

用光栅的正负一级能量之比测体积相位全息光栅参量

李建龙 傅克祥 朱建华 张丽娟 曾阳素

(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610064)

摘 要 提出利用光栅衍射级次正负一级的能量之比(w_{+1}/w_{-1}), 结合模拟退火优化算法来反演出光栅参量的一种方法. 用正负一级的能量之比来弱化实际光栅表面存在的粗糙、周期畸变、介质折射率分布不均匀等误差, 保证光栅参量的准确反演. 在反演体积相位全息光栅参量的实验中, 反演出的光栅参量与真值的误差不超过 1%. 证明了该法的正确性和可行性. 同时此方法具有非破坏性, 测量简单, 操作方便, 稳定性好等特点.

关键词 衍射级次能量比(+1/-1); 模拟退火算法; 光栅参量; 体积相位全息光栅

中图分类号 TH391.41 **文献标识码** A

0 引言

随着光栅的广泛应用, 光栅参量的准确测量已成为光栅研究的一个重要问题. 目前测量光栅参量的方法大致可分为两大类: 直接测量法和间接测量法. 前者大多借助于相关的仪器来确定光学元件的有关光学参量. 常见的仪器有分光计, 原子力显微镜 (AFM), 以及扫描电镜 (SEM) 等, 但是这些仪器昂贵, 对操作者技术要求高. 有些仪器测量所需的时间太长, 有些对光栅有破坏性而重复性较差等. 近几年, 随着优化算法的完善, 具有无扰动、无损伤、重复性强的间接测量光学参量的方法已引起人们的注意^[1,2]. 间接测光栅参量的有文献[3,4]中的椭圆法等, 但该方法尚处于理论讨论阶段, 目前未见用该法来测光栅参量的实验报道. 还有一种植根于光栅衍射规律的测量方法^[5], 它需要采集足够多的实验数据. 同时, 文献[5]中的测量方法局限于测量几个特定的光栅参量, 而不能测出诸如矩形光栅的占空因子, 光栅槽深, 以及梯型光栅周期侧壁的角度等. 另外还有一种是通过测量光栅第一级衍射和第二级衍射的能量来反演出光栅参量的方法^[6], 虽然该法具有实验数据测量简单, 易推广, 可重复性等优点, 但是这种方法只能应用于特定面型光栅, 与此同时, 光栅第二衍射级次必须存在, 对光栅的周期与测量光波的最短波长都有要求. 一般来说, 在光栅的制作过程中总会给光栅带来误差, 如矩形光栅的周期有细微的畸变; 栅沟槽壁有细微的倾斜, 槽角是圆角以及光栅表面粗糙等, 它们导致了实际光栅与理想光栅之间的误差, 最终反映在光栅的各衍射级次的衍射效率与理想衍射效率的偏离, 这就造成在实验中用单一衍射级次很难准确地反演出光栅参量. 本文吸取以上各种方法的优点和摈弃它们的缺点, 提出

一种利用光栅对称衍射级次($m = \pm 1$)的能量之比, 再结合模拟退火的优化算法来反演出光栅参量的方法. 该法具有快速, 准确, 成本低, 易推广, 在实验上需采集的数据少, 对光栅无损伤等优点.

1 实验装置与光栅模型

在图 1 的实验装置图中, 光源是激光光源 (文中用 $\text{Ar}^+ \text{A238}$ 激光器), 其发出的激光 (TE 波或 TM 波线偏振光) 以一定的人射角入射到光栅表面上, 然后在光栅的后表面用两个探测器, 同时将它们各自接收到的光信息通过 I/D 转换器转化为电信息输送到一台计算机上, 由计算机动态跟踪记录 ± 1 级的能量之比. 这不仅可以减轻实验者的劳动强度, 同时也可提高所采集实验数据的精确度. 图 2 是采用光栅模型的截面图. 坐标轴 x 表示周期折射率的分布方向, y 表示光栅层的纵切面方向. H 表示涂抹在基底上的折射率周期分布的膜层厚度, M 表示观察光栅表面粗糙程度的放大器件, $f(x)$ 表示折射率的分布函数, 其表达式为: $f(x) = n_0 + n_1 \cos(2\pi x/T)$, n_0 表示光栅层的平均折射率, n_1 表示体积相位全息

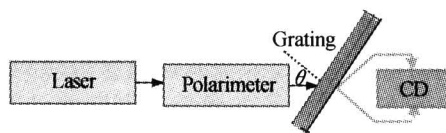


图 1 实验装置
Fig. 1 Experimental configuration of the method shown in the transmission mode

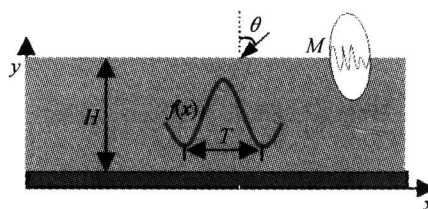


图 2 体积全息光栅的侧剖面图
Fig. 2 Depiction of the VPHG

光栅的调制折射率. 图中膜层的基部(黑色)为光栅的基底(注意, 为了更好的表示体积相位光栅的光栅层的内部结构将图中光栅层放大的倍数比基底要大得多).

2 基本理论

2.1 正负一级的能量之比(w_{+1}/w_{-1})

采用图 2 的光栅模型. 当一束线偏振光以 θ 角入射到光栅平面, 透过光栅的各衍射级次的能量用傅里叶模式理论^[7] 及反射透射系数递推算法 (RTCM)^[8] 来求解. 其求解的过程为: 首先将光栅分层, 利用电磁场理论求出各层中的基本模式场. 其次, 由于每一层中的电磁场就是该层中基本模式场的线性叠加, 其叠加系数就代表该层模式场的振幅系数, 每层的两个分界面上 E, H 要满足边界条件. 因而只要把电磁场的表达式代入其边界条件, 就可以得到一组以振幅系数为未知量的线性代数方程组. 最后, 为了稳定准确地求解出振幅系数, 采用了文献 [8] 中的 RTCM 递推算法来求得反射系数、透射系数和振幅系数, 最终可以计算出体积相位全息光栅正负一级的衍射效率之比.

众所周知, 当入射光束垂直入射到光栅表面时, 由于正负一级的对称性, 它们的衍射效率大小一样. 但是, 当入射光束的入射角偏离垂直入射时, 这两级的衍射效率就会发生改变. 对于比较小的偏离, 它们的变化不会很显著. 光栅表面存在的粗糙, 周期的细微畸变以及折射率的欠均匀分布都会引起级衍射效率的偏离, 但这种偏离通常同方向变化, 因而削弱了 w_{+1}/w_{-1} 的改变, 从而能保证在实验中测得的 $m = \pm 1$ 级效率之比与理论模型的 $m = \pm 1$ 级的效率之比相一致, 光栅单一级次的衍射效率在处理刚才提及的细微偏差而带来的误差不及前者理想. 同时, 在实验中通过适当增大入射角度以增大测量的灵敏度来保证测量准确度. 现有一块基板为玻璃, 光栅层记录材料为重铬酸盐明胶的体积相位全息光栅(其剖面图示及各参量的说明参见图 2), 各

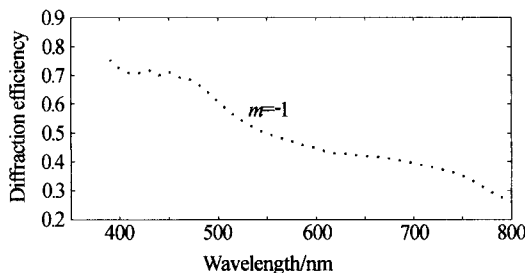


图 3 光栅的负一级衍射效率随入射波长变化曲线
Fig. 3 Diffraction efficiency of the transmitted orders of $m = -1$ as a function of the wavelength

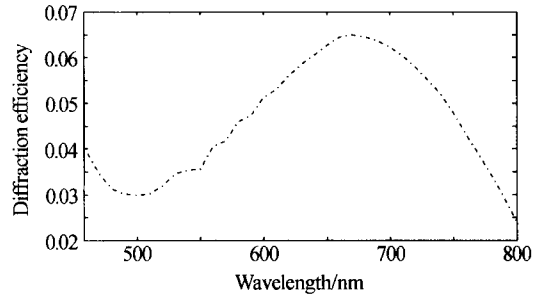


图 4 光栅的正一级衍射效率随入射波长变化曲线
Fig. 4 Diffraction efficiency of the transmitted orders of $m = +1$ as a function of the wavelength

参量分别为($n_0 = 1.453, n_1 = 0.08, T = 1.72 \mu\text{m}, H = 20.1 \mu\text{m}$). 在上述理论的指导下, 计算出了 TE 波以入射角 6° 入射光栅表面正负一级衍射级次的效率随入射波长的变化曲线见图 3 和图 4.

图 3, 图 4 可以看出这两衍射级次的衍射效率的区别非常明显. $m = \pm 1$ 级的能量之比随入射波长的变化曲线见图 5.

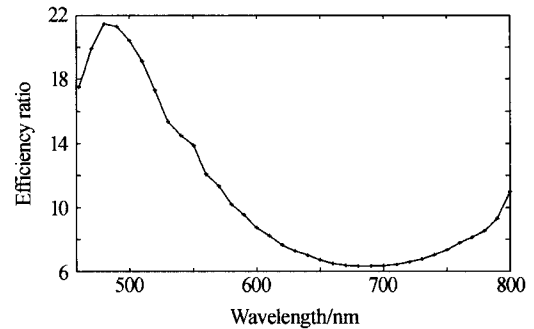


图 5 体积相位全息光栅的正一级与负一级能量之比随入射波长的变化曲线
Fig. 5 Diffraction efficiencies ratio of the transmitted orders of $m = -1$ & $m = +1$ as a function of the wavelength

从图 5 中可以看出, 在两个波长区间 [450 nm, 500 nm] 和 [500 nm, 640 nm] 中, 光栅的 $m = \pm 1$ 级的能量之比 (w_{+1}/w_{-1}) 随入射波长几乎是线性变化, 前者是递增趋势, 后者为递减. 也作出了光栅的 +1 级与零级的能量之比随波长的变化曲线(见图 6),

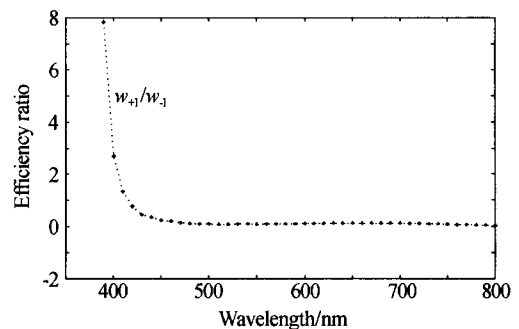


图 6 体积相位全息光栅的正一级与零级能量之比随入射波长的变化曲线
Fig. 6 Diffraction efficiencies ratio of the transmitted orders of $m = +1$ & $m = 0$ as a function of the wavelength

在波长范围为[390 nm, 440 nm]中时, w_{+1}/w_0 的变化非常急剧; 在波长范围为[440 nm, 790 nm]中时, 它的变化却非常的缓慢, 变化曲线是一条几乎平行于横坐标的直线, 这两个极端都不利于光栅参量的精确反演. 因而无论是用单一级次还是+1级与零级的衍射能量之比, 都很难准确地反演出光栅的参量. 用 w_{+1}/w_{-1} 来反演光栅参量的另一个主要优点是对光栅的制造误差比其他方法不敏感. 为了说明这点, 研究了光栅周期畸变程度在 2% 以内时, w_{+1}/w_{-1} 和 w_{+1}/w_0 随波长变化的敏感程度(见图 7, 图 8). 两图对比可知, 它们对误差的敏感程度的差别达十倍左右. 后者优于前者, 这有利于光栅参量的准确测量.

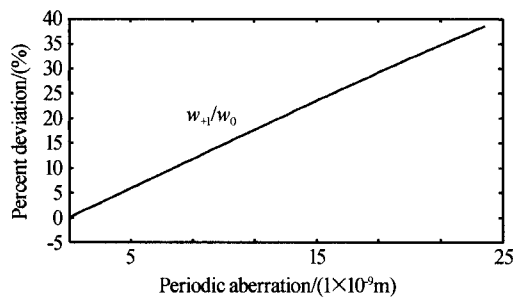


图 7 正一级与零级的能量之比随体积相位全息光栅周期(2%以内)畸变的曲线

Fig. 7 The percent deviation of w_{+1}/w_0 as a function of the periodic aberration

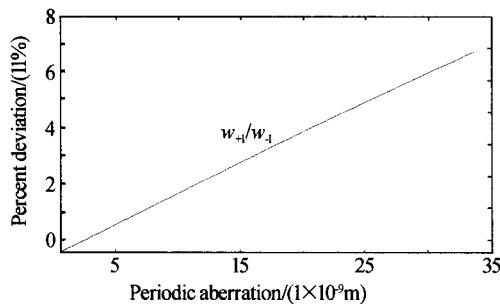


图 8 正一级与负一级的能量之比随体积相位全息光栅周期(2%以内)畸变的曲线

Fig. 8 The percent deviation of w_{+1}/w_{-1} as function of the periodic aberration

2.2 优化算法

最优化是一门应用相当广泛的学科, 它讨论决策问题的最佳选择, 构造寻求最佳解的计算方法. 由 Metropolis 等人提出^[9,10]的模拟退火算法是其中的一个典型代表, 因其具有全局的搜索能力而广

泛用在许多领域中. 该法起源自然界中的金属冷却退火现象: 金属在高温下溶化后, 通过非常缓慢的冷却过程, 熔融金属分子将规则地排列, 形成单晶体. 在本文中借用文献[11, 12]中的思想来反演光栅参量. 其整个测量过程主要包括实验测量与优化反演两个部分. 一般步骤为: 首先从测量的 w_{+1}/w_{-1} 实验光谱曲线上取若干个(一般由所需反演的参量个数来决定取点的个数), 然后选用适当的优化算法(本文中采用模拟退火算法)进行反演来得到所需要的光学参量, 其反演程序的运行进程用评价函数来评定, 当评价函数达到设定的一个较小的值时, 所对应的几个参量就是所要测量的光栅参量. 本文中用最小二乘法构造的评价函数

$$P_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\eta_i - \eta_{k_i})^2$$

这里的 N 为所选点的个数, η_i 为测量值(代表 η_{k_i} , $i=1, 2, \dots, N$), η_{k_i} 为由程序中光栅透射率比值的尝试解(代表 η_{k_i} , $i=1, 2, \dots, N$). 在逐步迭代过程中, η_c 保持不变, η_k 不断变化, 直到评价函数达到事先确定的一个极小值为止.

3 实验与结论

为了验证这种方法的正确性和可行性, 反演了一块基板为玻璃, 记录材料为重铬酸盐明胶的体积相位全息光栅+1级的能量之比, 用椭圆偏法测量出了光栅膜层的平均折射率. 国产的精密测量膜厚仪测量了光栅厚度(准确度为 $0.1 \mu\text{m}$)并推算出了该光栅的调制折射率和用测量一级衍射角的方法测量出光栅的周期, 其各参量值分别为: $n_0=1.453$, $n_1=0.08$, $H=20.1 \mu\text{m}$, $T=1.72 \mu\text{m}$. 设定光栅周期 T 是正确的而不参与反演, 只反演光栅的三个参量(n_0 , n_1 , H), 因而反演程序只需选取五个不同 w_{+1}/w_{-1} . 在实验中分别测量了同一入射角五种不同波长和同一波长五种不同入射角下的 w_{+1}/w_{-1} , 其实验条件与图 3~图 8 中的一致. 在实验中所用的测量波长分别为 632.8 nm, 514.5 nm, 496.5 nm, 488.0 nm, 476.5 nm, 入射角分别为 $3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ$. 对每一个 w_{+1}/w_{-1} 测量了三次, 然后算出它们的平均值作为测量值, 选出其中偏离这个平均最大测量值的偏差作为测量误差. 实验装置如图 1, 测量结果见表 1.

表 1 不同入射角下, 不同探测波长的正负一级的能量之比的实验

w_{-1}/w_{+1} \ λ	632.8 nm	514.5 nm	496.5 nm	488.0 nm	476.5 nm
θ					
3°	4.181 ± 0.110	3.862 ± 0.115	3.783 ± 0.213	3.901 ± 0.107	3.894 ± 0.113
6°	7.208 ± 0.117	17.912 ± 0.108	19.093 ± 0.099	19.256 ± 0.316	20.722 ± 0.32
9°	161.632 ± 2.237	3.685 ± 0.014	11.884 ± 0.023	11.032 ± 0.137	10.551 ± 0.048
12°	2.061 ± 0.011	6.890 ± 0.022	6.493 ± 0.056	6.473 ± 0.124	6.054 ± 0.042
15°	8.903 ± 0.064	13.041 ± 0.109	0.014 ± 0.204	9.548 ± 0.155	7.432 ± 0.126

从表 1 可以看出,实验测量的最大误差不超过 2%。然后利用模拟退火算法来反演光栅参量。假定光栅参量中的周期 T 已知,只反演 n_0, n_1, H 三个参量。它们的反演范围分别为: $[1.20, 1.60]$; $[0.05, 0.10]$, $[18 \mu\text{m}, 22 \mu\text{m}]$, 在实际的计算过程中,只要将反演步长乘以一个呈高斯分布的随机数,再严格控制收敛条件,此时可以将其范围设得较大,对初始值的依赖性较小。这样,即使在对光栅了解不多的

情况下,也能很快地搜索到一组最佳值,大大减少了因初始值和搜索范围设得不当所带来的误差。在反演程序中选用了两种不同的取值方式: I 在同一波长不同入射下取值时的反演结果; II 不同的波长同一入射角下的反演结果,为节省篇幅起见,在第一种情况中只选取了 632.8 nm 的波长,第二种情况只选取了 6° 入射角,它们的结果见表 2。

表 2 两种不同的选点方法反演出的光栅参量

	I	II
	(n_1, n_0, H)	$(0.07941, 1.451, 19.8 \mu\text{m})$
		$(0.07992, 1.450, 20.23 \mu\text{m})$

由表 2 可知,这两种选点的方法,都能较准确的反演出光栅的参量。但第一种选值方式所反演出的膜厚与真值的误差大约为 2.5%, 超过实验测量误差。与光栅参量的真值相比可知,后一种取值的方法优于前一种。

4 结论

综上所述,透射光谱和模拟退火优化算法结合起来能准确地测量出光栅参量。该法具有准确、高效、可重复性、成本低、对光栅无损伤等优点,在不太了解光栅参量的情形下,该法不失为测量光栅参量的另一种途径。限于篇幅,只用了模拟退火算法,只反演了三个光栅参量,也可以用其它的优化算法和透射光谱法相结合,来反演出其它光栅参量。

参考文献

- 1 孙德贵,汪晓元,翁兆恒. 光学非线性薄膜线性参量的快速测量与分析. 光子学报, 1995, **24**(1): 57~61
Sun D G, Wang X Y, Weng Z H. *Acta Photonica Sinica*, 1995, **24**(1): 57~61
- 2 张琳,张连顺,许棠等. 生物组织光学参量的离体和在线无损测量. 光子学报, 2004, **33**(11): 1377~1381
Zhang L, Zhang L S, Xu T, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(11): 1377~1381
- 3 卢向东,傅克祥,王植恒,等. 椭圆法测光栅参量的可行性理论研究. 激光杂志, 2003, **24**(1): 29~31
Lu X D, Fu K X, Wang Z H, et al. *Laser Journal*, 2003, **24**(1): 29~31
- 4 麻健勇,傅克祥,王植恒,等. 基于模式理论光栅椭圆参量

反演的数值模拟. 激光杂志, 2003, **24**(5): 42~44

Ma J Y, Fu K X, Wang Z H, et al. *Laser Journal*, 2003, **24**(5): 42~44

- 5 Drege E M, Reed J A, Byrne D M. Linearized inversion of scatterometric data to obtain surface profile information. *Opt Eng*, 2002, **41**: 225~236
- 6 Kleinknecht H P, Meier H. Linewidth measurement on IC marks and wafers by grating test patterns. *Applied Opt*, 1980, **19**: 525~533
- 7 傅克祥,王植恒,张大跃,等. 位相光栅的严格模式理论及其全反射特性. 物理学报, 1998, **8**(8): 1278~1288
Fu K X, Wang Z H, Zhang D Y, et al. *Acta Physica Sinica*, 1998, **8**(8): 1278~1288
- 8 Fu Kexiang, Wang Zhiheng, Zhang Dayue, et al. A modal theory and recursion RTCM algorithm for gratings of deep grooves and arbitrary profile. *Science in China*, 1999, **42**(6): 636~645
- 9 Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N. Equation of state calculations by fast computing machines. *Chem Phys*, 1953, **21**(6): 1087~1097
- 10 Kirkpatrick G, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, **220**(4598): 671~680
- 11 Liao Qingjun, Wang Zhiheng, et al. Ellipsometric data inversion of absorbing films by simulated annealing. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(6): 683~687
- 12 Liu Xicheng, Wang Zhiheng, et al. Determination of optical constants of thin films by means of transmission spectra and simulated annealing algorithm. *Laser Technology*, 2003, **27**(2): 94~96, 112

Determining the Parameters of VPHG with the Diffractive Efficiencies Ratio(+1/-1)

Li Jianlong, Fu Kexiang, Zhu Jianhua, Zhang Lijuan, Zeng Yangsu
College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064

Received date: 2004-11-08

Abstract A new method is proposed to determinate the parameters of the gratings at the same time by means of the diffractive efficiencies ratio (+1/-1) and simulated annealing algorithm. We make use of the diffraction orders efficiency ratio ($m=+1, -1$) decrease the error result from the varied degree surface roughness, the aberration in the structure period and the medium distributing uneven etc, in order to ensure to calculation precision in the optimized method. In the experiment of determining the Volume Phase Holographic Grating's parameters, the error of the result is not over 1%, so it demonstrates the metrology's validity and feasibility. At the same time, It has a lot of advantages such as no damage, simplicity of measurement, facility of manipulation, good stability and so on.. we believe that the metrology will become the powerful instrument in measurement the grating constant.

Keywords Diffractive efficiencies' ratio (+1/-1); Simulated annealing algorithm; Optical parameters; VPHG



Li Jianlong was born in 1978, in Hunan province, China. He is now pursuing doctors degree in the physical and technology department in Sichuan university. His research is the area of photoelectricity and signal processing.