2 L_D / T_0^2 = \frac{-\beta_2}{\langle \beta_2 \rangle}$, $\sigma(Z) = \gamma P_0 L_D, P_0 = \frac{\langle \beta_2 \rangle}{\langle \gamma \rangle T_0^2}$ 和 $G(Z) = -\Gamma + [\exp(\Gamma Z_a) - 1] \sum_{m=1}^N \delta(Z - m Z_a)$ 分别表示归一化周期色散的变化项、归一化非线性项、脉冲初始输入功率和周期放大及损耗项, $\Gamma = \alpha L_D$ 为归一化损耗系数, 现在再作如下变换, 令

$$U(Z, T) = a(Z)P(Z, T) \quad \frac{da}{dZ} = -\Gamma a + [\exp(\Gamma Z_a) - 1] \sum_{m=1}^N \delta(Z - m Z_a) a \quad (3)$$

则式(2)可改写为标准非线性薛定谔方程(NLSE)表示的色散控制孤子系统传输方程

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2} d(Z) \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + Q(Z)^2 |U|^2 U = 0 \quad Q(Z) = a(Z) [\sigma(Z)]^{1/2} \quad (4)$$

式中 $Q(Z)$ 是含有周期放大损耗以及非线性变化的项. 式(4)不仅可用于研究 DMS 的传输特性, 当不考虑或不存在非线性时, $Q(Z) = 0$, 方程亦可用于分析线性色散补偿光纤通信系统的性能. 假定非线性系数变化较小, 从而归一化非线性系数 $\sigma(Z) \approx 1$, 此时 $Q(Z) \approx a(Z)$. 分离 $d(Z), a(Z)$ 两参量的变化项

$$d(Z) = d_0 + d(Z) \quad a^2(Z) = a_0 + a(Z) \quad (5)$$

在一个周期 Z_a 上, $\langle \tilde{d} \rangle \equiv \int_0^{Z_a} \tilde{d}(Z) dZ / Z_a = 0, \langle \tilde{a} \rangle \equiv$

* 广东省自然科学基金(No. 04300855)资助项目
Tel: 0755-26536153 Email: xum@szu.edu.cn
收稿日期: 2005-01-07

$\int_0^{Z_a} \tilde{a}(Z) dZ/Z_a = 0, \langle d \rangle = d_0, \langle a^2 \rangle = a_0, \langle \cdot \rangle$ 表示对周期 Z_a 的路径平均.

为采用导引中心理论, 将系统脉冲包络演化式(4)改写成距离的全微分形式

$$\frac{dU}{dZ} = X(U, U^*; Z) = X_0(U, U^*) + \tilde{a}(Z)X_{0A}(U, U^*) + \tilde{d}(Z)X_{0D}(U, U^*) \quad (6)$$

式中

$$X_0(U, U^*) = d_0 \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + a_0 i |U|^2 U \quad X_{0D}(U, U^*) = \frac{i}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad X_{0A}(U, U^*) = i |U|^2 U \quad (7)$$

对式(6)应用李(Lie)变换过程^[8]. 首先, 对原函数 $U(Z, T)$ 作李变换

$$U = e^{\phi \cdot \nabla} v = v + \phi(v, v^*; Z) + \frac{1}{2}(\phi \cdot \nabla \phi)(v, v^*; Z) + \dots \quad (8)$$

式中

$$e^{\phi \cdot \nabla} = 1 + \phi \cdot \nabla + \frac{1}{2!} \phi \cdot \nabla (\phi \cdot \nabla) + \dots \quad (9)$$

ϕ 为李生成函数, U 为变换后的新包络场变量, 而 $\phi \cdot \nabla$ 则是关于泛函 $\phi(v, v^*; Z)$ 的方向导数, 或李导数, 其定义为

$$\phi \cdot \nabla = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\phi_{nT} \frac{\partial}{\partial v_{nT}} + \phi_{nT}^* \frac{\partial}{\partial v_{nT}^*} \right] \quad (10)$$

式中 $\phi_{nT} = \frac{\partial^n \phi}{\partial T^n}, v_{nT} = \frac{\partial^n v}{\partial T^n}$, 可见李变换将式(6)中的原宗量 (U, U^*) 变为无穷维空间 $(v, v^*, v_T, v_T^*, v_{TT}, \dots; Z)$ 中的新宗量. 此处的李生成泛函 ϕ 则是待定的, 其具体形式的确定与变换后方程中的非久期项有关.

其次, 寻找合适的收敛尺度以便李变换和变换后的方程收敛. 平均导引孤子理论采用的是归一化放大间距, 而 DMS 系统中, 由于有两个变化的扰动项: d 和 a^2 的变化周期可能不一样, 因此收敛的尺度也不一样. 为了简化计算, 这里只讨论两者周期相等情形, 即 $Z_a = Z_d$, 这通常是 DMS 系统中较为普遍的情况. 而其他情形下 ($Z_a > Z_d, Z_a < Z_d$), 则采用周期较短的一个作为收敛尺度, 结果和本文讨论的一致.

将李生成函数和变换后的方程以扰动的形式展开为

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \dots \quad \frac{dv}{dZ} = Y_0 = X_0 + Y_{01} + Y_{02} + \dots \quad (11)$$

且约定 ϕ_n 和 Y_{0n} 为 $O(Z_a^n)$ 阶小量, $\frac{\partial \phi_n}{\partial Z}$ 为 $O(Z_a^{n-1})$ 阶小量. 式(6)、(11)中的空间全微分在变换至无穷维

空间 $(v, v^*, v_T, v_T^*, v_{TT}, \dots; Z)$ 后

$$\frac{d}{dZ} = \frac{\partial}{\partial Z} + \frac{dv}{dZ} * \nabla \quad (12)$$

将式(8)代入式(6)并结合式(11)、(12)可以得到

$$Y_0 + \frac{\partial \phi}{\partial Z} + \frac{1}{2!} \left[\phi, \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right] + \frac{1}{3!} \left[\phi, \left[\phi, \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right] \right] + \dots = X + [\phi, X] + \frac{1}{2!} [\phi, [\phi, X]] + \dots \quad (13)$$

将式(11)代入式(13), 并设定 dv/dZ 为 $O(1)$ 阶小量, 令式(13)两边的各阶小量分别相等, 即可以得到李生成函数 $\phi(v, v^*; Z)$.

从 $O(1)$ 阶小量可得

$$\frac{d\phi_1}{dZ} = a(Z)X_{0A}(v, v^*) + d(Z)X_{0D}(v, v^*) \quad (14)$$

对式(14)积分可以得到

$$\phi_1(v, v^*; Z) = a_1(Z)X_{0A} + d_1(Z)X_{0D} + \phi_{10}(v, v^*) \quad (15)$$

式中 $\phi_{10} = \langle \phi_1 \rangle$, 且

$$\frac{da_1}{dZ} = a, \quad \frac{dd_1}{dZ} = d \quad (16)$$

ϕ_{10} 由 ϕ_2 的非久期条件决定.

同理可以求至 $O(Z_a)$ 阶小量和 $O(Z_a^2)$ 阶小量

$$\frac{d\phi_2}{dZ} = [\phi_1, X_0] + \frac{1}{2} [\phi_1, \frac{\partial \phi_1}{\partial Z}] - Y_{01} \quad (17)$$

$$\frac{d\phi_3}{dZ} = [\phi_2, X_0] + \frac{1}{2} [\phi_2, \frac{\partial \phi_1}{\partial Z}] + \frac{1}{12} [\phi_1, [\phi_1, \frac{\partial \phi_1}{\partial Z}]] - Y_{02} \quad (18)$$

式中 $[\phi_1 X_0] = \phi_1 \nabla X_0 - X_0 \nabla \phi_1$ 为李变换括号.

最终可以求得 U 的解以及有关新变量 v 的非线性薛定谔方程为

$$\frac{\partial v}{\partial Z} = i \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} + i |v|^2 v + \beta_{20} [X_{0A}, [X_{0A}, X_{0D}]] + O(Z_a^3) \quad (19)$$

$$U = v + \phi_1 + \frac{1}{2} (\phi_1 \nabla \phi_1) + \phi_2 + O(Z_a^3) \quad (20)$$

式中 $\beta_{20} = -\frac{1}{2} \langle \tilde{a}_2 \tilde{a} \rangle + \frac{1}{12} \langle (\tilde{a}_1 - \tilde{d}_1) (\tilde{a}_1 \tilde{d} - \tilde{a} \tilde{d}_1) \rangle$,

\tilde{a}_2 满足: $\frac{d\tilde{a}_2}{dZ} = \tilde{a}_1 (1 + \frac{d}{2}) - \tilde{d}_1 (1 + \frac{\tilde{a}}{2}) + \alpha_{10}, \alpha_{10} = -\frac{1}{2} \langle \tilde{a}_1 \tilde{d} - \tilde{a} \tilde{d}_1 \rangle$.

结果表明: 对于 $Z_a (Z_d) \ll 1$ 的 DMS 传输方案系统, 因 β_{20} 为 Z_a 的二次项, 故式(19)只须考虑到右边第二项即可, 为标准的非线性薛定谔方程, 具有孤子解. 式(20)表明光纤中光场的慢变包络 $U(Z, T)$ 的演化是由两部分组成: 一部分是以 v 为代表, 为标准薛定谔方程的基态孤子解, 是脉冲演化状况的主体和“内核”部分; 另一部分则是式中关于 v 的高阶

项,代表脉冲在孤子波形 v 的基础上所受的周期放大损耗以及色散项的扰动,当时 $Z_a(Z_d) \ll 1$,其影响完全可以忽略,证明了在 DMS 传输方案系统中,只要 $Z_a(Z_d) \ll 1$,系统中的脉冲就能长距离稳定传输.

2 导引中心“呼吸”孤子传输稳定性数值分析

当 DMS 脉冲演化的主体或“内核”部分 v 是稳定的,然而受周期色散管理的影响,脉冲在波形上会出现扰动演化 $\phi_1, \phi_2 \dots$.

假定式(4)的试探解为^[7]

$$U(\tau, Z) = \sqrt{p(Z)}v(\tau, Z)\exp\left(\frac{i}{2}C(Z)\tau^2\right) \quad (21)$$

$$\tau = p(Z)T$$

代入式(4)且分离变量,获得

$$i \frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{p^2 d(Z)}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + pQ(Z)^2 |v|v - \frac{k(Z)}{2} \tau^2 v = 0 \quad (22)$$

$$\frac{dp}{dZ} = Cp^3 d(Z) \quad (23a)$$

$$k(Z) = \frac{dC}{dZ} - C^2 p^2 d(Z) \quad (23b)$$

式中 $k(Z)$ 为待定的函数,表示的是啁啾 C 的变化项,由变化的色散 $d(Z)$ 所致,可采用拉氏变分法^[8]

确定: $k(Z) = p^2 d(z) - \frac{E}{\sqrt{2\pi}} p$, $E = |U|^2$ 为非线性脉冲的能量.

式(22)表明,脉冲的演化由方程左边三部份决定:第二项周期色散项,第三项非线性项,即自相位强度调制项,以及第四项啁啾项,而式(23)表明了脉宽 p 与啁啾项 k 的演化关系.

采用如图 1 的色散分布图,对于导引中心“呼吸”孤子理论给出的稳定传输条件 $Z_a(Z_d) \ll 1$,采用快速分步傅里叶算法(SSFFT)直接对式(4)和式(22)进行数值积分,以求解系统中光脉冲的传输演化波形.

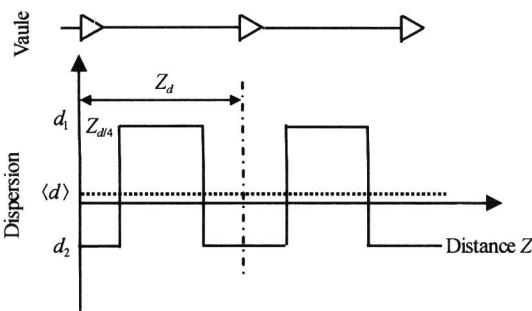


图 1 色散管理简图

Fig. 1 The sketch map of dispersion management

图 2 为对 NLS 式(4)数值计算的结果,表明孤

子在欠补偿情况下(孤子运行在反常平均色散区内),一个色散分布周期内的演化情况,计算中所用的参量为:输入脉冲的宽度 $T_0 = 9$ ps,光纤的色散 $d_1 = 30(-3 \text{ ps}^2/\text{km})$, $d_2 = -28(2.8 \text{ ps}^2/\text{km})$ (括号内表示的是两段光纤的实际二阶色散值 β_2),放大器间距和补偿周期相等,即 $z_a = z_d = 60$ km,数值为每隔 1 km 就取一组数值.受色散扰动的影响,脉冲幅度 $U(Z, T)$ 与脉宽 T 在一个色散补偿周期内波动较大,形似“呼吸”状.但是,这种波动是周期性的,脉冲 $U(Z, T)$ 能够以近似高斯形稳定传输,每个周期后恢复初始值.这种情形非常类似于经典孤子

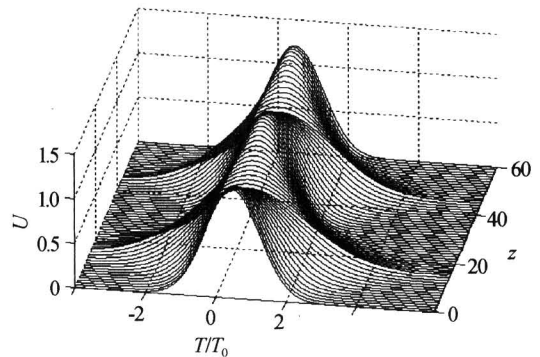


图 2 在欠色散补偿条件下,DMS 的幅度在一个色散管理周期内的演化

Fig. 2 The amplitude U of DMS evolving in a period of dispersion managed map in condition of lack of averaged dispersion value

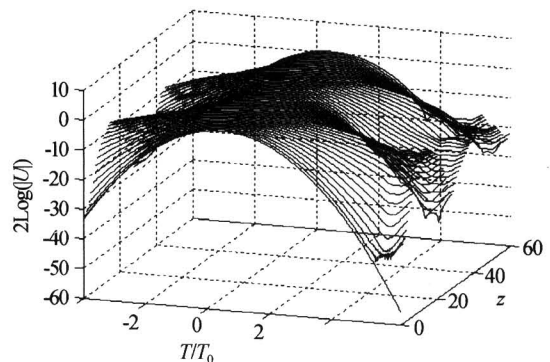


图 3 DMS 的能量 $E = |U|^2$ 在一个色散管理周期内的演化

Fig. 3 The energy of DMS $E = |U|^2$ evolving

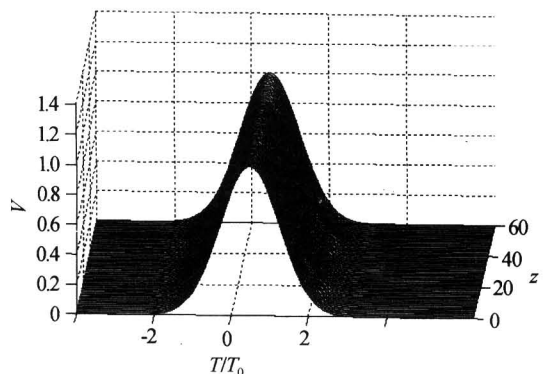


图 4 新变量 $v(\tau, Z)$ 在一个色散管理周期内的演化情形

Fig. 4 The amplitude of new variable $v(\tau, Z)$ evolving

系统中的所谓的动态孤子^[7]. 进一步对图 3(参量和图 2 相同)里的脉冲能量 E 的对数演化情况研究, 表明在一个色散管理周期内的 DMS 尾部有部分能量以色散波的形式耗散掉, 但非常小. 而图 4 为对 NLS 式(22)数值计算的结果, 由图可以看出, 新变量 v 的演化非常稳定, 类似平均孤子区的孤子演化. 即色散控制孤子的演化其“外形” $U(T, Z)$ 类似动态孤子传输, 而“内核” $v(\tau, Z)$ 类似平均孤子的传输.

图 5 为 DMS 在过补偿情况下, 即脉冲运行在正常平均色散区内的情况, 经过一个色散管理周期脉冲的 $U(T, Z)$ 的演化, 光纤的色散 $d_1 = 30(-3 \text{ ps}^2/\text{km})$, $d_2 = -34(3.4 \text{ ps}^2/\text{km})$, 而图 6 为 DMS 在完全补偿情况下, 即零路径平均色散区内的传输情况, 脉冲初始参量的选择为光纤的色散 $d_1 = 30(-3 \text{ ps}^2/\text{km})$, $d_2 = -30(3.0 \text{ ps}^2/\text{km})$, 同时 $z_a = z_d = 120 \text{ km}$. 图中显示脉冲的 $U(T, Z)$ 能够稳定的传输, 表明 DMS 传输方案可运行在正色散区或负色散区, 甚至零平均色散区.

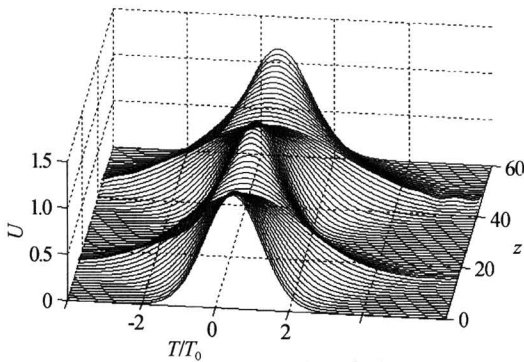


图 5 在过色散补偿条件下 DMS 的幅度 U 在一个色散管理周期内的演化
Fig. 5 The amplitude U of DMS evolving in a period of dispersion managed map in condition of excessive of averaged dispersion value

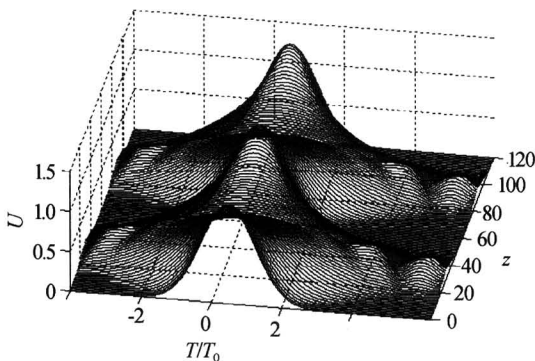


图 6 在零平均路径色散补偿条件下 DMS 的幅度 U 在一个色散管理周期内的演化
Fig. 6 The amplitude U of DMS evolving in a period of dispersion managed map in condition of zero of averaged dispersion value

为了更加细致地研究 DMS 的传输特性, 对式 (23) 采用龙格库塔数值计算方法可计算出脉宽与啁

啾随距离的演化图以及两者之间的演化关系图, 结果如图 7(a)、(b).

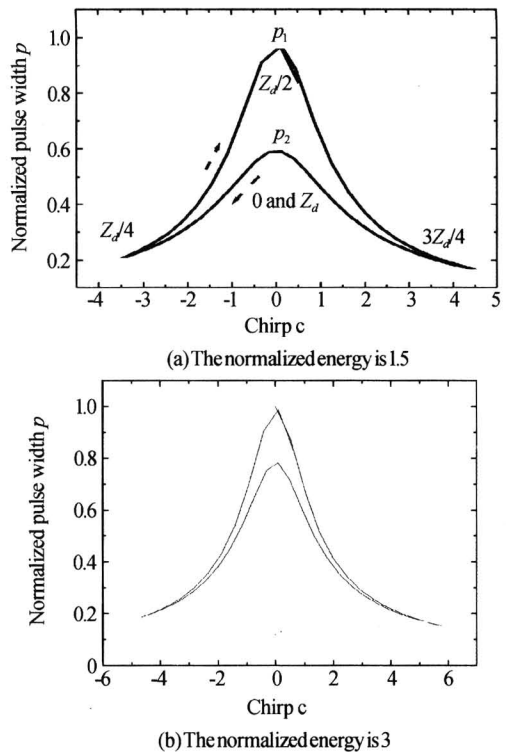


图 7 DMS 的脉宽和啁啾在 10 个色散管理周期内的演化关系
Fig. 7 The relationship of DMS pulse-width and chirp in 10 dispersion managed map

图 7 为在 10 个色散管理周期内 p - C 两者之间的演化关系图, 除脉冲能量不同外, 其他初始参量的选择如同图 2. 其中图 (a) 所选的初始脉冲能量为 1.5, 图 (b) 所选的初始能量为 3, 两图采用的其他参量相同. 图中显示, 脉冲即使经过 10 个色散管理周期后, p - C 的演化关系也是固定、重合的, 两者关系为一对称、闭合的曲线. 即在色散控制孤子系统中, 即使是欠补偿情况下, 脉冲经过很多色散管理周期后, 也能恢复到初始参量值, 说明该传输系统是稳定传输的. 但是, 从图中可以发现, 该系统经过每一个色散管理周期后, 系统参量恢复到初始值得机制是和线性系统中完全补偿情况下的机制完全不一样的, 即在经过一个色散管理周期后, 在 $Z_d/2$ 处有一个极值点 $(0, p_1)$, p_1 最大, 脉冲最窄, 在 0 和 Z_d 处脉冲有第二个极值点 $(0, p_2)$, 即在反常色散区内的平均脉冲宽度窄于正常色散区内的平均脉冲宽度. 图中还显示, 不同的脉冲能量条件下, 脉冲的演化曲线闭合面积也不一样.

3 结论

本文采用导引中心理论研究了 DMS 脉冲演化的稳定性, 通过数值方法加以验证, 并进一步对

DMS 的传输特性进行了细致的研究. 结果表明导引中心“呼吸”孤子在归一化条件 $Z_a(Z_d) \ll 1$ 下, 能够类似导引中心经典孤子稳定地传输, 系统通过合理的色散配置, 可以获得稳定的传输模式—准孤子态, 该方案不处于经典孤子提出的几种传输方案, 从总体上看, DMS 类似处于平均孤子区的孤子特点, 而局部上又类似于动态孤子区, 甚至类似绝热孤子区, 但不会有明显的色散波产生.

参考文献

- 1 Smith N J, Doran N J, Forsysaik W, *et al.* Soliton transmission using periodic dispersion compensation. *J Lightwave Technol*, 1997, **15**(10):1808~1822
- 2 Xu Ming, Yang X L, Cai J, *et al.* Analysis of performance in dispersion managed soliton system schemes(Chinese). *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1):31~36
- 3 Zhang F, Wu J, Zhang M, *et al.* Evolution of strong dispersion managed soliton in dense period fibers. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(5): 561~565
- 4 Turitsyn S K, Schafer T, Mezentsev V K. Generalized root mean square Momentum Method to describe chirped return to zero signal propagation in dispersion managed fiber links. *IEEE Photon Technol Lett*, 1999, **11**(2): 203~205
- 5 Ling J T, Wu J, Ye P D, *et al.* Times shift and timing jitter induced by Raman effect in dispersion-managed solitons. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7):829~831
- 6 Hasegawa A, Kodama Y. Guiding-center soliton in optical fibers. *Opt Lett*, 1990, **51**(4):1443~1445
- 7 Yang X L. The fundamental theory of optical soliton communications (Chinese). Beijing: press of national defense industry, 2000
- 8 Hirooka T, Hasegawa A. Chirped soliton interaction in strongly dispersion-managed wavelength-division-multiplexing systems. *Opt Lett*, 1998, **23**(10):768~770

Transmission Theory of Guiding-Center “Breathing” Soliton and Its Numerical Analysis

Xu Ming, Ji Jianhua

Advanced Technology Research Center of Information Engineer Academy in Shenzhen University, Shenzhen 518060

Received date: 2005-01-07

Abstract The guiding-center “breathing” soliton theory in dispersion managed soliton system is analysis and the stability of DMS transmission is proved. The condition of stability of DMS transmission also is given. Then, the characteristic of DMS parameters transmission evolving in dispersion map, which including amplitude, width, chirp and energy of pulse, are studied. With help of the numerical methods, it not only can be validated the results of guiding-center “breathing” soliton transmission theory, but also proved that robustness of DMS in changefully averaged dispersion value line.

Keywords Dispersion managed soliton; Guiding-center soliton; Split-step fast fourier transform



Xu Ming was born in 1970. He received his M. S. degree in 1999 and PH. D. degree in 2002 from University of Electronic Science and Technology of China (UESTC). He worked in Advanced Technology Research Center of Information Engineer Academy in ShenZhen University in 2002. His current research interests include high-speed optical communications in optical network and systems.