

同心圆检测中的区域划分算法*

牛建军^{1,2} 刘上乾¹ 韩宝君¹ 任宝文²

(1 西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

(2 西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

摘要 针对在基于图像的高准确度测量领域中同心圆图像检测这一实际问题, 分析并实验验证了 Hough 变换法的缺点和一般圆拟合法的不足, 根据系统光轴与同心圆旋转对称轴重合的特点, 提出对图像平面进行区域划分再应用圆拟合法检测的方法. 建立了基于距离空间聚类和基于随机采样两种区域划分算法, 并且给出了圆心初值误差的极限. 通过实验仿真, 证明了新算法简单高效和可靠, 而基于随机采样的算法更适合于实时检测的应用.

关键词 同心圆检测; 圆拟合; 区域划分; 距离空间聚类; 随机采样

中图分类号 TN911.73 **文献标识码** A

0 引言

多圆检测中常用的方法是 Hough 变换法^[1]. 该方法可以同时给出圆心和半径参量, 但是 Hough 变换法在使用中也有些不利因素. 首先是该方法要求使用单像素宽度图像, 而实际的圆总是有宽度分布, 所以一般必须进行边缘检测才能满足变换要求, 这样对原图像信息的利用率下降, 会导致检测准确度下降; 其次由于圆上每一点都要对圆的三个参量的可能取值进行逐点计算, 导致计算量很大, 并且随着准确度的提高, 计算量更大. 所以在高准确度的多圆检测中, Hough 变换法有其局限性. 很多作者对 Hough 变换在圆检测中的应用进行了改进, 例如选择连接点, 将变换产生的锥面变换到三维坐标轴上^[2], 随机选取不共线的三点进行变换, 采用动态链表结构, 减少无效累积的次数^[3], 以及利用法向条件作为随机 Hough 变换的约束等.

在以激光为参考进行位置高准确度测量的实际工作中, 针对同心圆检测这一特殊情况, 为克服 Hough 变换的运算量大、检测准确度不高的缺点, 发展了两种实用的检测方法, 即首先采用基于距离空间聚类的方法或采用基于随机采样的方法对同心圆图像进行区域划分, 然后分区域进行圆拟合. 实验证明, 新算法的检测准确度高而且运算速度快.

1 基于 Hough 变换的圆检测算法

Hough 变换由 Paul Hough 在 1962 年提出^[4], 变换建立了一种从图像空间到参量空间的映射关系, 将前者中的边缘信息映射为参量, 从而将曲线检测转换为参量的聚类检测. 该方法几何意义明确, 有

一定的抗干扰能力, 易于实现并行处理. 常用于直线、圆和椭圆等的检测及识别^[5].

在 Hough 变换的圆检测中, 标准的圆方程在参量空间的形式为

$$(a-x)^2 + (b-y)^2 = r^2 \quad (1)$$

对圆上每一个边缘点的坐标 (x_i, y_i) , 遍历圆的三个参量 (a, b, r_j) 的可能取值, 如果它们满足式 (1), 则对计数器 $C(a, b, r_j)$ 加 1, 遍历完圆上所有符合条件的像素点后, 计数值最大者对应的参量即为所检测圆的参量.

在 Hough 变换中, 必须对参量空间进行离散化并进行循环, 如果图像较大或者检测准确度较高, 会要求很大的内存空间, 并且要求对参量的可能取值进行逐个计算, 这都会在计算上带来极大的困难. 检测本身要求对参量空间的计数结果进行进一步的验证, 使得算法效率再次下降. 因而, 在圆检测中使用 Hough 变换有很大的困难.

2 基于圆拟合的圆检测算法

基于圆拟合的圆检测算法是根据最小均方误差准则, 使图像中的实际圆与理想圆形成的残差平方和为最小, 再由极值条件确定出圆的参量. 设理想圆的标准方程为

$$(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 = r^2 \quad (2)$$

这里 (x_i, y_i) 是圆周上任一点的坐标, (a, b) 是圆心坐标, r 是圆的半径. 设该点残差为

$$\epsilon_i = (x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 - r^2 \quad (3)$$

遍历圆的集合 E , 可以得到残差平方和函数 Q , 根据最小二乘法的原理, 应有

$$Q = \epsilon_i^2 = \sum_{i \in E} [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 - r^2]^2 = \min \quad (4)$$

由极值理论求解可以得到圆心坐标和半径

$$[a \ b] = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2} [\bar{x}(x^2 + y^2) - \bar{x}^3 - \bar{x}y^2] \\ \frac{1}{2} [\bar{y}(x^2 + y^2) - \bar{y}^3 - \bar{x}^2\bar{y}] \end{array} \right]^T \cdot \left[\begin{array}{cc} \bar{x}^2 - \bar{x}^2 & \bar{x}y - \bar{x}\bar{y} \\ \bar{x}y - \bar{x}\bar{y} & \bar{y}^2 - \bar{y}^2 \end{array} \right]^{-1} \quad (5)$$

$$r = (a^2 + b^2 + \bar{x}^2 + \bar{y}^2 - 2a\bar{x} - 2b\bar{y})^{1/2} \quad (6)$$

式(5)、(6)中 x, y 的各阶矩定义为

$$\bar{x}^m \bar{y}^n = \frac{1}{N} \sum_{i \in E} x_i^m y_i^n \quad (7)$$

式中 N 为边缘点总数.

3 基于距离空间聚类的圆拟合区域划分算法

用圆拟合算法可以获得很高的检测准确度,但对于同心圆检测的场合,由于参与拟合运算的像素点被认为是位于同一个圆上,所以拟合法并不能直接应用,而必须对拟合区域进行划分.这里用距离空间聚类^[6~8]的方法进行区域划分.

首先大致确定圆心坐标 (a, b) , 然后计算圆上所有像素点到圆心的距离. 对存在 k 个同心圆的情况, 则必然存在 $k-1$ 个分界半径 R_1, R_2, \dots, R_{k-1} . 把整个图像平面划分为 k 个区域, 每一个区域中只包含一个待检测圆, 这样针对每一个区域可以用拟合法进行检测. 从而把 k 个同心圆全部检测出来. 所以, 此时区域划分就成为影响检测准确度的关键因素.

假设圆上一点到圆心初始位置 (a, b) 的距离为 r , 统计距离 r 出现的概率 $p(r)$. 在每一个区域内统计相应距离的圆上像素点出现的概率和 w 与平均半径 \bar{r} . 例如对于第 n 个区域

$$w_n = \sum_{r=R_{n-1}}^{R_n} p(r) \quad (8)$$

$$\bar{r}_n = \sum_{r=R_{n-1}}^{R_n} r \times p(r) \quad (9)$$

进而得到所有圆的平均半径

$$\bar{r} = \sum_{n=1}^k \bar{r}_n \times w_n \quad (10)$$

而最佳划分半径满足

$$(R_1, R_2, \dots, R_{k-1}) = \text{Arg max}_{\sum_{n=1}^k} [w_n (\bar{r}_n - \bar{r})^2] \quad (11)$$

在这种基于距离分组聚类的划分算法中, 圆心初值是否合适成为能否成功划分各个圆区域的关键. 如果第 i 个分界圆的半径为 R_i , 由于圆心初值误差, 它与第 i 个待检测圆内切, 而与第 $i+1$ 个待检测圆外切, 此时原本峰值明显的概率分布曲线将变得峰值不明显, 该检测方法将会失效. 从而得到圆心误差的最大值为同心圆圆间距的一半 (暂不考虑待检测圆的宽度).

$$(\Delta R)_{\max} = (r_{i+1} - r_i) / 2 \quad (12)$$

为此, 进行了模拟实验, 图 1 为一个包含 4 个待检测同心圆的原始图像; 图 2 是基于距离空间聚类的区域划分结果, 线条较宽的圆为获得的分界圆; 图 3 是圆心初值就是同心圆圆心时的概率分布曲线, 3 个实的竖直线是上述算法得到的划分半径位置, 而 3 个点划竖直线则表示基于随机采样的划分半径位置; 图 4 是圆心初值偏离同心圆圆心时的概率分布

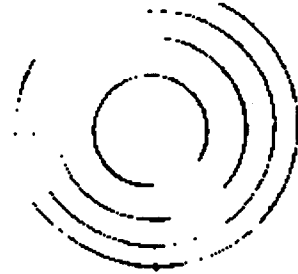


图 1 包含 4 个待检测同心圆的原始图像
Fig. 1 The original image include 4 concentric circles

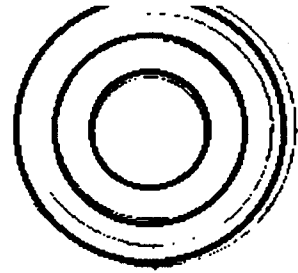


图 2 基于距离空间聚类的区域划分结果
Fig. 2 The region partition result of distance space clustering

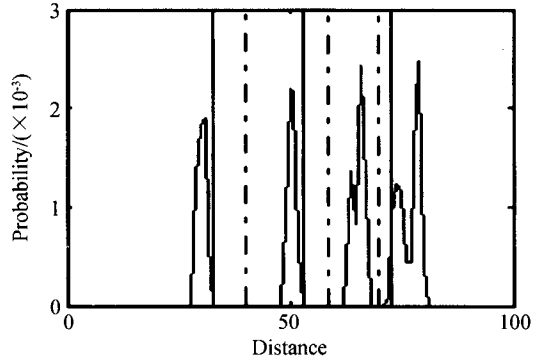


图 3 概率分布曲线和划分半径位置
Fig. 3 The probability curve and the position of partitioned radius

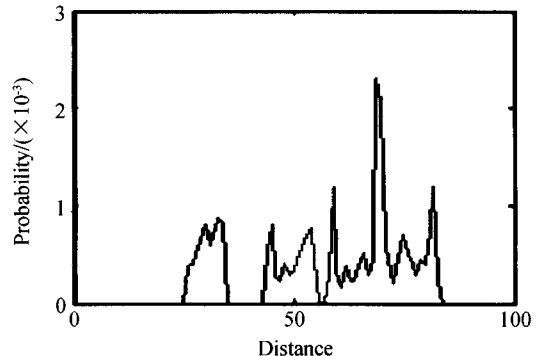


图 4 有误差时的概率分布曲线
Fig. 4 The probability curve with error

曲线. 实验结果表明, 当圆心初值的偏差达到圆间距的 $1/3 \sim 1/2$ 时, 还能得到准确的划分结果, 说明该方法有很好的抗干扰性能.

在计算效率上, 该方法和 Hough 变换法相比, 优点是不必使用巨大的多维数组, 节约了内存资源; 缺点是还要进行多重循环运算, 当同心圆的数目较多时, 该方法也有困难. 为此有必要发展新方法.

4 基于随机采样的圆拟合区域划分算法

设图像中 k 个同心圆的中心半径分别为 r_i ($i=1, 2, \dots, k$), 宽度均为 d . 在图像的圆上随机选取 k 个不同的点, 则这 k 个点分别属于不同圆的概率为

$$\prod_{i=1}^k C_{2\pi r_i d}^1 / C_{\sum_{i=1}^k 2\pi r_i d}^k \quad (13)$$

这个值比较大, 所以很容易得到满足要求的 k 个点. 这 k 个点相对于圆心初值的距离按大小排序, 分别记为 r'_i ($i=1, 2, \dots, k$), 所以第 i 个圆区域和第 $i+1$ 个圆区域的分界半径为

$$R_i = (r'_i + r'_{i+1}) / 2 \quad (14)$$

因为圆的宽度为 d , 所以圆上随机采样点的位置误差满足

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \leq d/2 \quad (15)$$

设选取圆心时坐标限制在半径为 ΔR 的圆内, 即圆心坐标的取值误差满足

$$\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2} \leq \Delta R \quad (16)$$

这两项误差决定了分界圆的大小和位置, 设相邻两个待检测圆平均半径分别为 r_i 和 r_{i+1} , 分界圆 R_i 位于两者之间, 这个分界圆不能进入待检测的两个圆区域内, 于是有

$$R_i - \Delta R \geq r_i + d/2 \quad (17)$$

$$R_i + \Delta R \leq r_{i+1} - d/2 \quad (18)$$

这样就得到了考虑待检测圆的宽度时圆心误差的最大值

$$(\Delta R)_{\max} = (r_{i+1} - r_i - d) / 2 \quad (19)$$

对于获得的两个随机采样点是否在同圆上, 必须根据到圆心初值的距离差值进行判断, 这个同一性判断的阈值满足

$$\Delta r_{th} = \Delta R + d \quad (20)$$

这个阈值要根据经验合理选择, 以保证所选的 k 个采样点是在不同的圆上.

这种随机采样的同心圆区域的划分算法只需要统计 $p(r)$, 再无需作其它的循环运算, 显然算法的速度要快得多, 实验结果如图 3 中的竖直线划线所示.

在 CPU 主频为 1.6G 的 PC 上用 MATLAB 对如图 1 所示的大小为 768×576 的图像进行了仿真

实验, Hough 变换方法、基于距离空间聚类的圆拟合算法和基于随机采样的圆拟合算法的检测结果为: 检测时间分别为 193s、136s、0.3s, 圆心坐标分别为 (350, 275)、(350.28, 275.76)、(350.28, 275.76), 最小的圆半径分别为 114、114.47、114.47. 可以看出, 两种拟和法的检测准确度比 Hough 变换法高, 而基于随机采样的圆拟合算法由于无需循环, 因而检测速度要高得多.

5 结论

针对光电成像高精度测量系统中同心圆检测这一实际问题, 分析了常用于圆检测的 Hough 变换法和圆拟合法的优缺点, 根据实际中同心圆平面法线与系统光轴重合且两者相对不动的特点, 提出了对图像平面进行区域划分再应用圆拟合法的检测方法. 建立了基于距离空间分类和随机采样两种区域划分算法, 并且解析得到圆心初值误差的极限和判断两个采样点是否在同一圆上的阈值条件. 通过实验仿真, 证明了基于随机采样的区域划分算法简单高效和可靠, 适合实时应用.

参考文献

- 1 郑南宁. 计算机视觉与模式识别. 北京: 国防工业出版社, 1998. 154~159
Zheng N N. Computer Vision and Pattern Recognition. Beijing: National Defence Industry Press, 1998. 154~159
- 2 Leavers V F. The dynamic generalized hough transform: its relationship to the probabilistic hough transform and application to the concurrent detection of circles and ellipses. CVGIP: Image Understanding, 1992, **56**(3): 381~398
- 3 Xu L, Oja E. Randomized Hough Transform (RHT): basic mechanisms, algorithms and computational complexities. Computer. Vision Graphic Image Process: Image Understanding, 1993, **57**(2): 131~154
- 4 Hough P V C. A method and means for recognizing complex patterns. U. S. Pattern, 3069654, 1962
- 5 刘波. 用 Hough 变换识别二维图像. 光子学报, 1992, **22**(2): 32~38
Liu B. Acta Photonica Sinica, 1992, **22**: 32~38
- 6 Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms. IEEE Trans SMC, 1979, **9**(1): 62~69
- 7 梁继民, 王昌明, 殷廷瑞, 等. 基于投影的 X 光图像分割区域数量判定. 光子学报, 2004, **33**(12): 1517~1521
Liang J M, Wang C M, Yin T R, et al. Acta Photonica Sinica, 2004, **33**(12): 1517~1521
- 8 王萍, 苏秀琴, 刘雅轩. 基于区域合并的动态阈值分割算法. 光子学报, 2004, **33**(3): 378~381
Wang P, Su X Q, Liu Y X. Acta Photonica Sinica, 2004, **33**(3): 378~381

Algorithm for Region Partition in Concentric Circles Detection

Niu Jianjun^{1,2}, Liu Shangqian¹, Han Baojun¹, Ren Baowen²

¹ College of Technological Physics, Xidian University, Xi'an 710071

² College of Science, Xidian University, Xi'an 710071

Received date: 2005-06-29

Abstract Analyzing and validating the defect of Hough transform and circle fitting method contraposing the issue of concentric circles detection in high precision measurement base on image. The detect method is made use of circle fitting after partitioned the region of image plane is presented based on the axis of system and axial symmetry are superposition. Two algorithm for region partition based on distance space clustering and random sample are found. The limit of initial value error is given. The new algorithm is approve of simple, efficiency and credibility through experimentation. And the algorithm based on random sample fit real time application.

Keywords Concentric circles detection; Circle fitting; Region partition; Distance space clustering; Random sample



Niu Jianjun was born in 1969. He received his bachelor degree in physics in 1991. He worked at Xidian University from 1998. Now he is currently working towards the Ph. D. degree in photoelectricity engineering at Xidian University. His current work is concerned in the photoelectricity imaging and image processing.