

涂层的热红外发射率计算模型*

刘凌云¹ 龚荣洲² 聂彦² 何华辉²

(1 湖北工业大学电气与电子工程学院, 武汉 430068)

(2 华中科技大学电子科学与技术系, 武汉 430074)

摘要 根据 Kubelka-Munk 模型和 Mie 散射理论, 解出了涂覆在高发射率衬底上的红外涂层里的辐射传输方程(RTE), 建立了涂层在热红外(8~14 μm)波段的发射率的计算模型. 在运用铝粉粒子作为颜料粒子的情况下, 根据计算结果, 得出了涂层发射率与粒子半径、涂层厚度的关系, 以及最优的粒子半径范围.

关键词 红外涂层; 发射率; Kubelka-Munk 理论; Mie 理论

中图分类号 O437 **文献标识码** A

0 引言

红外涂层通常涉及到在某种基体(通常是树脂等粘结剂)中随机分布的颜料颗粒. 这些颜料颗粒起着选择性散射衬底热辐射的作用. 涂层中的辐射能量可视作由电磁波或光子携带, 与之对应的对于涂层中的辐射传输问题通常有两种理论: 一种是由麦克斯韦方程组出发的多次散射理论, 另一种就是传输理论^[1,2]. 前者在理论上很严格, 但是求解困难; 后者理论上没有那么严格, 但是在数学上相对容易处理一些. 经典的辐射传输方程(RTE), 是一个积分微分方程, 其精确解只能对有限的个例才能得到^[1,2]. 即使对于所考虑的简单的平面平行随机介质情形, 任意相函数下的解析解仍未得到. 过去曾广泛使用二流^[1]和四流^[3]等近似方法, 它只需要简单的代数运算, 而且其计算结果与实验数据符合得很好. 考虑到热辐射的性质, 衬底发出的辐射近似地可以看作各向同性^[4], 采用二流的 Kubelka-Munk 理论(K-M 理论)来求解辐射传输方程, 用 Mie 散射理论^[5~9]和 Maheu 等人^[3]的方法来求解 K-M 理论中的吸收系数和散射系数. 选择球形铝粉粒子作为构建低红外发射率涂层的颜料粒子, 进行了计算, 给出了最佳的粒子半径范围, 以及合适的涂层厚度.

1 K-M 理论及涂层发射率公式

考虑一块有涂层的平板, 如图 1. 涂层的厚度为 d , 由于平板的宽度远大于涂层厚度, 因而可以忽略边界效应, 并且粒子之间的距离足够大, 不考虑关联散射(Dependent Scattering). 由物体的热辐射性质, 知道热辐射的角分布在绝大部分情况下是可以近似看作各向同性的, 即使不够各向同性, 在进入颗

粒媒质后由于散射也迅速地趋于各向同性. 根据

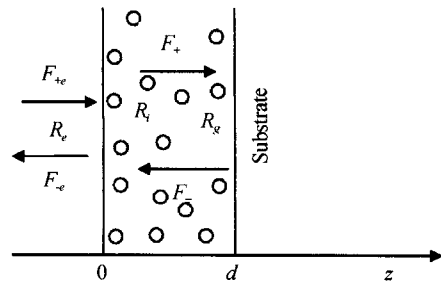


图 1 涂层里的辐射传输的 K-M 模型

Fig. 1 K-M model of radiative transfer in the coating layer

K-M 理论, 涂层中的辐射传输方程为^[1]

$$\begin{cases} \frac{dF_+}{dz} = -(K+S)F_+ + SF_- \\ \frac{dF_-}{dz} = (K+S)F_- - SF_+ \end{cases} \quad (1a)$$

式中 F_+ 、 F_- 分别表示涂层中正向传输和反向传输的漫射能流. 系数 K 和 S 分别代表吸收系数和散射系数.

在两个界面处的边界条件如下

$$\begin{cases} F_+(0) = (1-R_e)F_{+e} + R_i F_-(0) \\ F_-(d) = R_g F_+(d) \end{cases} \quad (1b)$$

式中 R_e 、 R_i 、 R_g 分别代表着在涂层的前界面($z=0$)的外向(从空气到涂层)、内向(从涂层到空气)以及在涂层的后界面($z=d$)的漫反射率. 联立(1a)、(1b)可求得

$$R = (F_{-e}/F_{+e}) = R_e + [(1-R_e)(1-R_i)R_v(1-R_vR_g) - (1-R_e)(1-R_i)(R_v-R_g)\exp(-2\gamma d)] / [(1-R_iR_v)(1-R_vR_g) - (R_v-R_i)(R_v-R_g)\exp(-2\gamma d)] \quad (2)$$

式中

$$\begin{cases} R_v = 1 + \frac{K}{S} - \left[\left(\frac{K}{S} \right)^2 + 2 \left(\frac{K}{S} \right) \right]^{1/2} \\ \gamma = (K^2 + 2KS)^{1/2} \end{cases} \quad (3)$$

根据基尔霍夫定律, 涂层发射率为

$$\epsilon = 1 - R \quad (4)$$

2 确定参量

2.1 反射率

假定涂层的表面在热红外波段(8~14 μm)是光学光滑的. 根据 Fresnel 公式, 可求得

$R_e =$

$$\frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\theta - \Psi)}{\sin^2(\theta + \Psi)} + \frac{\tan^2(\theta - \Psi)}{\tan^2(\theta + \Psi)} \right] \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} \quad (5)$$

式中 θ 为入射角, φ 为方位角, Ψ 为折射角. 假设涂层基体的折射率为 m_2 , 则代入 Snell 公式 $m_2 \sin \Psi = \sin \theta$, 并求积分得^[10]

$$R_e = \frac{1}{2} + \frac{(m_2 - 1)(3m_2 - 1)}{6(m_2 + 1)^2} + \frac{m_2^2(m_2^2 - 1)^2}{(m_2^2 + 1)^3} \cdot \ln \frac{(m_2 - 1)}{(m_2 + 1)} - 2m_2^3 \frac{(m_2^2 + 2m_2 - 1)}{(m_2^2 + 1)(m_2^4 - 1)} + \frac{8m_2^4(m_2^4 + 1)}{(m_2^2 + 1)(m_2^4 - 1)^2} \ln m_2 \quad (6)$$

在漫射情况下, $R_e \neq R_i$, 考虑到全反射, 并应用 Fresnel 公式积分, 可得

$$R_i = 1 - \frac{1 - R_e}{m_2^2} \quad (7)$$

2.2 吸收系数 K 与散射系数 S

2.2.1 吸收系数 K 与散射系数 S 的导出

在过去很长时间里, 吸收系数 K 与散射系数 S 曾一直被认为是唯象的, 并且只能从实验中测出. Mudgett 等^[11]发现吸收系数 K 趋近于 $2nC_{\text{abs}}$, 而散射系数 S 则约为 $n(3\omega_0 - \omega_1)/4$. 其中 n 是粒子浓度(数密度), C_{abs} 是单粒子的吸收截面, ω_0 是单粒子的反照率, ω_1 则是单粒子相函数的勒让德展开式的第 2 项的系数.

Vargas 等^[12,13]引入平均路径参量 Average Path-length Parameter (APP) 和漫辐射前向散射率 Forward Scattering Ratio for Diffuse Radiation (FSRD), 并推广了由 Hartel 引入的多次散射法, 来研究颗粒媒质中的光传输. APP 定义如下

$$\xi^{(+)} = \frac{\int_0^1 I(z, \mu) d\mu}{\int_0^1 I(z, \mu) \mu d\mu}, \quad \xi^{(-)} = \frac{\int_{-1}^0 I(z, \mu) d\mu}{\int_{-1}^0 I(z, \mu) \mu d\mu} \quad (8)$$

式中 $I(z, \mu)$ 为涂层中某点的辐射强度, z 为该点坐标(到入射面的距离), μ 为该点辐射强度与 z 轴夹角的余弦.

考虑到热辐射的性质, 在半各向同性的条件下, $\xi = \xi^{(+)} = \xi^{(-)} = 2$; 同时采用 Maheu 等人的方法^[3], 取 FSRD = FSRC (准直平面波的前向散射率). 吸

收系数 K 与散射系数 S 的表达式如下^[3]

$$K = \xi n C_{\text{abs}}, S = \xi n (1 - \sigma_c) C_{\text{sca}} \quad (9)$$

式中, n 为粒子的数密度, σ_c 为准直辐射前向散射率.

2.2.2 根据 Mie 理论计算吸收系数 K 与散射系数 S

由 Mie 理论, 球形粒子在平面电磁波照射下消光效率 (Extinction Efficiency) 为^[5-9]

$$Q_{\text{ext}} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) R_c (a_n + b_n) \quad (10a)$$

散射效率 (Scattering Efficiency)

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (10b)$$

式中 $x = 2\pi m_2 a / \lambda$ 是粒子的尺寸参量 (a 是粒子半径, λ 是电磁波在真空中的波长). 系数 a_n, b_n 分别为

$$\begin{cases} a_n = \frac{m \Psi_n(mx) \Psi_n'(x) - \Psi_n(x) \Psi_n'(mx)}{m \Psi_n(mx) \zeta_n'(x) - \zeta_n(x) \Psi_n'(mx)} \\ b_n = \frac{\Psi_n(mx) \Psi_n'(x) - m \Psi_n(x) \Psi_n'(mx)}{\Psi_n(mx) \zeta_n'(x) - m \zeta_n(x) \Psi_n'(mx)} \end{cases} \quad (11)$$

式中 Ψ_n 和 ζ_n 是 Riccati-Bessel 函数, m 是粒子在基体中的相对折射率 $m = m_1 / m_2$ (m_1 和 m_2 分别是粒子和基体的折射率).

于是吸收效率 (Absorption Efficiency)

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}} \quad (12)$$

吸收系数 K

$$K = 3\xi Q_{\text{abs}} / 4a \quad (13)$$

式中 f 表示粒子的体积分, ξ 为平均路径参量 APP.

吸收系数 S 的计算可以利用单粒子的相函数. 首先求出准直辐射前向散射率 σ_c .

$$\sigma_c = \left(\int_0^1 p(\mu) d\mu \right) \left(\int_{-1}^1 p(\mu) d\mu \right)^{-1} \quad (14)$$

相函数^[14] $p(\mu) = \frac{2}{x^2 Q_{\text{ext}}} \{ |S_1(\mu)|^2 + |S_2(\mu)|^2 \}$, 式

中 $S_1(\mu)$ 和 $S_2(\mu)$ 分别为 Mie 散射的振幅.

类似地, 可以求出散射系数 S

$$S = 3f\xi(1 - \sigma_c) Q_{\text{sca}} / 4a \quad (15)$$

3 计算结果与讨论

假设粘结剂(基体)的吸收是忽略不计的, 其介电常量为 1.8, 衬底的发射率设为 0.9. 选择球形铝粉作为颜料粒子, 波长取样则在 8~14 μm. 铝的光学常量出自参考文献^[15], 见表 1.

在不同的波长计算的消光效率 Q_{ext} 、散射效率 Q_{sca} 、吸收效率 Q_{abs} 以及后向散射效率 $(1 - \sigma_c) Q_{\text{sca}}$, 如图 2(a). 取样波长的发射率如图 2(b) (图中虚线表示 ISA 可能不成立的铝粒子半径范围).

从图 2 可以看到, 涂层在不同波段处的发射率相差还是很大的. 为了研究整个热红外窗口(8~

表 1 铝在 8~14 μm 波段内的光学常量

波长/μm	8.0	8.266	8.856	9.0	9.537	10.0	10.33	11.0	11.27	12.0	12.40	13.0	13.05	13.78	14.0	
折射率	17.5 + 18.6i	20.9 + 21.5i	23.5 + 25.3i	26.6 + 29.2i	30.2 + 33.0i	34.5 + 36.6i	36.8 + 39.7i	40.5 + 74.9i	77.0i	81.5i	82.6i	86.5i	89.8i	92.2i	96.6i	98.4i

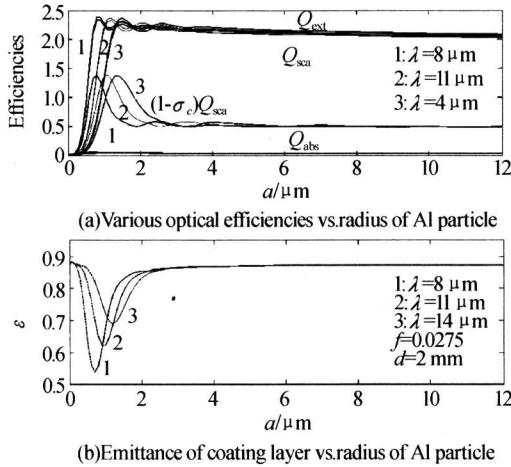


图 2 光学效率、涂层发射率与铝粒子半径的关系
Fig. 2 The dependence of optical efficiencies and emittance on the radius of Al particle

14 μm)的发射率,引入波段平均发射率

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_8^{14} \epsilon_\lambda M_{\text{th}} d\lambda}{\int_8^{14} M_{\text{th}} d\lambda} \quad (16)$$

式中 $\bar{\epsilon}$ 代表 8~14 μm 波段的平均发射率, ϵ_λ 是光谱发射率, $M_{\text{th}} = \frac{C_1}{\lambda^5} [\exp(C_2/\lambda T) - 1]^{-1}$ 是 Planck 函数 $C_1 = (3.7415 \pm 0.0003) \times 10^8 (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^4)$ 是第一辐射常量和 $C_2 = (1.43879 \pm 0.00019) \times 10^4 (\mu\text{m} \cdot \text{K})$ 是第二辐射常量. 设衬底的温度是 323K(50℃), 其峰值辐射在 8~14 μm 波段. 在实际计算中采用了一种数值积分法

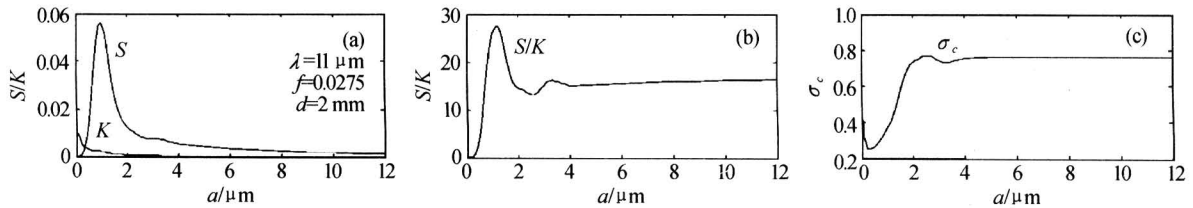


图 4 S, K, S/K, σ_c 与铝粒子半径的关系
Fig. 4 S, K, S/K, σ_c vs. particle radius

(0.3 μm 处), 然后开始上升并趋于饱和. 这意味着当粒子半径大于 0.3 μm 后, 粒子越大, 则前向散射越强, 直到粒子半径大于 3 μm 后趋于饱和. 结合吸收系数、散射系数, 以及吸收系数与后向散射系数的比值与半径的关系来看, 对于波长为 11 μm 的红外辐射, 其低红外发射率涂层的颜料粒 0.9 μm. 还计算了在整个热红外窗口(8~14 μm)的低红外发射率涂层的最佳颜料粒子半径, 如图 5.

4 结论

在独立散射近似 (Independent Scattering Approximation) 下, 通过计算发现, 如果选用铝粉作为

$$\bar{\epsilon} = \frac{\int_8^{14} \epsilon_\lambda M_{\text{th}} d\lambda}{\int_8^{14} M_{\text{th}} d\lambda} = \frac{\sum_i \epsilon_i + \epsilon_{i+1}}{2} \int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} M_{\text{th}} d\lambda}{\int_8^{14} M_{\text{th}} d\lambda} \quad (17)$$

式中 ϵ_i 表示涂层在 8~14 μm 波段中取样波长的发射率, Planck 函数的积分采用 Matlab 中的数值积分法. 波长取样如下: [8.0; 8.266; 8.856; 9.0; 9.537; 10.0; 10.33; 11.0; 11.27; 12.0; 12.4; 13.0; 13.78; 14.0]. 计算结果如图 3.

涂层的平均发射率随着厚度 d 的增长下降很快, 但当 $d > 6000 \mu\text{m}$. 后就趋于一饱和值了. 这很容易从式 (2) 看出来. 当 $d \rightarrow \infty, R \rightarrow [R_e + \frac{(1-R_e)(1-R_i)R_v(1-R_vR_g)}{(1-R_eR_v)(1-R_eR_g)}]$, 故 $\epsilon = 1 - R \rightarrow \text{const}$. 从图 3 中可以看出能利用来构造低发射率涂层的铝粒子半径范围很小, 并且集中分布在 0.9 μm 附近.

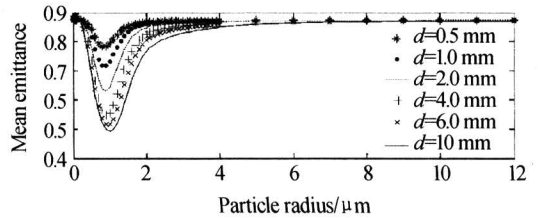


图 3 平均发射率与铝粒子半径的关系
Fig. 3 The mean emittance vs. particle radius

参量 K 、 S 、 K/S , 以及 σ_c 与粒子半径的关系曲线绘于图 4(a), (b), (c). 随着半径增加, 可以看到 σ_c 从瑞利极限 0.5 开始下降, 达到最小值

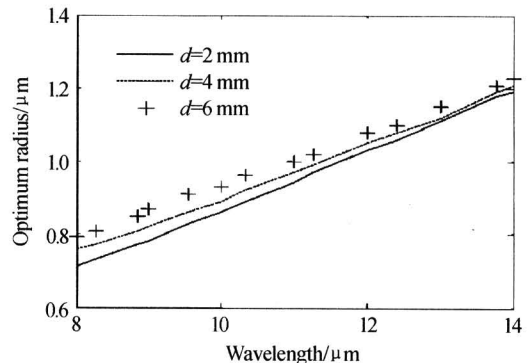


图 5 在不同波长时的最佳颜料(铝)粒子半径
Fig. 5 Dependence of optimum radius on wavelength at different thickness of layer

设计低发射率的颜料,在足够稀(体积分数不超过2.75%)的情况下,铝粉粒子的最佳半径约为 $0.9\ \mu\text{m}$,厚度为6 nm;颜料粒子的前向散射率越低,其阻隔衬底热辐射的能力越强,发射率就越低.这些结论对于指导设计低红外发射率涂层具有重要的理论意义.Bohren和Huffman在他们的著作中指出^[6],就散射效率而言,存在着如下关系: $C_{\text{sphere}} < C_{\text{needle}} < C_{\text{disc}}$,因此,作为低红外发射率的颜料粒子,片状铝粉和针状铝粉都要优于球状铝粉,这与实验也是一致的.只是由于非球形粒子的散射问题大部分缺乏解析解,定量的比较研究还很困难.对于非球形粒子的散射问题,目前已有许多数值方法,如T矩阵法、时域有限差分法(FDTD),以及离散偶极子法(DDA)等等.在后续研究中,将应用各种数值方法,解决各种非球形粒子的散射问题,并选用其他材料进行类似研究.对于实际中经常遇到颜料粒子高浓度的情况,由于存在着关联散射(Dependent Scattering),使得问题变得异常复杂^[16].关联散射主要来源于粒子近距离时粒子相互之间对粒子内场的微扰(近场区)以及各个粒子散射波在远场区的干涉效应.在应用多次散射(Multiple Scattering)理论对多体散射问题进行理论处理时,定量求其解析解非常困难,但是在散射级次趋于无穷的情况下,其散射规律具有一定的渐近性质和统计规律,这是以后研究的重点方向之一.

参考文献

- Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. New York: Academic, 1978, 148~199
- Chandrasekhar S. Radiative Transfer. London: Oxford U. P., 1950; 1~52
- Maheu B, Letoulouzan J N, Gouesbet G. Four-flux models to solve the scattering transfer equation in terms of Mie parameters. *Appl Opt*, 1984, **23**(19): 3353~3362
- Modest M F. Radiative heat transfer. New York: McGraw-Hill, 1993; 75~89
- Kerker M. The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation. New York: Academic, 1969; 27~96
- Bohren C F, Huffman D R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. New York: Wiley, 1983; 83~129
- 陈敏,肖体乔,徐洪.超宽频带THz脉冲在随机散射介质中传播的理论研究.光子学报, 2004, **32**(12): 1483~1486
Chen M, Xiao T Q, Xu H. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **32**(12): 1483~1486
- 颜丙海,杨杨,王永昌.金复合纳米微粒的消光特性.光子学报, 2003, **32**(6): 698~701
Yan B H, Yang Y, Wang Y C. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(6): 698~701
- 陈烽,陈良益,薛鸣球.机载激光测深海洋传输通道的吸收和散射特性分析.光子学报, 1997, **26**(6): 561~565
Chen F, Chen L Y, Xue M Q. *Acta Photonica Sinica*, 1997, **26**(6): 561~565
- Richmond J C. Relation of emittance to other optical properties. *J Res National Bureau Standards*, 1963, **67**(3): 217~226
- Mudgett P S, Richards L W. Multiple scattering calculations for technology. *App Opt*, 1971, **10**(7): 1485~1502
- Vargas W E, Niklasson G A. Forward average pathlength parameter in four-flux radiative transfer models. *Appl Opt*, 1997, **36**(16): 3735~3738
- Vargas W E, Niklasson G A. Intensity of diffuse radiation in particulate media. *J Opt Soc Am A*, 1997, **14**(9): 2253~2262
- Vargas W E, Niklasson G A. Generalized method for evaluating scattering parameters used in radiative transfer models. *J Opt Soc Am A*, 1997, **14**(9): 2243~2252
- Palik E D. Handbook of Optical Constants of Solids. New York: Academic, 1985; 369~408
- Brewster M Q, Tien C L. Radiative transfer in packed fluidized beds: dependent versus independent scattering. *J Heat Transfer*, 1982, **104**(11): 573~579

Computation Model of the Thermal Infrared Emittance of a Coating

Liu Lingyun¹, Gong Rongzhou², Nie Yan², He Huahui²

¹ School of Electrical and Electronic Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068

² Department of Electronic Science and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

Received date: 2005-08-15

Abstract By using of Kubelka-Munk theory, Mie theory and independent scattering approximation, the radiative transfer equation (RTE) was resolved in a infrared coating attached to a highly emissive substrate, and established the computation model of the emittance of the coating in the thermal infrared band ($8 \sim 14 \mu\text{m}$). Taking aluminum particles with spherical shape as the pigments, according to the computation results, it's given the dependence of coating emittance with respect to particle radius, thickness of coating. We proposed the optimum particle radius range of the pigment particles as well.

Keywords Infrared coating; Emittance; K-M theory; Mie theory



Liu Lingyun was born in 1970, and now is studying at school of electrical and electronic engineering, Hubei University of Technology. He received the degree of Ph. D. in 2006, from the department of electronic science and technology, Huazhong University of Science and Technology. He is a student member of Optical Society of America. His research interest focuses on optics in random media.