

有偏压中心对称光折变晶体中的屏蔽孤子*

李金萍^{1,2} 卢克清¹ 赵卫¹ 杨延龙¹ 朱香平¹ 过晓辉¹

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要 给出了中心对称光折变晶体中屏蔽孤子的高阶空间电荷场. 当高阶项可以忽略时, 这个电荷场就变为早前在中心对称光折变晶体中研究的屏蔽孤子的空间电荷场. 研究了中心对称光折变晶体中屏蔽孤子的高阶非线性波动方程. 在适当的条件下, 这个非线性波动方程能够展示明暗空间光孤子. 这类晶体不同于非中心对称晶体, 其非线性折射率的改变来源于二次电光效应, 而不是一般的线性电光效应. 应用光束传播的方法, 对这些孤子的稳定性进行了讨论. 表明在小的微扰下这类孤子是稳定的, 不会发生分裂.

关键词 非线性光学; 光孤子; 光折变晶体; Kerr 效应

中图分类号 O437.5 **文献标识码** A

0 引言

光折变空间光孤子是近年来人们一直感兴趣的研究领域^[1~4]. 已经发现自陷光束发生在两个横向维上, 并且在微瓦功率的水平上能够观察到自陷光束形成的空间光孤子. 另一方面, 通过外加电场极性、晶体光轴取向、入射光偏振方向的改变可以实现光折变空间光孤子的明暗转换^[5,6]. 迄今为止, 已预言并验证在介电晶体存在着两类稳态光折变空间光孤子: 屏蔽孤子^[5]和光伏孤子^[6]. 特别有趣的稳态空间光孤子是近来我们提出的有偏压光折变晶体中的屏蔽光伏孤子^[7], 在适当的条件下, 屏蔽光伏孤子的物理系统可以转化为屏蔽孤子和光伏孤子的物理系统, 屏蔽孤子和光伏孤子的研究可以转化为屏蔽光伏孤子的研究上^[8]. Lu K Q 等已经预言了屏蔽光伏孤子对^[8]和矢量屏蔽光伏孤子^[9]. 在所有这些稳态孤子的研究中, 折射率的非线性变化起因于 Pockels 效应, 而这种效应仅存在于非中心对称光折变晶体中^[10]. 由于 Kerr 效应, 光折变效应一般也存在于中心对称光折变晶体内. 最近, 人们从理论上预言在中心对称光折变晶体中存在着稳态的屏蔽孤子^[10], 并且在实验上也得到了证明^[11]. 然而, 在现有的文献内这类屏蔽孤子的空间电荷场仅有与外偏压有关的一项, 而非线性波动方程具有非高阶的非线性薛定谔方程. 这样, 就限制了对这类屏蔽孤子的深入研究, 如离散型孤子^[12]. 本文给出了中心对称光折变晶体中屏蔽孤子的高阶空间电荷场, 研究了该晶

体中屏蔽孤子的高阶非线性波动方程. 当高阶项可以忽略时, 这个电荷场就变为早前在中心对称光折变晶体中研究的屏蔽孤子的空间电荷场, 这个非线性波动方程能够展示明暗空间光孤子. 应用光束传播的方法, 对这些孤子的稳定性也进行了讨论.

1 空间电荷场与非线性波动方程

为了方便研究, 设沿具有背景光的中心对称光折变晶体标定的 x 方向施加外电压, 让一束只在 x 方向偏振和衍射的光波在该晶体中沿 z 方向传播. 光波的电场 \mathbf{E} 分量满足如下的 Helmholtz 方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + (k_0 \hat{n}_b)^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

式中, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 是光波在自由空间的波长, $(\hat{n}_b)^2 = n_b^2 - n_b^4 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 \hat{E}^2$ ^[10,11] 为晶体折射率的扰动, n_b 是未受扰动的折射率, g_{eff} 是有效二次电光系数, ϵ_0 是自由空间介电常量, ϵ_r 是晶体的相对介电常量, $\hat{E} = i \mathbf{E}$ 是晶体内的空间电荷场, i 是沿 x 轴的单位矢量. \mathbf{E} 通常可表示为

$$\mathbf{E} = i\phi(x, z) \exp(ikz) \quad (2)$$

式中 $k = k_0 n_b$, ϕ 为 \mathbf{E} 的慢变化包络. 将式(2)代入式(1)得到如下光波衍射的傍轴方程

$$i\phi_z + \frac{1}{2k} \phi_{xx} - \frac{k_0}{2} n_b^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 \hat{E}^2 \phi = 0 \quad (3)$$

式中, $\phi_z = \partial\phi/\partial z$, $\phi_{xx} = \partial^2\phi/\partial x^2$.

空间电荷场 \hat{E} 可从具有背景光的中心对称光折变晶体满足的速率方程、连续方程和 Gauss 定律中推出. 在稳定态和二维情况下, 这些方程是^[10]

$$(sI + sI_b + \beta_T)(N_d - N_d^i) - \gamma \hat{n} N_d^i = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{J}} = \nabla \cdot (q\mu \hat{n} \hat{\mathbf{E}} + k_B T \mu \nabla \hat{n}) = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}} + (q/\epsilon_r)(\hat{n} + N_A - N_d^i) = 0 \quad (6)$$

* 国家自然科学基金(10474136)和中国科学院西安光学精密机械研究所所长基金资助项目
Tel: 13609185790 Email: lijinp@opt.ac.cn
收稿日期: 2004-11-12

式中: I_b 是背景光束的强度; β_T 为光子暗产生率; N_d^i 和 N_d 分别是电离和未电离受主密度; N_A 是施主密度; $\hat{J} = i\hat{J}$ 是电流密度; s 是光电离截面; γ 是载流子复合速率; μ 是电子迁移率; q 是基本电荷; \hat{n} 是电子密度; $\epsilon_s = \epsilon_0 \epsilon_r$ 是低频介电常量; K_B 是 Boltzmann 常量; T 是绝对温度; $I = I(x, z)$ 是光强. 由 Poynting 定律有: $I = (n_b/2\eta_0) |\phi|^2$, 其中: $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$.

在一般光折变晶体中都有近似条件: $N_d^i \gg n$, $N_d \gg n$ 和 $N_A \gg n$. 由这些近似条件和式(6)得

$$N_d^i = N_A \left(1 + L_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right) \quad (7)$$

式中: $E_t = K_B T/qL_D = qN_A L_D/\epsilon_0 \epsilon_r$; $L_D = (\epsilon_0 \epsilon_r K_B T/q^2 N_A)^{1/2}$ 为 Debye 长度. 将式(7)代入式(4)得

$$n = \frac{sI + sI_b + \beta_T}{\gamma f} \left(1 + L_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right)^{-1} \left(1 - fL_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right) \quad (8)$$

式中: $f = N_A/(N_d - N_A)$. 当 $x \rightarrow \pm\infty$ 时, $\hat{E}(x \rightarrow \pm\infty, z) = E_0$ (常量), $\partial E/\partial x = 0$ 和 $N_d^i = N_A$. 这时, 由式(5)和式(8)得

$$J_\infty = q\hat{\mu}n_\infty E_0 \quad (9)$$

式中: $n_\infty = n(x \rightarrow \pm\infty) = (sI_\infty + sI_b + \beta_T)/\gamma f$. 由式(5)有 $J = J_\infty$, 从而得到空间电荷场为

$$\begin{aligned} \hat{E} = E_0 \frac{I_\infty + I_b + I_d}{I + I_b + I_d} \left(1 + L_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right) \left(1 - fL_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right)^{-1} - \\ \frac{K_B T}{q} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \ln(I + I_b + I_d) - \left[\left(1 + L_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right)^{-1} + \right. \right. \\ \left. \left. f \left(1 - fL_D \frac{\partial}{\partial x} \frac{\hat{E}}{E_t} \right)^{-1} \right] L_D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\hat{E}}{E_t} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

式中: $I_d = \beta_T/s$; $L_D \partial E_x/\partial x$ 可以忽略^[5]; 从电势条件 $V = -\int_{-l/2}^{l/2} \hat{E} dx$ (l 为应用于晶体两电极之间的距离, V 为外电压) 中得 $E_0 \approx \pm V/l$. 这样, 由式(10)得

$$\hat{E} = E_0 \frac{I_\infty + I_b + I_d}{I + I_b + I_d} - \frac{K_B T}{q} \frac{\partial}{\partial x} \ln(I + I_b + I_d) \quad (11)$$

文献[10]内中心对称光折变晶体中屏蔽孤子的空间电荷场可以从式(11)推得. 当高阶项可以忽略时, 即扩散项为零, 将 $I = u(x)(I_b + I_d)$ 代入(11)式, 并用参量 $\zeta = x/d$, $d = (\pm 2kb)^{-1/2}$ 和 $b = (k/n_b)[1/2n_b^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 (V/l)^2]$ 变换, 得

$$\tilde{E} = -\frac{\eta}{1+u^2} \quad (12)$$

式中: $\tilde{E} = \hat{E}/(V/l)$; $\eta = [(d/l) \int_{-l/2d}^{l/2d} d\zeta/(1+u^2)]^{-1}$. 式(12)与文献[10]中(12)式具有相同的参量和形式.

采用下列无量纲变量: $\xi = z/(kx_0^2)$, $s = x/x_0$ 和 $\phi = [2\eta_0(I_b + I_d)/n_b]^{1/2} U$, 其中 x_0 为任意空间宽

度, 并由式(3)和式(11)得到归一化的光波包络 U 满足如下的动态演化方程

$$iU_\xi + \frac{1}{2}U_s - \hat{\beta} \left[E_0 \frac{1+\rho}{1+|U|^2} - \frac{k_B T}{q} \frac{(|U|^2)_s}{1+|U|^2} \right]^2 U = 0 \quad (13)$$

式中: $\rho = I_\infty/(I_b + I_d)$; $\hat{\beta} = (k_0 x_0)^2 (n_b^4 g_{\text{eff}}/2) \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2$. 在强偏压的条件下, 扩散的过程可以忽略^[5]. 这样, 式(13)可以简化为

$$iU_\xi + \frac{1}{2}U_s - \beta \left(\frac{1+\rho}{1+|U|^2} \right)^2 U = 0 \quad (14)$$

式中: $\beta = \hat{\beta}(V/l)^2$.

2 孤子解

对于明孤子, 当 $s \rightarrow \pm\infty$ 时, 光强趋于零, 即 $I_\infty = \rho = 0$. 这样, 式(14)变为

$$iU_\xi + \frac{1}{2}U_s - \beta \frac{1}{(1+|U|^2)^2} U = 0 \quad (15)$$

为了得到式(15)的解, 令 $U = r^{1/2} y(s) \exp(iv\xi)$, 式中, $r = I_{\text{max}}/I_d$, $I_{\text{max}} = I(0)$, ν 是传播常量的非线性位移, $y(s)$ 是归一化的实函数 ($0 \leq y(s) \leq 1$). 明孤子的边界条件为: $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$; $y(s \rightarrow \pm\infty) = 0$. 将 U 的这个形式代入式(15)得

$$y'' - 2\nu y - 2\beta \frac{y}{(1+ry^2)^2} = 0 \quad (16)$$

式中: $y'' = d^2 y/ds^2$. 根据边界条件, 积分式(16)得

$$\nu = -\frac{\beta}{1+r} \quad (17)$$

$$(y')^2 = (2\beta/r) \left(1 - \frac{ry^2}{1+r} - \frac{1}{1+ry^2} \right) \quad (18)$$

用数值积分的方法, 从式(18)能够容易地得到明包络 $y(s)$. 当 $0 \leq y^2 \leq 1$ 时, 可以证明式(18)右边第二个圆括号中的值总是正的. 因此, 当 β 为正时, 明孤子总是存在的. 这里以中心对称的光折变晶体 KLTN 为例. 晶体的参量为^[12]: $n_b = 2.2$; $g_{\text{eff}} = 0.12 \text{ m}^4 \cdot \text{C}^{-2}$; $\epsilon_r = 4000$; $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$; $l = 1 \text{ cm}$. 其它参量取为: $V = 2000 \text{ V}$; $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$;

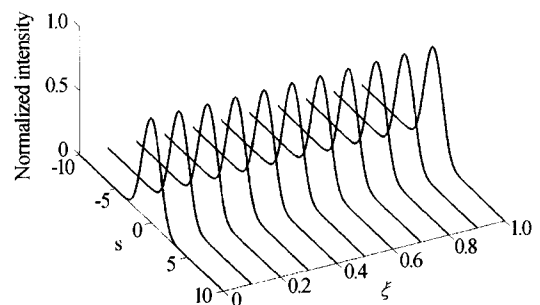


图1 强度以20%扰动的明孤子的稳定传播曲线 $\beta = 1.112$; $r = 5$

Fig. 1 Stable propagation of a bright soliton for $\beta = 1.112$ and $r = 5$ when its intensity is perturbed by 20% at the input

$x_0 = 10 \mu\text{m}$. 对于这些参量的值, $\beta = 1.112$. 当强度以 20% 扰动时, 图 1 给出了明孤子的传播曲线. 其中 $\beta = 1.112$; $r = 5$; . 从图 1 可以看出这个明孤子没有分裂. 因此, 中心对称光折变晶体中的明屏蔽孤子是稳定的.

对于暗孤子, 令 $U = \rho^{1/2} y(s) \exp(i\nu\xi)$, 其中: $y(s)$ 是 s 的归一化奇函数. 暗孤子的边界条件为: $y(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$; $y(0) = 0$; $y''(s \rightarrow \pm\infty) = y'(s \rightarrow \pm\infty) = 0$. 将 U 的这个形式代入式(14)得

$$y'' - 2\nu y - 2\beta \left(\frac{1+\rho}{1+\rho y^2} \right)^2 y = 0 \quad (19)$$

将边界条件 $y''(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ 和 $y(s \rightarrow \pm\infty) = \pm 1$ 代入式(19)得

$$\nu = -\beta \quad (20)$$

积分式(19)得

$$(y')^2 = (-2\beta) \left[y^2 + \frac{(\rho+1)^2}{\rho} \frac{1}{1+\rho y^2} - \frac{2\rho+1}{\rho} \right] \quad (21)$$

暗孤子的包络 $y(s)$ 可用数值积分的方法由式(21)获得. 能容易地证明: 当 $y^2 \leq 1$ 时, 式(21)中方括号内的值总是正的. 因此, 当 β 为负时, 暗孤子总是存在的. 在中心对称光折变晶体 KLTN 中, 取外偏压 $V = 800 \text{ V}$, 其它参量的值与前例相同, 图 2 给出了强度以 20% 扰动的暗孤子的稳定传播曲线. 其中: $\beta = -0.178$; $\rho = 3$.

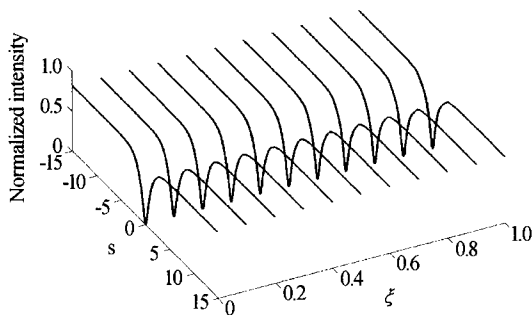


图 2 强度以 20% 扰动的暗孤子的稳定传播曲线
 $\beta = -0.178$; $\rho = 3$

Fig. 2 Stable propagation of a dark soliton for $\beta = -0.178$ and $\rho = 3$ when its intensity is perturbed by 20% at the input

3 结论

本文给出了中心对称光折变晶体中屏蔽孤子的高阶空间电荷场, 从理论上研究了该晶体中屏蔽孤子的高阶非线性波动方程. 分析表明: 在适当的条件下, 这个电荷场就变为早前在中心对称光折变晶体中研究的屏蔽孤子的空间电荷场, 这个非线性波动方程能够展示明暗空间光孤子. 应用光束传播的方法研究了这些孤子的稳定性. 对于高阶非线性波

动方程中的高阶项不能忽略时, 屏蔽孤子会出现自偏转等现象, 情况比较复杂, 将另文报道.

参考文献

- 1 Guo R, Ling Z F, Chen X H, *et al.* Saturable nonlinearity in photovoltaic-photorefractive crystals under open-circuit condition. *Chin Phys Lett*, 2000, **17**(11): 804~805
- 2 Yan J R, Pan L X, Zhou G H. Soliton perturbations for a combined Kdv-MKdv equation. *Chin Phys Lett*, 2000, **17**(9): 625~627
- 3 She W L, Zheng X G, Ni X H, *et al.* A vector theory on spatial solitons in Kerr media. *Chin Phys Lett*, 2001, **18**(10): 1346~1349
- 4 黄春福, 郭儒, 刘思敏. 在 $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$ 晶体中暗辐照对光束从自散焦向自聚焦转化过程的影响. *物理学报*, 2004, **53**(5): 1367~1372
Huang C F, Guo R, Liu S M, *et al.* *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(5): 1367~1372
- 5 Christodoulides D N, Carvalho M I. Bright, dark, and gray spatial soliton states in photorefractive media. *J Opt Soc Am B*, 1995, **12**(9): 1628~1633
- 6 Segev M, Valley G C, Bashaw M C, *et al.* Photovoltaic spatial solitons. *J Opt Soc Am B*, 1997, **14**(7): 1772~1781
- 7 Lu K Q, Tang T T, Zhang Y P. One-dimensional steady-state spatial solitons in photovoltaic photorefractive materials with an external applied field. *Phys Rev A*, 2000, **61**(5): 053822-1~053822-5
- 8 Lu K Q, Zhang Y P, Tang T T, *et al.* Incoherently coupled steady-state soliton pairs in biased photorefractive-photovoltaic materials. *Phys Rev E*, 2001, **64**(5): 056603-1~056603-9
- 9 Lu K Q, Zhao W, Yang Y Y, *et al.* Steady-state vector spatial solitons in biased photorefractive-photovoltaic crystals. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2004, **6**(6): 658~665
- 10 Segev M, Agranat A. Spatial solitons in centrosymmetric photorefractive media. *Opt Lett*, 1997, **22**(17): 1299~1301
- 11 Eugenio DelRe, Bruno Crosignani, Mario Tamburrini, *et al.* One-dimensional steady-state photorefractive spatial solitons in centrosymmetric paraelectric potassium lithium tantalate niobate. *Opt Lett*, 1998, **23**(6): 421~423
- 12 Efremidis N K, Sears S, Christodoulides D N, *et al.* Discrete solitons in photorefractive optically induced photonic lattices. *Phys Rev E*, 2002, **66**(4): 046602-1~046602-5

Screening Solitons in Biased Centrosymmetric Photorefractive Media

Li Jinping^{1,2}, Lu Keqing¹, Zhao Wei¹, Yang Yanlong¹, Zhu Xiangping¹, Guo Xiaohui¹

¹ State Key Laboratory of Transient Optics Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
Chinese Academic of Sciences, Xi'an 710068

² Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date: 2004-11-12

Abstract The space-charge field with a higher-order nonlinearity in biased centrosymmetric photorefractive media is presented. When the higher-order term can be neglected, this space-charge field is that studied previously in biased centrosymmetric photorefractive media. The nonlinear wave equation with a higher-order nonlinearity is investigated in biased centrosymmetric photorefractive media, which can exhibit bright and dark spatial solitons under appropriate conditions. The nonlinear change in the refractive index in centrosymmetric photorefractive media resulted from the quadratic electro-optic effect, rather than the linear electro-optic effect in noncentrosymmetric media. The stability of these spatial solitons is discussed using beam propagation methods, and it has been found that optical spatial solitons in biased centrosymmetric photorefractive media are stable against small perturbations in amplitude not broken up.

Keywords Nonlinear optics; Optical soliton; Photorefractive crystal; Kerr effect



Li Jinping was born in 1979, and received her B. S. degree in physics from Changchun Institute of Optics and Fine Machine in 2001. Now she is currently working as a Ph. D. candidate at the State Key Laboratory of Transient Optics Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Science. Her main research is optical spatial soliton.