

多光束在分形粗糙表面散射的仿真*

徐敬波 蒋庄德 赵玉龙 宋康

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室,精密工程研究所,西安 710049)

摘要 采用矩量法(MOM),分析了多光束在分形粗糙导体表面的散射分布.对在不同入射角、光束宽度控制因子、光束照射区宽度、表面均方根高度和表面分维数情况下的散射进行了数值仿真.仿真结果表明了各参量的变化对散射分布的影响.根据仿真计算结果给出了最佳的散射测量区域,为减少多光束测量的误差提供了一定的参考.

关键词 形貌检测;散射;分形粗糙表面;数值仿真
中图分类号 TN241 **文献标识码** A

0 引言

现代光电测量技术以其非接触、高效率、高精度以及适合测量自由曲面等特点,已成为三维轮廓测量技术中十分重要的手段.多光束三角测量法^[1,2]对于较大物体测量具有快速、准确、大范围、工程实现方便、较高的测量效率等优点,具有重要的工程应用价值.

三角测量法通过测量粗糙表面的散射光的能量分布来确定粗糙表面的形貌^[3].多光束三角测量法使用多束光线同时测量,从而大大提高了测量的效率.为进一步提高该方法的测量准确度,关键问题之一是确定入射光束在被测表面的散射分布.物体表面的光散射与被测表面的粗糙度,入射角度及物体复折射率等因素均有关.以往的测量中,对物体散射模型的计算主要有两种:对于不透明的物体,其表面如果十分粗糙则视为理想漫反射体,理想的漫反射表面满足朗伯模型^[4].对于实际的工程表面,其散射光既有漫反射成分,又含有正反射成分,故可视为中间过渡体,认为它的散射模型为 Phong 反射模型^[5].但这两种模型对复杂的测量应用,都有比较大的局限性.因此根据随机粗糙面光散射理论,分析多光束在分形粗糙表面的散射场分布,将为多光束测量的误差分析提供一定的理论依据.

已有的对粗糙面光散射分析的方法主要有基尔霍夫近似(KA)法,小角度微扰方法(SPM)等^[6]理论近似方法,有限元分析(FEM)^[7],扩展边界条件法^[8],矩量法^[9]等数值方法.在这些方法中,矩量法因其计算准确度较高,物理意义明确而得到比较广泛的应用.本文首先通过 Monte Carlo 方法建立分

形粗糙表面的数学模型,使用矩量法,在不同的入射角,光束宽度控制因子、光束照射区宽度、表面均方根高度和表面分维数的情况下,对各光束产生的散射场进行了数值模拟,计算结果有效的说明了上述各种情况对多光束入射的散射场分布的影响.

1 理论分析

本文考虑以沿水平 x 轴展开的二维粗糙导体表面为例说明矩量法计算散射原理^[10](如图 1).导体粗糙面为 $z=f(x)$.当物体表面 x 方向粗糙度远大于 y 方向粗糙度的情况下,可以适用于这类模型.任意入射光波可以分解为 TE 波和 TM 波的迭加.

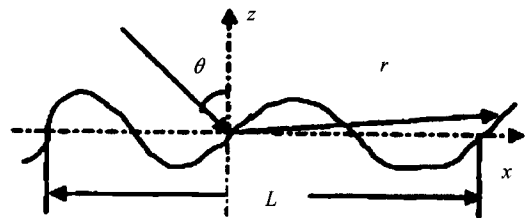


图 1 粗糙面散射模拟示意图

Fig. 1 Schematic diagram for scattering from rough surface by one incident beam of light

由 TE 波入射的电场积分方程(EFIE)为

$$E_{inc}(\mathbf{r}') = \int_L \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n} \cdot \nabla E(\mathbf{r}) ds \quad (1)$$

由 TM 波入射的磁场积分方程(MFIE)为

$$H_{inc}(\mathbf{r}') = \frac{1}{2} H(\mathbf{r}') - \int_{L'} H(\mathbf{r}) \mathbf{n} \cdot \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds \quad (2)$$

式中 $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$, $H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$ 为第一类汉克尔函数, \mathbf{r}, \mathbf{r}' 分别为散射的场点与源点的向量, E_{inc}, H_{inc} 分别为入射的电场强度和磁场强度, L 为散射积分区域, L' 为除去奇异点的散射积分区域, $E(\mathbf{r}), H(\mathbf{r})$ 为空间总电场、磁场, \mathbf{n} 为散射表面法线方向向量.

将粗糙面沿 x 方向均匀离散,应用点匹配的矩量法,由以上方程可以写成矩阵形式

*国家 973 项目(2003CD716203)和教育部科学技术研究重点项目(00117)资助

Tel: 029-82668616-151 Email: xjb0510@163.com

收稿日期: 2005-08-01

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{b} \quad (3)$$

式中 \mathbf{A} 为阻抗矩阵, \mathbf{b} 为入射波向量, \mathbf{u} 为粗糙散射表面未知量. 矩阵方程求逆得到 \mathbf{u} , 然后通过 \mathbf{u} 计算出粗糙面的双站散射系数.

文中 TE 或 TM 波入射都采用高斯入射波束^[11], 以避免有限宽度平面波入射时波束边缘的误差发生. 对高斯入射波束, 粗糙面双站散射系数 $\delta(\theta_s)$ 直接反映了物体散射场的能量分布, θ_s 是散射方向. 设入射功率为 P_{inc} , 散射功率为 P_s , 根据良导

体散射的能量守恒原理, 则 $\frac{P_s}{P_{inc}} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma(\theta_s) d\theta_s = 1$.

多光束同时照射在粗糙的导体表面发生光散射. 对多束相同性质的入射光束, 在各个散射方向各光束的散射场将发生相干叠加. 相干叠加包括各散射光束的幅度与相位的叠加.

$$E_{ssum} = \sum_n E_{sn} \quad (4)$$

$$H_{ssum} = \sum_n H_{sn}$$

2 计算结果和讨论

本文采用 Monte Carlo 方法计算随机粗糙表面的散射. 首先需要产生一簇粗糙表面, 然后对每一个粗糙表面计算相应的散射系数, 最后对所有的散射系数进行平均, 得到的随机粗糙表面的双站散射系数.

2.1 分形随机粗糙表面的产生

大量研究表明: 工程粗糙面具有分形特性, 本文采用带限 W-M 分形函数^[12] 产生分形粗糙表面

$$z = f(x) = hC \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-2)n} \sin(k_0 b^n x + \Phi_n) \quad (5)$$

式中 $C = \sqrt{\frac{2(1-b^{2(D-2)})}{1-b^{2N(D-2)}}$ 表示幅度控制因子, D 表示分维数 ($1 < D < 2$), Φ_n 表示每一谐波的随机初相位, b 表示尺度因子, $k_0 = 2\pi/\Lambda_0$ 表示空间基波数, h 表示均方根高度, N 为最高谐波数.

使用矩量法计算了单光束入射在分形粗糙导体表面时的双站散射系数. 计算有关的初始参量如下: 波长 λ , 光束照射区的宽度为 $L = 40\lambda$, 入射角为 30° , TE 和 TM 入射波宽度控制因子 $g = L/4$. 分形粗糙表面的参量为: 均方根高度为 $h = 0.2\lambda$, $D = 1.3$, $b = e/2$, $\Lambda_0 = 20\lambda$, $N = 10$. 粗糙表面离散的密度为 $\lambda/10$. 最后使用 Monte Carlo 方法实现 50 条高斯粗糙表面的双站散射系数求平均. TE 波和 TM 波分别入射时的双站散射系数的计算结果如图 2. 矩量法计算的散射场的能量守恒分别为: TE 波为 0.9993, TM 波为 0.9973, 表明了足够的准确度.

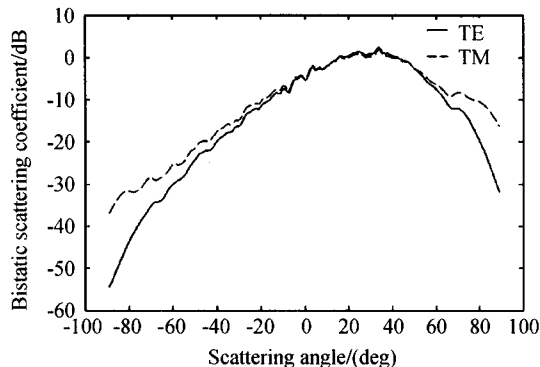


图 2 TE 波和 TM 波的双站散射系数计算结果

Fig. 2 Bistatic scattering coefficient in TE and TM wave

2.2 双光束同时入射在分形粗糙表面的双站散射系数

下面以图 3 的双光束测量情况为例, 说明多光束在不同的入射角、光束宽度控制因子、光束照射区宽度、表面均方根高度和表面分维数情况下, 各光束之间散射的相互影响. 两条相同性质的光束同时入射到分形粗糙表面的不同区域产生散射, 因此在各个区域的散射场中将包含他们之间的相互作用. 在 A, B 照射区域中, 对 A 区域的双站散射系数进行了数值模拟, 说明了 B 区域对 A 区域的散射系数的影响. 设两个照射区中心的距离为 A 照射区中心点到接收器距离的一半. 计算中 A 区域中入射光束和表面的参量不变, B 区域中除去变化的参量, 其它参量同上面单光束入射的情况.

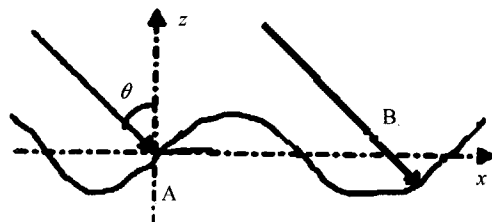
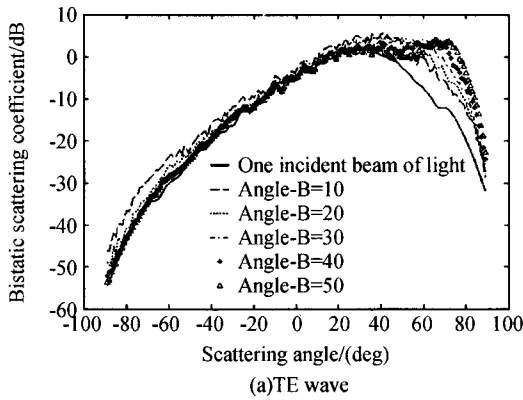


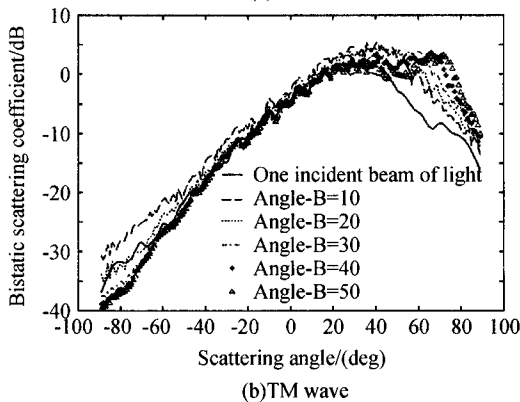
图 3 双光束入射的示意图

Fig. 3 Schematic diagram for scattering from rough surface by two incident beam of light

图 4 为在不同的入射角的情况下, 区域 A 的双站散射系数, 其中 B 照射区域的入射角依次为 $\theta_{B} = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$. 图 5 为在不同的光束宽度控制因子的情况下, 区域 A 的双站散射系数, 其中 B 区域的照射光束的宽度控制因子为 $g_B = L/8, L/6, L/4, L/3, L/2$. 图 6 为在不同的照射区宽度的情况下, 区域 A 的双站散射系数, 其中 B 照射区的宽度为 $L_B = 20\lambda, 30\lambda, 40\lambda, 50\lambda, 60\lambda$. 图 7 为在不同的表面均方根高度的情况下, 区域 A 的双站散射系数, 设 B 照射区域的均方根高度为 $h_B = 0.02\lambda, 0.05\lambda, 0.2\lambda, 0.5\lambda, 1\lambda$. 图 8 为在不同的表面分维数的情况下, 区域 A 的双站散射系数, 其中 B 区的表面分维数 $D_B = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$.

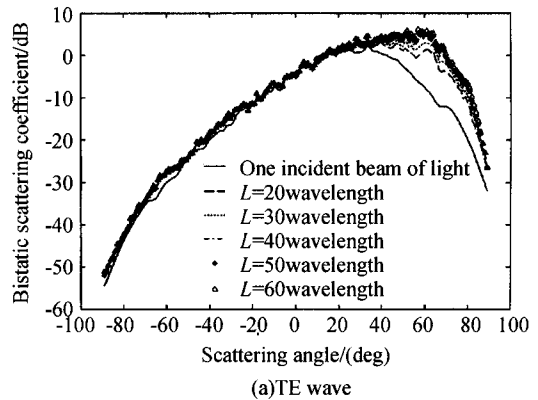


(a)TE wave

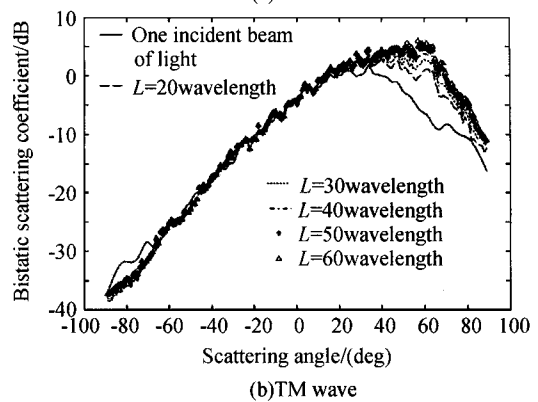


(b)TM wave

图 4 在不同的入射角的情况下,区域 A 的双站散射系数变化
 Fig. 4 Bistatic scattering coefficient of region A when the incident angles of B beam of light was changed

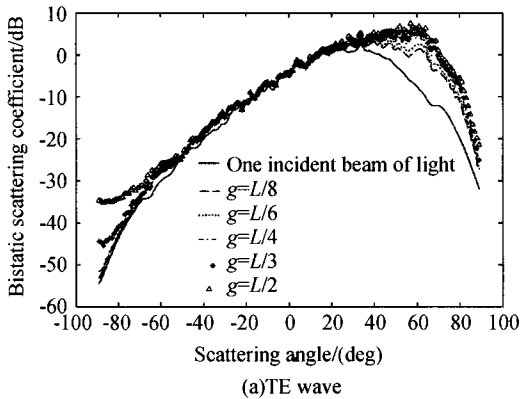


(a)TE wave

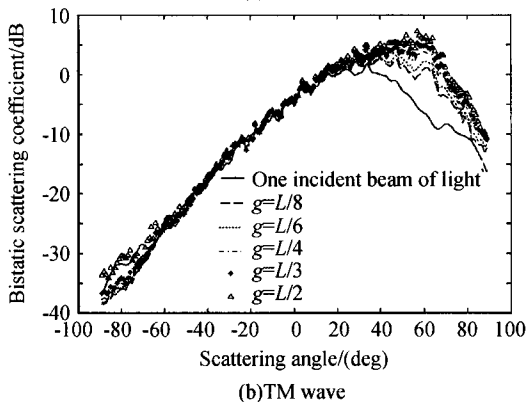


(b)TM wave

图 6 在不同的照射区宽度的情况下,区域 A 的双站散射系数变化
 Fig. 6 Bistatic scattering coefficient of region A when the region B was changed

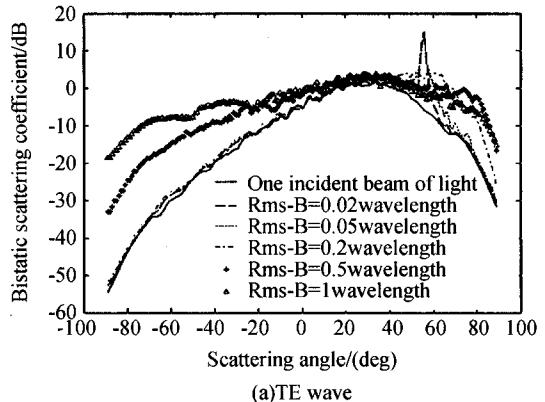


(a)TE wave

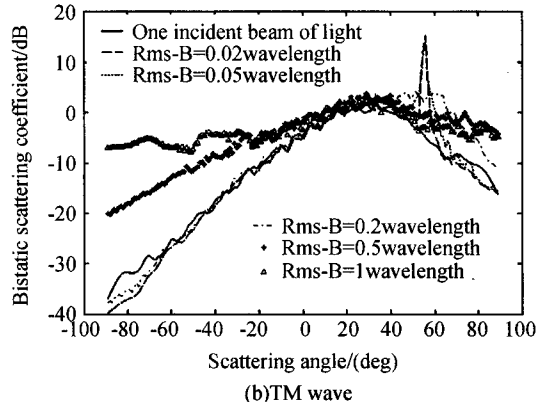


(b)TM wave

图 5 在不同的照射光束宽度控制因子的情况下,区域 A 的双站散射系数变化
 Fig. 5 Bistatic scattering coefficient of region A when the tapering parameter of B beam of light was changed



(a)TE wave



(b)TM wave

图 7 在不同的粗糙表面均方根高度下,区域 A 的双站散射系数变化
 Fig. 7 Bistatic scattering coefficient of region A when the rms height of region B was changed

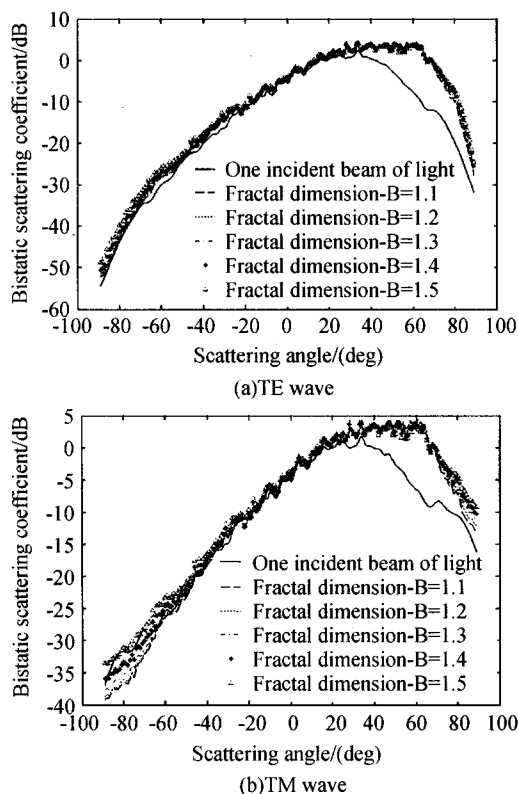


图8 在不同的表面分维数下,区域A的双站散射系数变化
Fig. 8 Bistatic scattering coefficient of A surface when the fractal dimension of region B was changed

由上面的仿真结果可以看出B区域的散射对A区域散射场的影响.相对于单光束入射的情况,双光束的同时入射导致了大部分区域的散射系数增大,同时导致散射峰值的强度和散射角都有显著的增大.从图4中可以看出,随着B区入射光束的入射角增大,A区散射系数峰值的散射角增大,散射系数的峰值变化不大,TE波和TM波的情况相似.图5和图6具有相似的散射系数分布变化趋势,可以得出照射光束的宽度控制因子和照射区宽度两个参量具有相似的影响能力.随着B区域的照射光束宽度控制因子和照射区宽度的增大,B区域产生的散射能量增大,对A区域的影响增强,从而导致A区域的散射峰值强度随两参量的增大而增大.从图7可以看出在B区的粗糙面均方根高度比较小时,由于较强的光反射作用,在A区相应的散射角处散射系数产生尖峰,但随B区的粗糙表面的均方根高度增大,散射系数的峰值逐渐减小,后向散射的明显增强使散射系数的变化越来越平滑,这种情况归因于越来越粗糙的表面的漫射作用,使散射能量在更大的范围内分布,TE波和TM波的情况相似.从图8的计算结果可以看出,表面分维数的改变对散射系数的影响不大,双光束在各种分维数表面的双站散射系数几乎重合,只是散射系数峰值的散射角和散射能量强度相对于单光束入射时有所增大.

比较上述的各个参量对散射的影响可以看出,入射角、光束照射区宽度和表面均方根高度对散射场具有最重要的影响.以上双光束的情况可以推广到多光束的入射情况.

对三角测量法而言,相对于单光束三角测量法,在多光束三角测量时应该尽量避免其他光束照射区域的参量改变对本区域散射测量结果产生影响,同时又要求能够提供给接收器较强的散射能量强度.通过上面的计算结果图可以得到最佳的散射测量区域:在不改变A区域入射光和表面参量的情况下,在A区域的散射角 $16^{\circ}\sim 25^{\circ}$ 区间内具有最佳的散射测量特性.在这个区间内,B区域的入射光和表面参量的改变对A区域的散射场影响最小,同时能够提供给接收器较大的散射能量.

3 结论

本文通过使用矩量法,对多光束入射在分形粗糙导体表面的双站散射系数进行了数值模拟.结果表明了多光束散射分布与光束的入射倾角、光束宽度控制因子、光束照射区宽度、表面均方根高度和表面分维数之间的变化关系.利用这些关系,得出了最佳的散射测量区域,可以为减少多光束测量中的误差提供一定的参考.

参考文献

- 李兵,罗意平,王昭,等.多光刀三维轮廓快速测量方法研究.光子学报,2003,32(6):738~741
Li B, Luo Y P, Wang Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003,32(6):738~741
- 徐建强,王蕴栅,司书春,等.三维形貌测量的扫描相移法研究.光子学报,2004,33(10):1210~1213
Xu J Q, Wang Y S, Si S C, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004,33(10):1210~1213
- 王少清,庄葆华,张文伟.基于朗伯定律重建光学三角法测位移原理公式.光学学报,1996,16(12):1802~1808
Wang S Q, Zhuang B H, Zhang W W. *Acta Optica Sinica*, 1996,16(12):1802~1808
- 玻恩 M,沃耳夫 E.光学原理.北京:科学出版社,1978. 242~251
Born M, Wolf E. *The Principle of Optics*. Beijing: Science Press, 1978. 242~251
- 何贡,陈允昌.计量测试技术手册.北京:中国计量出版社,1997. 594~597
He G, Cheng Y C. *The Technology Handbook of Metrology*. Beijing: China Metrology Publishing House, 1997. 594~597
- Ulaby F T, Moore R K, Fung A K. *Microwave Remote Sensing*. New York: Addison-Wesley, 1982. 792~803
- Lou S H, Tsang L, Chan C H, et al. Application of the

- finite element method to Monte Carlo simulations of scattering of waves by random rough surfaces with the periodic boundary condition. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 1991, **5**(8): 835~855
- 8 Savailis S, Frangos P, Jaggard D L, *et al.* Scattering from fractally corrugated surfaces with use of the extended boundary condition method. *Journal of the Optical Society of American (A)*, 1997, **14**(2): 475~485
- 9 Rouvier S, Chenierie I. Ultra wide band electro- magnetic scattering of a fractal profiles. *Radio Science*, 1997, **32**(2): 285~293
- 10 宋军, 何赛灵. 刻蚀波导粗糙面散射的矩量法数值分析. *光子学报*, 2003, **32**(11): 1312~1315
Song J, He S L. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(11): 1312~1315
- 11 Thorsos E I. The validity of Kirchhoff approximation for rough scattering using a Gaussian roughness spectrum. *Journal of Acoustical Society of American*, 1988, **83**(1): 78~92
- 12 Jaggard D L. Scattering from fractally corrugated surfaces. *Journal of the Optical Society of American (A)*, 1990, **7**(6): 1052~1055

Simulation on the Scattering from Fractal Rough Surface with Multi-light Beam

Xu Jingbo, Jiang Zhuangde, Zhao Yulong, Song Kang

State Key Laboratory for Mechanical Manufacturing System, Institute of Precision Engineering,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

Received date: 2005-08-01

Abstract Multi-light beam scattering from fractal rough surface based on method of moment was studied. In order to investigate scattering field of multi-light beam with different incident angle, the tapering parameter, illumination region, rms height and fractal dimension, and numerical simulation were carried out. The results of simulation show some relationship between distribution of scattering field and these parameters. It could provide reference to decrease the error for multi-light measurement.

Keywords Shape measure; Scattering; Fractal rough surface; Numerical simulation



Xu Jingbo was born in 1978, in Hunan Province, China. He received the Master degree from Southern Yangtze University in 2003. Currently he is pursuing his Ph. D. degree in Xi'an Jiaotong University. His research interests include optoelectronics measurement and design of MEMS.