

# 时空非相干光孤子的传播和相干特性\*

刘伟青 施解龙 王 奇 陈园园

(上海大学理学院物理系, 上海 200444)

**摘 要** 研究了时空非相干椭圆形高斯光束在饱和对数型非线性介质中的自陷行为,得到了孤子的形成条件并分析了其相干特性,讨论了光束自陷的变化形式,发现光束的初态和材料非线性对其有决定性的影响,并进一步获得了光束半径和光束相干半径的解析表达式,发现光束的相干特性不但会随传播距离产生周期性的变化,且随组份频率的增大而减弱.

**关键词** 非线性光学;时空非相干光孤子;椭圆形高斯光束;相干半径

**中图分类号** O431.2 **文献标识码** A

## 0 引言

1996 年以前,所有有关光孤子的研究都只局限在完全相干光范围内. 1996 年, M. Mitchell 等人首次在实验上成功地利用部分相干光束激发了空间亮孤子<sup>[1]</sup>. 1997 年, 上述同一研究小组用波长范围在 380~720 nm 内的白炽灯作为光源, 在光折变晶体中又首次实现了时间和空间均不相干的白光光束的自陷——时空非相干光孤子<sup>[2]</sup>. 这些实验使得人们对光孤子的研究从完全相干光范畴迈向了非相干光的领域<sup>[3]</sup>.

研究表明,非相干光孤子的形成机理相对复杂,但关键在于介质要具有非瞬时非线性响应特性即非线性介质的响应时间要远大于光束波前上各点相位的变化时间,这样介质就只能感受到有限时间内相对平稳的平均光强,从而产生比较平滑的波导,使非相干光自陷而形成空间光孤子. 实际中,光折变晶体能满足上述要求,故在研究中常被采用<sup>[4]</sup>.

目前,对于非相干准单色光束在非瞬时非线性介质中自陷的研究已经形成了一套比较完善的理论分析方法,它们分别为:相干密度法<sup>[5,6]</sup>、自洽多模分解法<sup>[7]</sup>和互相干函数法<sup>[8]</sup>. 但是这些理论在时空非相干光孤子传播特性的研究中并不适用. 对它的研究主要是采用数值模拟方法<sup>[9]</sup>,理论上的解析见文献<sup>[10]</sup>、<sup>[11]</sup>.

本文用互谱密度法<sup>[11]</sup>研究饱和对数型非线性介质中时空非相干光束的自陷行为,得到时空非相干光孤子的形成条件和相干特性,详细讨论了稳态和周期性光孤子的变化形式,并进一步获得了精确的光束半径和光束相干半径的解析表达式,发现光束半径和其相干特性会随传播距离产生周期性的变化.

## 1 时空非相干光束的非线性传播方程

考虑来源于一非相干光源(如文献<sup>[2]</sup>中所用的白炽灯泡)的一束在时间上连续的时空非相干光,其光谱中心频率为  $\omega_0$ , 时间能量谱宽为  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ , 频谱密度为矩形, 在非线性介质中沿  $z$  轴方向传播, 在  $XOY$  平面内发生衍射, 沿  $x$  方向线性偏振<sup>[2]</sup>.

根据文献<sup>[10]</sup>提供的式(1), 可用时空域内的互相干函数  $\Gamma(\mathbf{r}_1 + \mathbf{z}_1 \mathbf{k}, \mathbf{r}_2 + \mathbf{z}_2 \mathbf{k}, \tau)$  来描述非相干光场<sup>[12]</sup>, 且

$$\Gamma(\mathbf{r}_1 + \mathbf{z}_1 \mathbf{k}, \mathbf{r}_2 + \mathbf{z}_2 \mathbf{k}, \tau) = (2\pi)^{-1} \int_0^\infty d\omega \Gamma_\omega(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{z}_2) \exp(-i\omega\tau) \quad (1)$$

式中,  $\Gamma_\omega(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{z}_2)$  为互谱密度, 用来描述空间频域内的两点之间的相干特性. 感兴趣的是光束横截面上两点间的相干统计特性即  $z_1 = z_2$  时处在垂直于传播方向的同一横截面内两点间的关联程度, 且定义  $B_\omega(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \Gamma_\omega(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{z}_2)$  来表示.

文献<sup>[10]</sup>中得到了时空非相干光束在饱和对数型非线性介质中的传播演化方程, 但只是用微扰理论进行了讨论, 下面将用另一方法对这一方程进行详细分析和解答. 假设入射光束为一椭圆高斯光束, 由于介质的非线性为一对数形式, 所以光束在传播过程中将保持椭圆高斯统计特性不变, 同样其互谱密度  $B_\omega$  也将保持椭圆高斯特性不变<sup>[13]</sup>. 因此, 可把  $B_\omega$  设定为

$$B_\omega(R_x, P_x, R_y, P_y, z) = A_\omega(z) \exp \left[ -\frac{R_x^2}{2\rho_x^2(z)} - \frac{P_x^2}{2q_x^2(z)} - \frac{R_y^2}{2\rho_y^2(z)} - \frac{P_y^2}{2q_y^2(z)} + iR_x P_x \phi_\omega(z) + iR_y P_y \phi_\omega(z) \right] \quad (2)$$

式中,  $R = 2^{-1}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ ,  $P = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ , 二者为相互独立的空间变量,  $A_\omega(z)$  和  $\phi_\omega(z)$  分别代表互谱密度的振幅和相位变化,  $\rho_j(z)$  和  $q_j(z)$  分别表示其沿  $x$  和  $y$  方向的组份频率的光束半径和有效相干半径,  $j = x, y$ . 当  $z=0$  时, 初始条件分别为:  $A_\omega(0), \rho_j(0), q_j(0), \phi_\omega(0) = 0$

\*国家自然科学基金(批准号: 60177020)和上海市教委重点学科资助项目

Tel: 021-66132524 Email: lwq2002sh@163.com

收稿日期: 2005-01-17

和  $\frac{d\rho_j(z)}{dz}(z=0)=0$ . 将式(2)代入文献[10]中的非线性方程式(4),得到描述光束半径的动态方程

$$\frac{d^2\rho_j(z)}{dz^2} - \frac{1}{k_\omega^2} \frac{\rho_j^2(0)}{q_j^2(0)} \frac{1}{\rho_j^3(z)} + \frac{\kappa}{n_0} \frac{1}{\rho_j(z)} = 0, j=x, y \quad (3)$$

式(3)描述了一时空非相干的椭圆形光束半径在饱和对数型非线性介质中沿  $x, y$  方向的动态变化. 很明显, 光束半径的变化是由光束的自然展宽及介质的非线性效应所决定. 当  $\kappa=0$  时, 式(3)描述的是光束的衍射效应; 当  $\kappa<0$  时, 对应介质的自散焦效应, 从而对光束的自然展宽起到加速作用; 当  $\kappa>0$  时, 介质的自聚焦效应和光束的自然展宽相互约束, 才有可能使光束自陷而形成孤子.

对式(3)积分一次并利用初始条件  $\frac{d\rho_j(z)}{dz}(z=0)=0, j=x, y$ , 可得

$$[d\rho_j(z)/dz]^2 + U[\rho_j(z)] = 0 \quad (4)$$

$$U[\rho_j(z)] = \frac{1}{k_\omega^2} \frac{1}{q_j^2(0)} \left[ \frac{\rho_j^2(0)}{\rho_j^2(z)} - 1 \right] + \frac{2\kappa}{n_0} \ln \left[ \frac{\rho_j(z)}{\rho_j(0)} \right] \quad (5)$$

方程式(4)类似于经典力学中描述粒子运动的牛顿方程, 其势能由式(5)给出.

孤子稳态传输时光束半径在传播过程中保持初始半径  $\rho_j(0)$  不变, 在数学上表示就是  $U[\rho_j(z)]$  在  $\rho_j(0)$  点处的一阶导数为 0, 即

$$\Delta_j = \frac{2\kappa}{n_0} - \frac{2}{k_\omega^2} \frac{1}{q_j^2(0)} = 0 \quad (6)$$

$\Delta_j$  为自定义的一个无量纲参量, 它反映了材料的非线性与光束初始状态的关系, 其数值大小直接影响到孤子的传播状态. 当  $\Delta_j=0$  时, 得到稳态传播的孤子, 即孤子在传播过程中保持初始状态不变, 此时, 非线性导致的自聚焦补偿了由衍射和非相干引起的光束加宽而使光束自陷. 由式(6)可知, 要得到稳态传输的孤子, 光束有效初始相干半径必须满足

$$q_j(0) = \frac{1}{k_\omega} \sqrt{\frac{n_0}{\kappa}} = \frac{c}{\omega \sqrt{n_0 \kappa}}, j=x, y \quad (7)$$

即光束的有效初始相干半径  $q_j(0)$  由非线性强度  $\kappa$ , 频率  $\omega$ , 折射率线性指数  $n_0$  和光速  $c$  所共同决定. 再利用有效初始相干半径的表达式<sup>[12]</sup>

$$\frac{1}{q_j^2(0)} = \frac{1}{r_q^2(0)} + \frac{1}{4\rho_j^2(0)}, j=x, y \quad (8)$$

式中,  $r_q(0)$  为光束的初始相干半径,  $\rho_j(0)$  为光束的初始半径. 这样, 由式(6)、(7)和式(8)就可得到稳态孤子的初始相干半径为

$$r_q(0) = \frac{1}{\sqrt{\frac{n_0 \kappa}{c^2} \omega^2 - \frac{1}{4\rho_j^2(0)}}}, j=x, y \quad (9)$$

式(9)表示的就是时空非相干光孤子在饱和对数型非线性介质中的存在曲线. 而式(7)和式(9)分别相

当于文献[10]中的式(6)和式(8), 所以对于这两个式子的物理解释此处省略.

从以上的分析, 可写出稳态传输时空非相干光孤子内组份频率为  $\omega$  的复相干因子  $\mu_\omega$  和光强  $I_\omega$  的表达式为

$$B_\omega(R_x, P_x, R_y, P_y) = A_\omega(0) \exp \left[ -\frac{R_x^2}{2\rho_x^2(0)} - \frac{P_x^2}{2q_x^2(0)} - \frac{R_y^2}{2\rho_y^2(0)} - \frac{P_y^2}{2q_y^2(0)} \right] = A_\omega(0) \exp \left[ -\frac{R_x^2}{2\rho_x^2(0)} - \frac{R_y^2}{2\rho_y^2(0)} - \frac{(P_x^2 + P_y^2)n_0\kappa\omega^2}{2c^2} \right] \quad (10)$$

$$\mu_\omega(r_1, r_2, 0) = \frac{B_\omega(r_1, r_2, 0)}{[B_\omega(r_1, r_1, 0)B_\omega(r_2, r_2, 0)]^{1/2}} = \exp \left[ \frac{x_1^2 + x_2^2}{4\rho_x^2(0)} - \frac{(x_1 + x_2)^2}{8\rho_x^2(0)} - \frac{(x_1 - x_2)^2 n_0 \kappa \omega^2}{2c^2} + \frac{y_1^2 + y_2^2}{4\rho_y^2(0)} - \frac{(y_1 + y_2)^2}{8\rho_y^2(0)} - \frac{(y_1 - y_2)^2 n_0 \kappa \omega^2}{2c^2} \right] = \exp \left[ \left[ \frac{1}{8\rho_x^2(0)} - \frac{n_0 \kappa \omega^2}{2c^2} \right] P_x^2 + \left[ \frac{1}{8\rho_y^2(0)} - \frac{n_0 \kappa \omega^2}{2c^2} \right] P_y^2 \right] \quad (11)$$

$$I_\omega(r_1, 0) = A_\omega(0) \exp \left[ -\frac{x_1^2}{2\rho_x^2(0)} - \frac{y_1^2}{2\rho_y^2(0)} \right] \quad (12)$$

从式(11)、(12)和图 1 及图 2 可看出时空非相干光孤子在介质中传播时, 它的强度谱和空间相干统计特性都保持椭圆高斯函数形式不变. 图 1 和图 2 分别是时空非相干光孤子的强度轮廓分布图及复相干

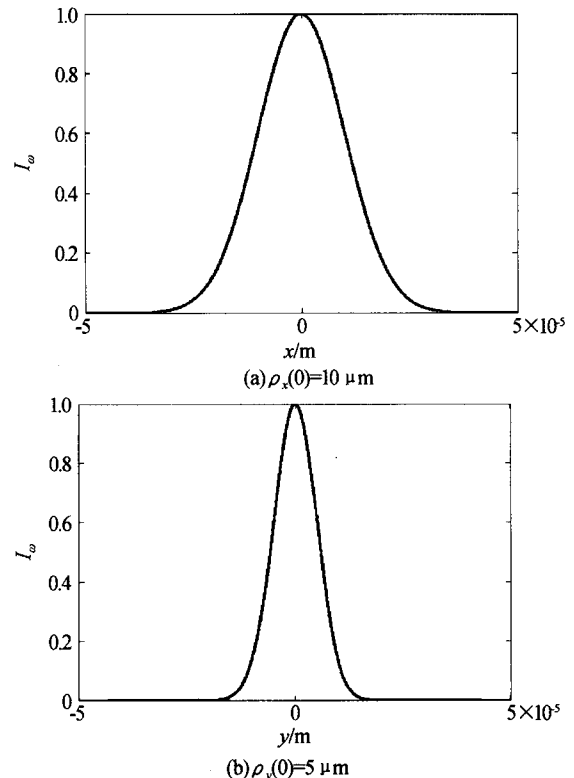


图 1 光强在  $x, y$  方向上的分布图  
Fig. 1 Intensity profile  $I_\omega(x)$  and  $I_\omega(y)$  of the spatiotemporal incoherent soliton

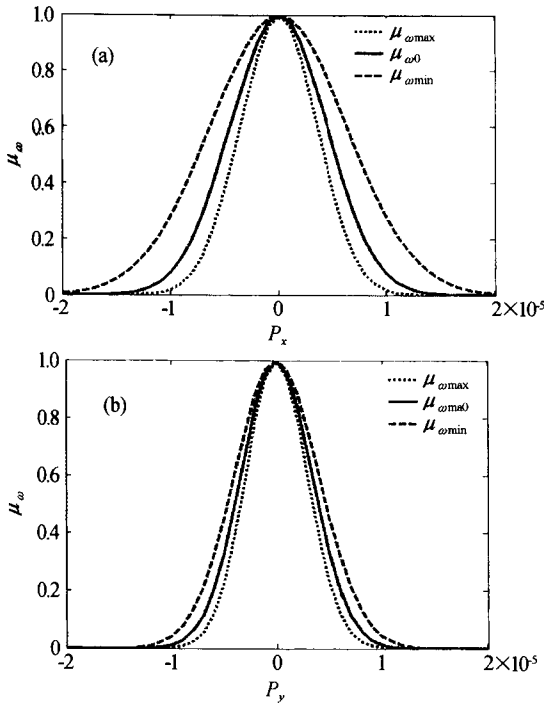


图 2 复相干因子  $\mu_\omega$  在三个特征频率下沿  $P_x, P_y$  方向上的分布图  
 Fig. 2 Complex coherence factors  $\mu_\omega(P_x, 0)$  and  $\mu_\omega(P_y, 0)$  for three representative frequencies  
 因子在三个特征频率时的曲线图.

从图 2 中复相干因子  $\mu_\omega(0)$  在不同频率  $\omega_{\min} = 2.924 \times 10^{15}$  Hz,  $\omega_0 = 3.440 \times 10^{15}$  Hz,  $\omega_{\max} = 3.956 \times 10^{15}$  Hz 下的宽度可看出在高频时的光束初始相干半径要小于低频时的光束初始相干半径,这也是时空非相干光孤子形成的必需条件.

### 2 周期性光孤子的振荡解

从以上分析可知,当参量  $\Delta_j = 0$  时,时空非相干椭圆形光束在对数型饱和非线性介质中自陷形成的椭圆形时空非相干光孤子能稳态传输,即保持光束初始状态不变. 当  $\Delta_j \neq 0$ , 且  $|\Delta_j| \ll 1$  时,光束半径将经历周期性或准周期性的振荡,对应于粒子在势

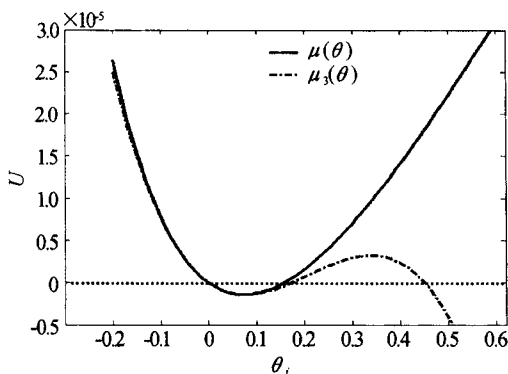


图 3 势能随光束归一化半径变化  
 Fig. 3 Potential  $U$  (solid) and its third order Taylor expansion  $U_3$  (dashed) as functions of the normalized beam width

阱底部的振荡(见图 3).

当  $\Delta_j$  较小时,可以找到振荡孤子的一种近似解析解. 因为  $\Delta_j$  很小时,光束半径  $\rho_j(z)$  将非常接近于初始半径  $\rho_j(0)$ ,  $j = x, y$ , 将势能表达式(5)在  $\rho_j(z) = \rho_j(0)$  处进行三阶泰勒展开,可得

$$U[\rho_j(z)] \approx U_3(\rho_j) = \alpha_{2j}\theta_j^3 + \alpha_{1j}\theta_j^2 + \Delta_j\theta_j, j = x, y \quad (13)$$

式中  $\theta_j = \frac{\rho_j(z)}{\rho_j(0)} - 1$  为归一化的半径,  $\alpha_{1j} = \frac{3}{k_\omega^2 q_j^2(0)} - \frac{\kappa}{n_0}$ ,  $\alpha_{2j} = \frac{2\kappa}{3n_0} - \frac{4}{k_\omega^2 q_j^2(0)}$  为常量. 图 1 中的虚线即为  $\omega$  频率为时的势场的三阶泰勒展开式  $U_3(\rho_j)$ , 而图 3 中的实线和虚线分别表示  $U(\rho_j)$  和  $U_3(\rho_j)$  随归一化的光束半径  $\theta_j$  变化的曲线图.

将式(13)代入到式(4)中,开方后积分,可以得到雅可比函数  $sn$  形式的孤子解<sup>[14]</sup>

$$\rho_j(z) = \rho_j(0) \left[ 1 + \theta_j sn^2 \left[ \frac{z \sqrt{\theta_{j+} + \alpha_{2j}}}{2\rho_j(0)}, m_j \right] \right], \quad j = x, y \quad (14)$$

式中  $m_j = \left| \frac{\theta_{j-}}{\theta_{j+}} \right|$ ,  $\theta_{j\pm}$  是方程  $\alpha_{2j}\theta_j^2 + \alpha_{1j}\theta_j + \Delta_j = 0$  的解. 在  $|\Delta_j| \ll 1$  时,  $\theta_{j+} \approx 3/5$ ,  $\theta_{j-} \approx -\frac{\Delta_j n_0}{2\kappa}$ . 在求解过程中知道,势能  $U$  必须为负值,椭圆光束半径才能分别沿  $x$  轴和  $y$  轴在  $\rho_j(0)$  和某值之间振荡,根据  $|sn| \leq 1$ , 可得到振荡光束半径变化的最大值为

$$\Delta\rho_{j\max}(z) = \rho_j(0)\theta_{j-} = -\frac{n_0\rho_j(0)}{2\kappa}\Delta_j, j = x, y \quad (15)$$

由此可以看出光束的振荡形式与  $\Delta_j$  的符号有关,即由光束的初始条件和介质的非线性所决定. 由于整个光束半径的变化与中心频率所表征的半径变化是相互对应的,所以可以选取光束里的中心频率  $\omega_0$  来考虑,当  $\Delta_j < 0$  时,光束半径变化为正值,表示光束入射到介质后先发生展宽,这是由于  $\frac{2\kappa}{n_0} < \frac{2c^2}{n_0^2\omega_0^2 q_j^2(0)}$

即  $\frac{2\kappa}{n_0} < \frac{2c^2}{n_0^2\omega_0^2} \left[ \frac{1}{r_j^2(0)} + \frac{1}{4\rho_j^2(0)} \right]$ , 介质的非线性自聚焦效应小于光束的衍射效应. 与图 4 中虚线的变化相对应( $\rho_x(0) = 2 \mu\text{m}$ ,  $r_x(0) = 5 \mu\text{m}$ ,  $\Delta_x = -3.386 \times 10^{-5}$ ). 当  $\Delta_j = 0$  时,光束半径变化量为 0,此时为稳态孤子,前面已作讨论. 当  $\Delta_j > 0$  时,光束半径变化为负值,表示光束入射到介质后先发生压缩,与图 4 中实线的变化相对应( $\rho_y(0) = 3 \mu\text{m}$ ,  $r_y(0) = 4.7 \mu\text{m}$ ,  $\Delta_y = 5.083 \times 10^{-5}$ ), 是由于  $\frac{2\kappa}{n_0} > \frac{2c^2}{n_0^2\omega_0^2 q_j^2(0)}$  即  $\frac{2\kappa}{n_0} > \frac{2c^2}{n_0^2\omega_0^2} \left[ \frac{1}{r_j^2(0)} + \frac{1}{4\rho_j^2(0)} \right]$  介质的非线性自聚焦效应大于光束的衍射效应.

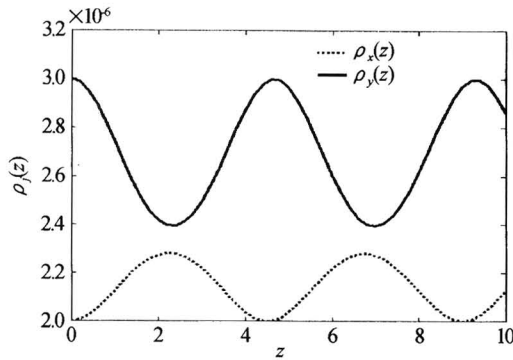


图 4 光束半径  $\rho_j(z)$  在不同状态下沿  $z$  轴的周期性变化  
Fig. 4 Beam diameter as functions of the propagation distance in different conditions

另外根据雅可比函数的周期性<sup>[14]</sup>,从式(14)还可得出椭圆光束在传播过程中沿  $x$ 、 $y$  轴方向上半径变化的周期大小

$$T_j = \frac{4\rho_j(0)}{\sqrt{\theta_j + \alpha_{2j}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 - m_j^2 \sin^2 t}}, j = x, y \quad (16)$$

式中,  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 - m_j^2 \sin^2 t}}$  为一完全椭圆积分,其级数表达式为

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1 - m_j^2 \sin^2 t}} = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left[ \frac{1}{2} \right]^2 m_j^2 + \left[ \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \right]^2 m_j^4 + \dots \right. \\ \left. \left[ \frac{(2n-1)!!}{2^n \cdot n!} \right]^2 m_j^{2n} + \dots \right\} = \frac{\pi}{2} F \left[ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; m_j^2 \right], m_j = \frac{\theta_j}{\theta_{j+}} = -\frac{5n_0 \Lambda_j}{6\kappa}, j = x, y \quad (17)$$

式中  $F$  为超几何级数. 综合式(16)和式(17)可以很清楚的知道周期  $T_j$  的大小与  $\rho_j(0)$  和  $\Lambda_j$  有关,  $\rho_j(0)$ 、 $|\Lambda_j|$  越大,则  $T_j$  越大,反之亦然.

通过以上讨论可知光束在传播中的半径变化和空间周期由光束初始条件  $\rho_j(0)$ 、 $r_{c_j}(0)$  和介质的非线性系数  $\kappa$  决定. 但从式(3)中可看出椭圆光束在短轴( $x$ 轴),长轴( $y$ 轴)上的半径变化是不相耦合的. 若  $\Lambda_x < 0, \Lambda_y > 0$  时,椭圆形光束在短轴上的半径先增大后减小,而长轴上的半径先减小后增大,同时由于选取的初值不同,光束半径沿  $x$  轴,  $y$  轴振荡

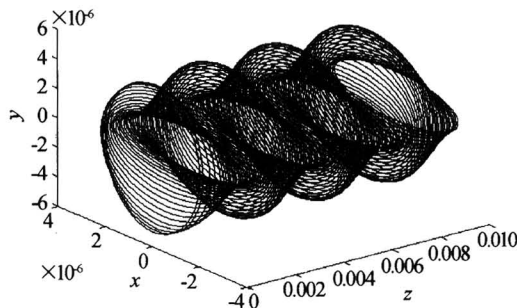


图 5 椭圆形光束在传播过程中变化的三维图  
Fig. 5 The elliptic beam as a function of  $x, y, z$

的周期也不同. 从图 5 中的三维示意图可以更清楚的看到椭圆形光束在介质中传播时的演化状态. 这里,  $\rho_x(0) = 2 \mu\text{m}, r_{cx}(0) = 3.5 \mu\text{m}, \Lambda_x = -1.5375 \times 10^{-4} < 0, \rho_y(0) = 5 \mu\text{m}, r_{cy}(0) = 6 \mu\text{m}, \Lambda_y = 1.5224 \times 10^{-4} > 0$ .

### 3 时空非相干光束的自陷特性

接下来对其相干特性进行分析,根据上面的计算结果,可得椭圆形光束在短轴( $x$ 轴),长轴( $y$ 轴)上的复相干因子为

$$U_{\omega} = \frac{B_{\omega}(x_1, x_2, z)}{\sqrt{B_{\omega}(x_1, x_1, z)B_{\omega}(x_2, x_2, z)}} = \exp \left[ -\frac{(x_1 + x_2)^2}{8\rho_x^2(z)} - \frac{(x_1 - x_2)^2 \rho_x^2(0)}{2q_x^2(0)\rho_x^2(z)} + i \frac{(x_1^2 - x_2^2)\phi_{\omega}(z)}{2} \right] / \exp \left[ -\frac{x_1^2 + x_2^2}{4\rho_x^2(z)} \right] \quad (18)$$

由复相干因子可定义时空非相干椭圆形光束在任意  $z$  处沿  $x$  轴方向的相干半径为<sup>[12]</sup>

$$r_{cx} = \sqrt{1/\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |U_{\omega}(x, x')|^2 dx' \quad (19)$$

将式(18)代入式(19)可得

$$r_{cx} = \frac{2q_x(0)}{\sqrt{4\rho_x^2(0) - q_x^2(0)}} \cdot \rho_x(0) \left[ 1 + \theta_x \text{sn}^2 \left[ \frac{z \sqrt{\theta_x + \alpha_{2x}}}{2\rho_x(0)}, m_x \right] \right] \quad (20)$$

同理可得到时空非相干椭圆形光束在任意  $z$  处沿  $y$  轴方向的相干半径为

$$r_{cy} = \frac{2q_y(0)}{\sqrt{4\rho_y^2(0) - q_y^2(0)}} \cdot \rho_y(0) \left[ 1 + \theta_y \text{sn}^2 \left[ \frac{z \sqrt{\theta_y + \alpha_{2y}}}{2\rho_y(0)}, m_y \right] \right] \quad (21)$$

从式(20), (21)可得当  $z=0$  时的光束沿  $x$ 、 $y$  轴方向上的初始相干半径分别为

$$r_{c_j}(0) = \frac{2q_j(0)\rho_j(0)}{\sqrt{4\rho_j^2(0) - q_j^2(0)}}, j = x, y \quad (22)$$

这与我们初始的定义式(8)相同.

由式(20), (21)可知光束的相干半径随光束半径线性变化,而光束的相干半径描述了光束在传播过程中其横截面上各点间的相干特性,由于光束半径在传播过程中会发生周期性的改变,所以光束的相干性在传播过程中也会发生周期性的变化,且变化的周期也与半径变化的周期相同. 只是从式(3)中可看出椭圆光束在短轴( $x$ 轴),长轴( $y$ 轴)上的半径变化是不相耦合的,从而导致相干特性的变化也不同步. 光束相干半径随光束半径线性变化的内在原理可解释为:当光束半径增大时,非相干光成分相对分散,整个光束的相干性会有所增加,因此相干

半径增大,而光束相干性的变化又会反作用于光束的半径,光束相干性的增强可以抑制光束由于半径增加而导致的衍射效应的增强,从而保证光束自陷的形成.当光束半径减小时,光束的相干性会相对减弱,从而相干半径减小,又会使衍射作用增强,光束开始展宽,二者相互影响,主导地位相互转化.

图 6 给出了频率为  $\omega_0$  时的光束相干半径在不同传播状态下的变化规律.光束初始条件为  $\rho_j(0) = 2 \mu\text{m}$ ,  $r_{c_j}(0) = 5 \mu\text{m}$ , 但  $n_0$  分别为  $2.3(\Delta_j < 0)$ ,  $2.598(\Delta_j = 0)$ ,  $4(\Delta_j > 0)$ .

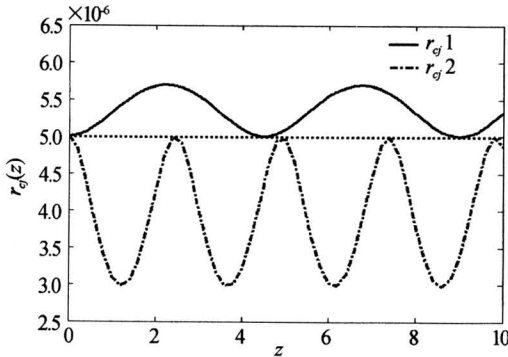


图 6  $\Delta$  取不同值时,光束相干半径沿  $z$  轴的周期性变化  
Fig. 6 The spatial correlation distance as functions of the propagation distance in different conditions

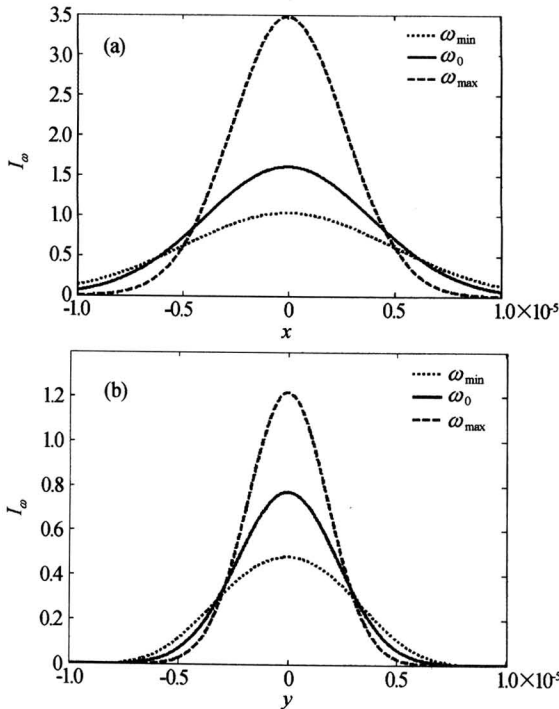


图 7 在  $z=2$  处三个特征频率下的光强在  $x, y$  方向的分布图

Fig. 7 Intensity profile  $I_\omega(x, z=2)$  and  $I_\omega(y, z=2)$  for three representative frequencies

当  $\Delta_j = 0$  时,光束初始半径保持不变,当  $\Delta_j \neq 0$  时光束相干半径随光束半径发生周期性的变化,具体讨论同前,这里不再复述.

最后,根据  $I_\omega(r, z) = B_\omega(r, r, z)$  可得出

$$I_\omega(r_1, z) = \frac{A_\omega(0)\rho_j^2(0)}{\rho_j^2(z)} \exp \left[ -\frac{x_1^2}{2\rho_x^2(z)} - \frac{y_1^2}{2\rho_y^2(z)} \right] \quad (23)$$

式中  $j=x, y$ . 根据式(23),可作出光束传播一段距离后(在  $z=2$  处),三个特征频率下的光强沿  $x, y$  方向上的分布曲线,见图 7. 从图中可发现频谱密度呈矩形分布的人射光束在非瞬时非线性介质中传播一段距离后,每一组份频率的光强分布会作自动调整,但总光强和光强轮廓仍然保持不变,高频时的光强轮廓又高又窄,而低频时却又宽又低.

## 4 结论

通过以上分析,可以知道在饱和对数型非线性介质中,利用互谱密度法可以得到严格的解析解来描述时空非相干椭圆型高斯光束的自陷,从而得到光束半径和相干性的周期性变化规律,发现光束的相干半径会随其频率组分值的增大而减小,并同时求出了白光孤子的形成条件.这些结果与文献[9]中数值模拟的结果能很好的符合.

## 参考文献

- Mitchell M, Chen Z, Shih M, et al. Self-trapping of partially spatially incoherent light. *Phys Rev Lett*, 1996, **77**(3): 490~493
- Mitchell M, Segev M. Self-trapping of incoherent white light. *Nature(London)*, 1997, **387**: 880~883
- 陈园园, 王奇, 施解龙. 各向异性的非相干矢量光束的传播特性. *光子学报*, 2004, **33**(3): 360~365  
Chen Y Y, Wang Q, Shi J L. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(3): 360~365
- 吉选芒, 聂合贤, 王金来, 等. 加偏压光伏光折变晶体中低振幅屏蔽光伏明孤子的温度特性. *光子学报*, 2003, **32**(9): 1142~1144  
Ji X M, Nie H X, Wang J L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(9): 1142~1144
- Christodoulides D N, Coskun T H, Mitchell M, et al. Theory of incoherent self-focusing in biased photorefractive media. *Phys Rev Lett*, 1997, **78**(4): 646~649
- 陈园园, 王奇, 周炯昂, 等. 非相干空间孤子的自陷行为. *光子学报*, 2003, **32**(6): 693~697  
Chen Y Y, Wang Q, Zhou J M, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(6): 693~697
- Mitchell M, Segev M, Coskun T H, et al. Theory of self-trapped spatially incoherent light beams. *Phys Rev Lett*, 1997, **79**(25): 4990~4993
- Shkunov V V, Anderson D. Radiation transfer model of self-trapping spatially incoherent radiation by nonlinear media. *Phys Rev Lett*, 1998, **81**(13): 2683~2686
- Buljan H, Segev M, Soljagic M, et al. White-light

- solitons. *Optics Letters*, 2003, **28**(14):1239~1241
- 10 Buljan H, Siber A, Soljacic M, *et al.* Incoherent white light solitons in logarithmically saturable noninstantaneous nonlinear media. *Phys Rev E*, 2003, **68**(3):036607-1~036607-6
- 11 Buljan H, Siber A, Soljacic M, *et al.* Propagation of incoherent white light and modulation instability in noninstantaneous nonlinear media. *Phys Rev E*, 2002, **66**(3):035601-1~035601-4
- 12 Mandel L, Wolf E. *Optical Coherence and Quantum Optics*. , New York: Cambridge University Press, 1995
- 13 Krolkowski W, Edmundson D, Bang O. Unified model for partially coherent solitons in logarithmically nonlinear media. *Phys Rev E*, 2000, **61**(3):3122~3126
- 14 Abramowitz M, Stegun I A. *Handbook of Mathematical Functions*. , New York: Dover, 1970

## Propagation of Spatiotemporal Incoherent Solitons and Coherence Properties

Liu Weiqing, Shi Jielong, Wang Qi, Chen Yuanyuan

*Department of Physics, School of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444*

Received date: 2005-01-17

**Abstract** The propagation of elliptic Gaussian spatiotemporal incoherent beam in logarithmically saturable noninstantaneous nonlinear media is studied by using the mutual spectral density theory. The existing condition and the analytical expression of the beam radii and the coherence radii of spatiotemporal incoherent solitons are obtained. The initial condition of the beam and the nonlinearity of the media decide the propagation of the beam. It is find that the coherence properties of beam evolve periodically with the distance and the spatial correlation distance is smaller for higher frequency constituents of the incoherent light.

**Keywords** Nonlinear optics; Spatiotemporal incoherent solitons; Elliptic gaussian beam; Coherence radii



**Liu Weiqing** was born in 1974, Yongxin, Jiangxi Province, China. He received his B. S. degree in physics from Jinggangshan Teachers College in 1996. Now he is a doctoral candidate in Physics Department of Shanghai University. His main research is focused on incoherent optics solitons.