

# (1+1)维光折变亮屏蔽孤子相互作用的数值分析\*

马仰华 张 鹏 赵建林\*\* 彭 涛

(西北工业大学理学院光信息科学与技术研究所,西安 710072)

**摘 要** 利用束传播法对(1+1)维光折变亮屏蔽孤子间的相互作用进行了详细地数值模拟研究. 结果表明:两同相孤子相互吸引,并伴有孤子融合现象,且孤子融合发生时的作用距离随着孤子初始间距的增大而增大;两反相孤子相互排斥,且排斥作用随着孤子初始间距的减小而增强;当两孤子的相位差位于区间(0,π)和(-π,0)中时,其相互作用过程将伴有能量转移,但两区间内能量转移的方向相反,并表现出反转对称性;由于孤子间的距离和相对相对对孤子间的相互作用均有很大的影响,因此多个孤子间的相互作用过程非常复杂,但可以通过分析相邻孤子间的相互作用对其进行定性的预测.

**关键词** 束传播法;光折变屏蔽孤子;孤子相互作用

**中图分类号** O437.5 **文献标识码** A

## 0 引言

由于光孤子之间的相互作用与粒子间的相互作用非常类似,因此在光孤子的所有特性中,最令人感兴趣的就是孤子间的相互作用,或称孤子碰撞. 在时域中,两个亮孤子根据其相位差的不同可表现为相互吸引或者相互排斥<sup>[1]</sup>,但暗孤子之间却总是相互吸引<sup>[2]</sup>. 空域中的克尔孤子是一种可积分型孤子,与时间孤子一样均可由非线性薛定谔方程描述,孤子间的相互作用具有与时间光孤子相似的性质,并且离开作用区后各个孤子不受任何影响<sup>[3]</sup>. 与不同的是,光折变空间孤子<sup>[4~7]</sup>不满足非线性薛定谔方程,属不可积分型孤子,孤子之间表现出非弹性作用<sup>[8]</sup>,并根据介质的非线性响应速度与相互作用光束之间相位差变化速度的关系,可分为相干和非相干相互作用<sup>[9]</sup>. 相干相互作用发生在瞬时响应的非线性介质中,介质对光束的干涉场发生非线性响应,因此相互作用对作用光束之间的相位差有很高的敏感性<sup>[8,10~13]</sup>,如同相孤子相互吸引、反相孤子相互排斥,并且在某些情况下还可能发生孤子融合、孤子湮灭、孤子产生以及能量转移等现象;非相干相互作用发生在响应远远慢于光束之间相位差变化的非线性介质中,介质只对光强的时间平均值产生响应. 理论和实验研究均表明,一维非相干孤子总表现为相互吸引,而二维非相干孤子既可以表现为相互吸引,也可以表现为相互排斥,这依赖于孤子间的空间

相对分布<sup>[14~17]</sup>. 本文利用束传播法(BPM)<sup>[18]</sup>,通过数值模拟对两个(1+1)维亮屏蔽孤子间的相干相互作用进行了详细地分析,并在此基础上进一步研究了多个屏蔽孤子间的相互作用.

## 1 光折变亮屏蔽孤子解

光折变屏蔽孤子存在于外加电场作用下的非光伏光折变晶体中. 设晶体的光轴平行于  $x$  方向,并沿光轴方向在晶体两端施加一幅值为  $E_0$  的外电场,偏振方向平行于  $x$  方向的人射光沿  $z$  方向在晶体中传播,且只在  $x$  方向上发生衍射. 令  $\Phi = (2\eta_0 I_{\text{dark}}/n_e)^{1/2}U$ , 式中  $\Phi$  为光场复振幅,  $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ ,  $I_{\text{d}} = \beta/s$  为暗辐射强度( $\beta$  为暗激发率,  $s$  为光激发横截面积),  $n_e$  是未扰动时晶体的非常光折射率. 作变换  $\xi = z/(kx_0^2)$ ,  $s = x/x_0$ ,  $x_0$  为一任意的空间长度,则在傍轴近似和慢变幅近似下,晶体中的光波满足如下方程<sup>[19]</sup>

$$iU_\xi + \frac{1}{2}U_{ss} - \beta U/(1 + |U|^2) = 0 \quad (1)$$

式中  $U_\xi = \partial U/\partial \xi$ ,  $U_{ss} = \partial^2 U/\partial s^2$ ,  $\beta = (k_0 x_0)^2 n_e^4 r_{33} E_0/2$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为光波在真空中的波长,  $r_{33}$  为相应的电光系数.

为求解式(1)的孤子解,取  $U = r^{1/2} y(s) \cdot \exp[i\gamma\xi]$ , 其中  $r = I_0/I_{\text{d}}$  为孤子峰值强度比,  $I_0 = I(x=0)$  为入射光波强度的最大值,  $\gamma$  表示光波传播常量的空间漂移,  $y(s)$  是一个归一化的实函数. 对于亮孤子,  $y(s)$  的边值条件为: 1)  $s \rightarrow \pm\infty$  时,  $dy/ds = 0$ ; 2)  $y(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ ; 3)  $y(0) = 1$ ; 4)  $s = 0$  时,  $dy/ds = 0$ . 将  $U$  表达式及边值条件代入式(1),并作积分,可得到  $\gamma = -(\beta/r)\ln(1+r)$  及式(2)

$$(dy/ds)^2 = (2\beta/r)[\ln(1+ry^2) - y^2 \ln(1+r)] \quad (2)$$

\*国家自然科学基金(批准号:60077018),西北工业大学青年教师创新基金博士论文创新基金(CX200514)和研究生创业种子基金(Z20030088)资助课题

\*\* Tel:029-88495724 Email:jlzha@nwpu.edu.cn

收稿日期:2004-12-20

显然,只有当  $\beta > 0$  时,式(2)才有意义. 将式(2)两边开方后对  $y$  进行一次积分可得

$$(2\beta)^{1/2} s = \pm \int_y^1 \frac{r^{1/2} dy}{[\ln(1+ry^2) - y^2 \ln(1+r)]^{1/2}} \quad (3)$$

对式(3)作数值积分,便可以得到光折变亮屏蔽孤子的  $y(s)$  曲线,进而由  $U = r^{1/2} y(s) \exp[i\gamma\xi]$  便可得到式(1)的亮孤子解.

### 2 两个亮屏蔽孤子的相互作用

为尽量避免二波耦合对孤子间相互作用的影响<sup>[8]</sup>,设两  $U_{10}$  孤子光束 A 和 B 平行入射到晶体中,如图1. 其复振幅分别记为  $U_A = U_{10}(s - d_{in}/2) \cdot \exp(i\varphi)$ ,  $U_B = U_{10}(s + d_{in}/2)$ ,式中  $\varphi$  为孤子光束 A 和 B 间的相位差. 令  $U = U_A + U_B = U_{10}(s - d_{in}/2) \cdot \exp(i\varphi) + U_{10}(s + d_{in}/2)$ ,则  $U$  取决于两孤子间的初始间距  $L_{in} = d_{in}x_0$  和二者之间的相位差  $\varphi$ . 将不同的  $L_{in}$  和  $\varphi$  所对应的  $U$  作为初始条件,数值求解式(1),可对任意间距和任意相位差情况下两个孤子间的相互作用过程进行数值模拟.

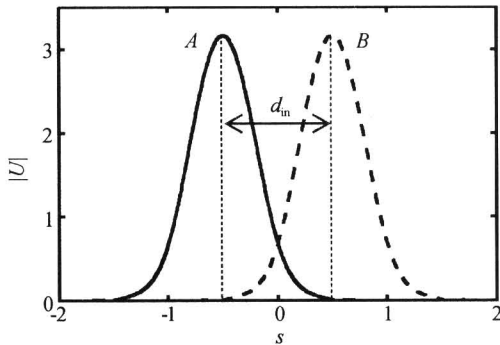


图1 两相互作用孤子空间分布  
Fig.1 The distribution of two interacting solitons

以 SBN : 60 为例,在波长  $\lambda_0 = 0.5 \mu\text{m}$  处,  $n_e = 2.33$ ,  $r_{33} = 237 \text{ pm/V}^{[15]}$ . 取  $x_0 = 40 \mu\text{m}$  及  $E_0 = 40 \times 10^3 \text{ V/m}$ ,此时,  $\beta = 35.3$ . 在上述参量下,取  $r = 10$ ,经数值计算可以得到式(1)的孤子解  $U_{10}$ ,其强度分布如图2. 由图2中的  $\Delta s$  可进一步确定出该孤子的半值宽度(FWHM)为  $20 \mu\text{m}$ .

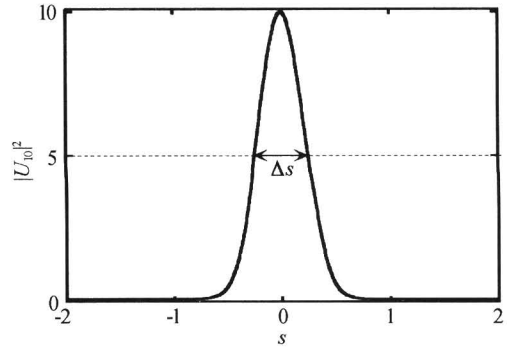


图2  $\beta = 35.3, r = 10$  时孤子解  $U_{10}$  的强度分布  
Fig.2 Intensity profile of the soliton solution  $U_{10}$  at  $\beta = 35.3$  and  $r = 10$

将上述孤子解  $U_{10}$  作为初始条件,利用束传播法,对式(1)进行数值求解,可以得到孤子光束  $U_{10}$  在晶体中的传播过程,如图3. 可以看出,孤子光束在晶体中传播时,其空间形状和强度分布均保持不变.

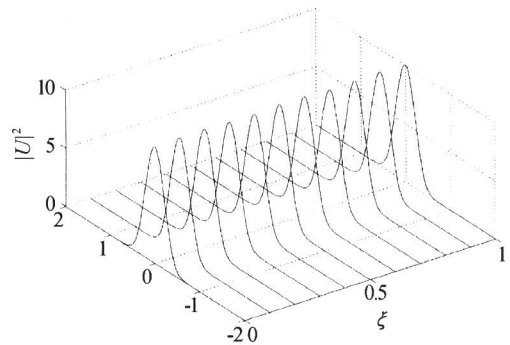


图3  $\beta = 35.3, r = 10$  时亮孤子  $U_{10}$  在晶体中的传播  
Fig.3 Evolution of a bright spatial soliton  $U_{10}$  at  $\beta = 35.3$  and  $r = 10$

#### 2.1 同相孤子间的相互作用

当两孤子光束 A 和 B 同相(即  $\varphi = 0$ )时,它们将在交叠区干涉相长,使得它们之间介质(自聚焦介质)的折射率增大,两孤子光束将因此向中心偏移而表现为相互吸引. 取不同的  $L_{in}$ ,用束传播法对两孤子间的相互作用进行数值模拟. 当  $L_{in}$  取  $40 \mu\text{m}$ 、 $48 \mu\text{m}$ 、 $56 \mu\text{m}$  和  $64 \mu\text{m}$  时,两同相孤子间的相互作用过程分别对应于图4(a)~(d). 设  $f_L$  为孤子融合产生的作用距离,取不同的初始间距  $L_{in}$ ,对不同  $L_{in}$  情况

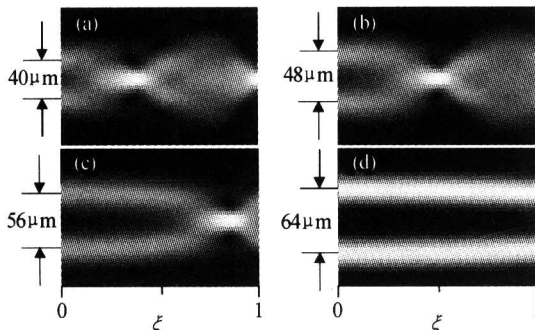
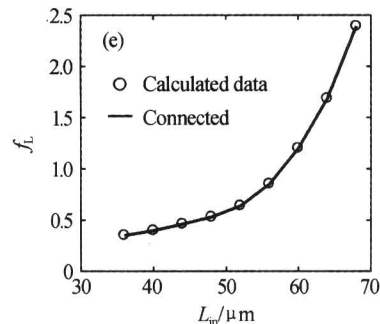


图4 同相一维亮屏蔽孤子在不同初始间距下的相互作用  
Fig.4 Interaction of two in-phase bright planar screening solitons with different initial distances



下的  $f_L$  随  $L_{in}$  的变化进行计算, 结果如图 4(e). 由图 4 可以看出, 两同相孤子相互吸引, 并在一定作用距离处伴有孤子融合现象, 且产生孤子融合时的作用距离随着孤子初始间距的增大而增大. 当  $L_{in}$  大于  $70 \mu\text{m}$  时,  $f_L$  急剧增大, 表明两孤子间的相互作用已变得非常微弱.

### 2.2 反相孤子间的相互作用

当两孤子光束 A 和 B 反相 (即  $\varphi = \pi$ ) 时, 它们将在交叠区发生干涉相消, 从而使两孤子光束之间介质 (自聚焦介质) 的折射降低, 两孤子光束将因此

背向偏离而表现为相互排斥. 取不同的  $L_{in}$ , 用束传播法对两孤子间的相互作用进行数值模拟. 当  $L_{in}$  取  $12 \mu\text{m}$ 、 $28 \mu\text{m}$ 、 $48 \mu\text{m}$  和  $64 \mu\text{m}$  时两反相孤子间的相互作用过程分别对应于图 5(a)~(d). 设  $\xi = 1$  (对应传播距离  $z = 5 \text{ cm}$ ) 平面上两孤子的间距为  $L_{out}$ , 对不同  $L_{in}$  情况下的  $L_{out}/L_{in}$  随  $L_{in}$  的变化进行计算, 结果如图 5(e). 由图 5 可以看出, 两反相孤子相互排斥, 并且排斥作用随着孤子初始间距  $L_{in}$  的增加而减小, 但当  $L_{in}$  大于  $70 \mu\text{m}$  时,  $L_{out}/L_{in}$  的值趋近于 1, 两孤子间的相互作用已可忽略.

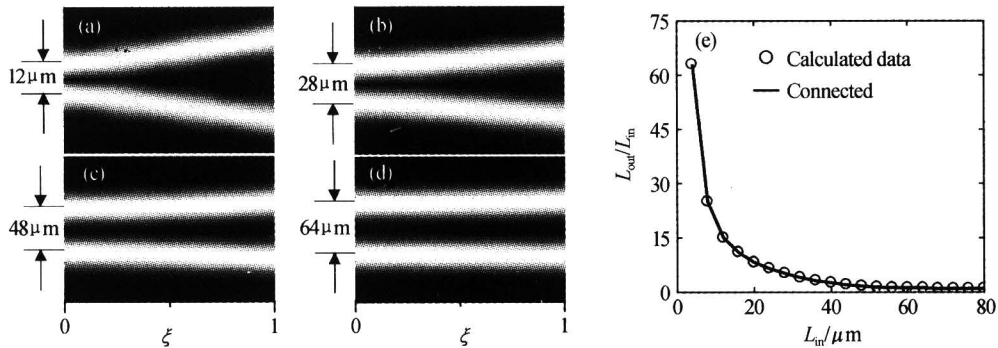


图 5 反相一维亮屏蔽孤子在不同初始间距下的相互作用  
Fig. 5 Interaction of two out-of-phase bright planar screening solitons with different initial separation

### 2.3 孤子间相互作用过程中的能量转移

由图 4 和图 5 可以看出, 当两孤子光束 A 和 B 的相位差  $\varphi$  为 0 或  $\pi$  时, 二者相互吸引或相互排斥, 但无能量转移. 当  $\varphi$  位于区间  $(0, \pi)$  和  $(-\pi, 0)$  中时, 两孤子相互作用的过程中都伴有能量转移现象: 当  $\varphi$  位于区间  $(-\pi, 0)$  中时, 能量由 A 向 B 转移; 当  $\varphi$  位于区间  $(0, \pi)$  中时, 能量则由 B 向 A 转移, 且表现出反转对称性. 图 6(a)~(d) 分别给出了  $L_{in}$  为  $40 \mu\text{m}$ 、 $\varphi$  分别取  $-\pi/2$ 、 $-\pi/4$ 、 $\pi/2$  和  $\pi/4$  时两孤子的相互作用过程.

束 A、B 和 C 同时入射到晶体中, A 和 B 同相, C 在 A 和 B 中间, 且与二者间距均为  $L = d \times x_0$ . 两个边孤子 A、B 和中间孤子 C 的复振幅分别记为  $U_A = U_{10}(s-d)$ ,  $U_B = U_{10}(s+d)$ ,  $U_C = U_{10}(s) \exp(i\varphi)$ . 当  $L = 40 \mu\text{m}$ 、 $\varphi = 0, -\pi/2, \pi/2$  和  $\pi$  时三孤子的相互作用过程分别如图 7(a)~(d).

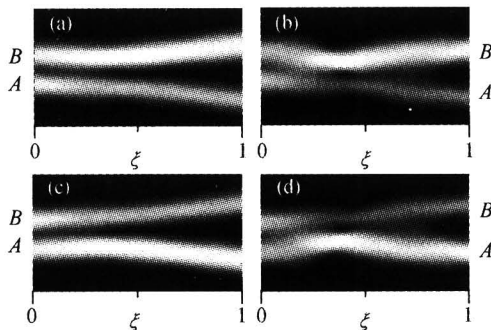


图 6 不同相位差下一维亮屏蔽孤子相互作用过程中的能量转移  
Fig. 6 Energy transferring in interactions between two bright planar screening solitons

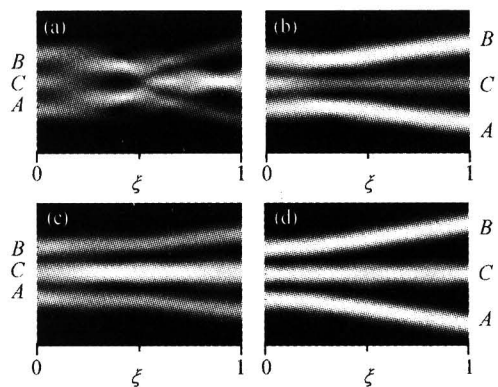


图 7 三个一维亮屏蔽孤子间的相互作用  
Fig. 7 Interaction of three bright planar screening solitons

## 3 多个亮屏蔽孤子的相互作用

利用上述方法, 同样可以对三个屏蔽孤子间的相互作用进行分析. 设相互平行的三个  $U_{10}$  孤子光

由图 7 结果可以进一步看出, 孤子间的相互作用强烈地依赖于它们之间的相位差. 图 7(a) 表明, 三同相孤子在相互作用过程中产生了孤子湮灭. 图 7(b) 和图 7(c) 表明, 当  $\varphi$  取  $-\pi/2$  时, 能量由 C 向 A、B 转移, 两个边孤子的能量同时得到放大; 反之, 当  $\varphi$  取  $\pi/2$  时, 能量由 A、B 向 C 转移, 中间孤子的能量得到放大, 这与两个孤子相互作用时的能量转移特性一致. 图 7(d) 中, 光束 C 同时受到 A 和 B

等大反向的排斥作用而保持原来的传播方向,而  $A$  和  $B$  由于受到  $C$  的排斥而均偏离了原来的传播方向,但此过程中并无能量转移现象发生.

利用上述思路,可以对更多个孤子间的相互作用过程进行研究. 由于孤子间的距离和相对相位对孤子间的相互作用均有很大的影响,因此多个孤子间的相互作用过程非常复杂,但可以通过分析相邻孤子间的相互作用而对其进行定性的预测,如上述三个孤子相互作用过程中的能量转移现象可由其中相邻孤子间的能量转移特性而得以定性解释. 此外,研究发现,多个同相一维屏蔽孤子相互作用时,在不同作用距离处将会出现不同程度上的孤子湮灭. 图 8(a) 和 8(b) 分别给出了四个及五个同相、平行、等间距(相邻孤子间距取  $40 \mu\text{m}$ ) 分布的  $U_{10}$  孤子间的相互作用过程.

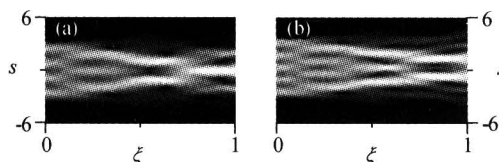


图 8 四个及五个同相亮屏蔽孤子间的相互作用  
Fig. 8 Interactions of multiple in-phase planar bright screening solitons

## 4 结论

以 SBN 光折变晶体为例,利用束传播法对(1+1)维亮屏蔽孤子间的相互作用进行了详细地数值模拟研究. 结果表明:同相孤子相互吸引,并在一定的作用距离处伴有孤子融合现象,且孤子融合发生时的作用距离随着孤子初始间距的增大而增大;反相孤子相互排斥,排斥作用随着孤子初始间距的减小而增强;当两孤子的相位差位于区间  $(0, \pi)$  和  $(-\pi, 0)$  时,其相互作用过程中将伴有能量转移,但两区间内能量转移的方向相反,并表现出反转对称性;多个孤子间的相互作用过程虽然非常复杂,但在一定程度上可以通过分析相邻孤子间的相互作用对其进行定性的预测. 研究还发现,多个同相孤子相互作用时,在不同作用距离处将会出现不同程度的孤子湮灭现象. 利用多个屏蔽孤子碰撞时的孤子湮灭,在光折变材料中可形成并存储多端口波导结,这可用于集成光学元件之间的连接及信息传递;利用孤子间相互作用对孤子间相对相位的依赖关系,可以通过控制一束光的相位来实现对另一束光的控制,即全光控光,这使得光折变空间孤子及其相互作用在全光通信中有着很大的应用前景.

## 参考文献

1 Hasegawa A. Self-confinement of multimode optical

- pulse in a glass fiber. *Opt Lett*, 1980, **5**(10):416~417
- 2 Zhao W, Bourkoff E. Interaction between dark solitons. *Opt Lett*, 1989, **14**(24):1371~1373
- 3 Allan G R, Skinner S R, Andersen D R, *et al.* Observation of fundamental dark spatial solitons in semiconductors using picosecond pulses. *Opt Lett*, 1991, **16**(3):156~158
- 4 Segev M, Crosignanim B, Yariv A. Spatial solitons in photorefractive media. *Phys Rev Lett*, 1992, **68**(7):923~926
- 5 吉选芒, 聂合贤, 王金来, 等. 加偏压光伏光折变晶体中低振幅屏蔽光伏明孤子的温度特性. *光子学报*, 2003, **32**(9):1142~1144
- Ji X M, Nie H X, Wang J L, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(9):1142~1144
- 6 刘继芳, 李育林. 一维标量光折变大光强、饱和光强空间灰孤子. *光子学报*, 1998, **27**(11):983~986
- Liu J F, Li Y L. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(11):983~986
- 7 李斌, 侯春风, 陈向阳, 等. 光折变聚合物中的小振幅空间光孤子. *光子学报*, 2001, **30**(9):1164~1167
- Li B, Hou C F, Chen X Y, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(9):1164~1167
- 8 Kroklikowski W, Holmstrom S A. Fusion and birth of spatial solitons upon collision. *Opt Lett*, 1997, **22**(6):369~371
- 9 侯春风, 李师群, 李斌, 等. 光折变介质中的空间孤子. *物理学进展*, 2001, **21**(2):237~254
- Hou C F, Li S Q, Li B, *et al.* *Progress in Physics*, 2001, **21**(2):237~254
- 10 Garca-Quirino G S, Iturbe-Castillo M D, Vysloukh V A, *et al.* Observation of interaction forces between one-dimensional spatial solitons in photorefractive crystals. *Opt Lett*, 1997, **22**(3):154~156
- 11 Meng H X, Salamo G, Shih M F, *et al.* Coherent collisions of photorefractive solitons. *Opt Lett*, 1997, **22**:448~450
- 12 Mamaev A V, Saffman M, Zozulya A A. Phase-dependent collisions of (2+1)-dimensional spatial solitons. *J Opt Soc Am B*, 1998, **15**(7):2079~2082
- 13 Kroklikowski W, Luther-Davies B, Denz C, *et al.* Annihilation of photorefractive solitons. *Opt Lett*, 1998, **23**(2):97~99
- 14 Shih M F, Chen Z G, Segev M, *et al.* Incoherent collisions between one-dimensional bright steady-state photorefractive spatial screening solitons. *Appl Phys Lett*, 1996, **69**(27):4151~4153
- 15 Shih M F, Segev M. Incoherent collisions between two-dimensional bright steady-state photorefractive spatial screening solitons. *Opt Lett*, 1996, **21**(19):1538~1540
- 16 Stepken A, Kaiser F, Belic M R, *et al.* Interaction of incoherent two-dimensional photorefractive solitons.

- Phys Rev E*, 1998, **58**(4): R4112~4115
- 17 Krolikowski W, Saffman M, Luther-Davies B, *et al.* Anomalous interaction of spatial solitons in photorefractive media. *Phys Rev Lett*, 1998, **80** (15): 3240~3243
- 18 Singh S R, Christodoulides D N. Evolution of spatial optical solitons in biased photorefractive media under steady state conditions. *Opt Comm*, 1995, **118**: 569~576
- 19 Christodoulides D N, Carvalho M I. Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media. *J Opt Soc Am B*, 1995, **12**(9): 1628~1633

## Numerical Investigations of Interactions among Planar Bright Photorefractive Screening Solitons

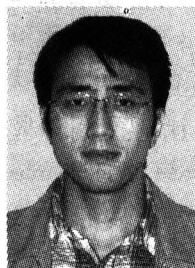
Ma Yanghua, Zhang Peng, Zhao Jianlin, Peng Tao

*Institute of Optical Information Science and Technology, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072*

Received date: 2004-12-20

**Abstract** Detailed numerical investigations of the interactions among planar bright photorefractive screening solitons are performed by employing the so-called beam propagation method (BPM). It's found, that two in-phase solitons attract each other, and soliton fusions do occur at certain interaction length, which increases monotonously with the initial separation of the two interacting solitons. While in the case of out-of-phase, the two solitons repel each other with a force decreasing monotonously with the initial separation. When the relative phase between the two solitons falls within the ranges of  $(0, \pi)$  and  $(-\pi, 0)$ , energy transfer will accompany the interactions. Moreover, interactions among multiple solitons could be qualitatively predicted by analyzing those of the neighboring ones.

**Keywords** Beam propagation method; Photorefractive screening soliton; Soliton interaction



**Ma Yanghua** was born on Feb. 27, 1980, in Shandong Province. He received his Bachelor's Degree in applied physics from Northwestern Polytechnical University (NWPU). Now he is a master candidate in optics in NWPU. His research interests include optical information processing, nonlinear optics, etc.