

# 基于 GRIN 透镜微小角位移的测量技术研究\*

吕洪发 王惠南

(南京航空航天大学生物医学工程系,南京 210016)

**摘要** 根据  $1/2$  波节自聚焦(GRIN)透镜中光的传输特性,提出了一种新颖的测量微小角位移的模型,通过对模型中光线传输和几何关系的理论分析,推导了待测角位移与光耦合效率之间的传递函数. 针对模型对测量范围的限制,提出了一种可行的拓宽测量范围的方法. 研究结果表明,该模型不但测量范围宽,而且测量准确度高,线性度好.

**关键词** GRIN 透镜; 角位移; 模型设计; 测量范围

中图分类号 TH741.2

文献标识码 A

## 0 引言

秒级准确度的微小角位移参量的测量一直是一个非常困难的问题,如轴类零件在扭矩力的作用下导致的轴扭转变形. 测量这类微小角位移时,不希望测试元件对轴件产生附加扭转力矩,因此开发一种灵敏度高、非接触式的角位移传感器便成为一项极具科学意义和应用价值的技术研究.

现有的角位移传感器采用的原理方法很多,如电学方法、光栅方法、旋转编码方法、光学方法等. 这些传感器受测量准确度、分辨率、体积等诸多因素限制,不能够大范围地对角位移进行高准确度、高分辨率地测量<sup>[1,2]</sup>. GRIN 透镜具有质轻、柔韧和体积小等诸多优良特性,一般应用于光纤连接和光强调制型的光纤传感器中. 参考文献[1]对 GRIN 透镜

的成像作了详细讨论,提出了分析 GRIN 透镜成像规律的矩阵方法. 很多研究人员利用这一成像规律提出了测量各种物理量的传感器,并取得了非常好的效果<sup>[3~7]</sup>. 比如,利用  $1/4$  波节的 GRIN 透镜具有的聚焦特性研制的加速度计<sup>[7]</sup>,利用不同长度的 GRIN 透镜的成像规律而研制的光学干涉仪<sup>[4]</sup>等. 本文就是利用了 GRIN 透镜的聚焦成像特性研制了一种准确度高,测量范围宽且线性度良好的光纤角位移传感器.

## 1 角位移的测量模型

根据 GRIN 透镜在  $1/2$  波节处光传输对称特性提出的微小角位移,测量模型如图 1. 利用该模型可以对扭转轴件的微小角位移进行检测,检测准确度高,线性度好.

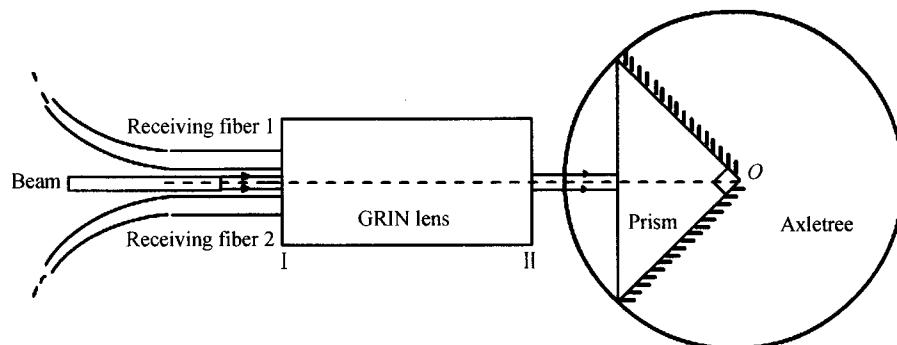


图 1 测量微小角位移的模型俯视图

Fig. 1 Platform of the model for detecting microangular displacement

该测量模型中将 GRIN 透镜的长度取为  $1/2$  波节. 光线通过入射光纤耦合到 GRIN 透镜的输入端面 I, 垂直地进入 GRIN 透镜, 并在 GRIN 透镜中发生偏转, 以中心对称于纤芯的方向出射, 平行地入射到正三棱镜的斜边上, 经三棱镜的两条直角边的

反射后返回. 当转轴由于扭矩而带动三棱镜转动  $\alpha$  时, 从三棱镜中返回的光线经过 GRIN 透镜后在端面 I 上成的像将偏离纤芯, 进入接收光纤, 接收光纤接受的光强受转动角度  $\alpha$  制约. 模型中将接收光纤 1 和接收光纤 2 对称排列, 以达到检测转轴转动方向的目的. 将接收光纤连接到后续的光敏元件, 并通过 A/D 转换器与处理电路, 最终实现信号输出和数字显示.

\*航空基础学科基金资助

Tel: 025-84891938 Email: lvhongfa@yahoo.com.cn

收稿日期: 2005-04-22

## 2 1/2 波节 GRIN 透镜成像原理

图 1 中使用的 GRIN 透镜的径向折射率满足抛物线型分布<sup>[1]</sup>, 即

$$n(r) = n(0)(1 - \frac{1}{2}a^2 r^2) \quad (1)$$

式中  $a = \frac{2\pi}{L}$  为聚焦(分布)常量;  $L$  为 GRIN 透镜中子午光线的周期长度<sup>[1,8]</sup>;  $r$  为 GRIN 透镜中某点距轴线的径向距离;  $n(0)$  为 GRIN 透镜轴线上的折射率。如图 2, 光线  $PA$  以入射角  $\theta_1$  射到端面  $AO$  上, 折射后光线在 GRIN 透镜中沿  $AB$  曲线传到  $B$ , 再经过  $BO'$  端面折射, 沿  $BC$  射出。

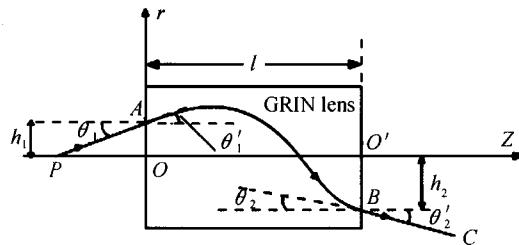


图 2 GRIN 透镜中的光线传播

Fig. 2 The transmission of the beam in GRIN lens

文献[1]利用矩阵分析方法对 GRIN 透镜成像规律进行了详细的分析, 推导出了光线在 GRIN 透镜中传播路径的矩阵表示方法, 即

$$\begin{bmatrix} h'_2 \\ \theta'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos al & \frac{\sin al}{an(0)} \\ -an(0)\sin al & \cos al \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $(h_1, \theta_1)$  表示入射光的高度和角度,  $(h'_2, \theta'_2)$  表示出射光的高度和角度<sup>[3]</sup>。

在本模型中, 取 GRIN 透镜的长度  $l = \frac{1}{2}L = \frac{\pi}{a}$ , 代入式(2), 则可化简为

$$\begin{bmatrix} h'_2 \\ \theta'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式(3)表明, 当一束光以  $(h_1, \theta_1)$  入射到长度  $l = \frac{1}{2}L$  的 GRIN 透镜上时, 出射光线和入射光线关于 GRIN 透镜的纤芯呈中心对称。

特别要说明, 如图 3, 当一束平行光垂直于 GRIN 透镜端面入射时, 根据式(3)可以证明出射光线也是平行光。当这一束平行出射光线入射到三棱镜上后, 由直角三棱镜中光线折射和反射规律可以证明从三棱镜中返回的光线与 GRIN 透镜的纤芯也是平行的。所以当这束光线折回再次通过 GRIN 透镜时, 出射光仍然满足中心对称原则, 这就保证了安装在输入端的接收光纤能够很容易地接收到返回

的光线, 且很好地保证了光路的稳定性。

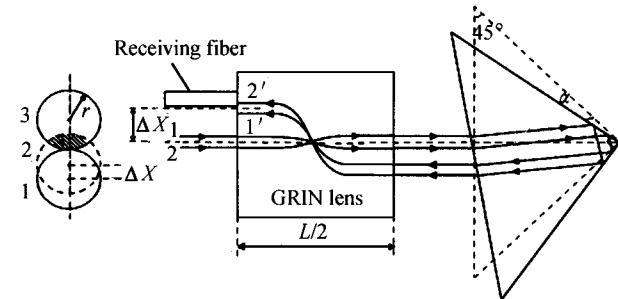


图 3 模型中光路的示意图

Fig. 3 The sketch map of the beam route in the model

设三棱镜的直角边长为  $\sqrt{2}m$ , 三棱镜的折射率为  $n$ , 根据上文的分析, 结合模型的几何关系可以推导出转动角位移与光线水平位移之间的定量关系, 即

$$\Delta x = 2m \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{n}\right) \quad (4)$$

如图 3, 其中圆 1 表示发射的平行光线, 它在没有角位移的情况下和返回的光线重合, 圆 2 表示系统存在角位移时返回的平行光线, 它在水平方向上移动了  $\Delta x$ , 而圆 3 代表接收光纤, 图中阴影部分表示返回光线与接收光纤的耦合区域, 式(4)说明当产生角位移时该耦合区域的面积发生了变化。

设接收光纤的半径是  $r$ , 利用平面几何知识可以计算出阴影部分的面积

$$S_\pi = r^2 \arccos \frac{2r - \Delta x}{2r} - \sqrt{r\Delta x - \frac{\Delta x^2}{4}} \left(r - \frac{\Delta x}{2}\right) \quad (5)$$

为简单起见, 假设返回的光强度与接收面积成正比<sup>[5,7]</sup>, 则接收光纤耦合效率为

$$P(\Delta x) = \frac{1}{\pi} \left( \arccos \frac{2r - \Delta x}{2r} - \frac{1}{r^2} \right).$$

$$\sqrt{r\Delta x - \frac{\Delta x^2}{4}} \left(r - \frac{\Delta x}{2}\right) \quad (6)$$

将式(4)代入式(6)即可推得耦合效率与角位移间的关系式

$$P(\alpha) = \frac{1}{\pi} \left\{ \arccos \frac{r - m \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{n}\right)}{r} - \frac{1}{r^2} [r - m \sin \alpha \left(1 - \left(\frac{\cos \alpha}{n}\right)\right)] \cdot \sqrt{2mr \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{n} - m^2 \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha}{n}\right)\right)} \right\} \quad (7)$$

式(7)表明, 利用光敏元件, 通过测量接受光纤中的光强, 计算出接受光纤的耦合效率, 就可以得到模型中的所要测量的转动角位移。

## 3 实验与分析

在以上推导与分析的基础上, 对该模型中光纤的耦合效率进行了多次测试。以近红外发光二极管作为光源, 选用 SCHOTT 公司直径 1.8 mm 的

GRIN 棒型透镜,发送、接收光纤半径及棱镜尺寸如表 1. 通过 PIN 光敏二极管接收耦合光线,并计算

出耦合光强度. 实验结果如表 1, 其中  $P$  为经过后续计算获得的耦合效率.

表 1 实验结果

组号	$r=0.075 \text{ mm}, m=20 \text{ mm}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$	0	0.151	0.317	0.410	0.521	0.627	0.728	0.823	0.906	0.972
$\alpha/\text{rad}$	0	0.0050	0.0085	0.0103	0.0124	0.0144	0.0164	0.0184	0.0204	0.0224

另外,从式(7)可以看出,三棱镜的尺寸和接受光纤的半径对系统的灵敏度和测量范围影响很大. 如图 4, 接收光纤的耦合效率具有较大的线性范围, 当取三棱镜尺寸  $m=20 \text{ mm}$ 、接收光纤半径  $r=$

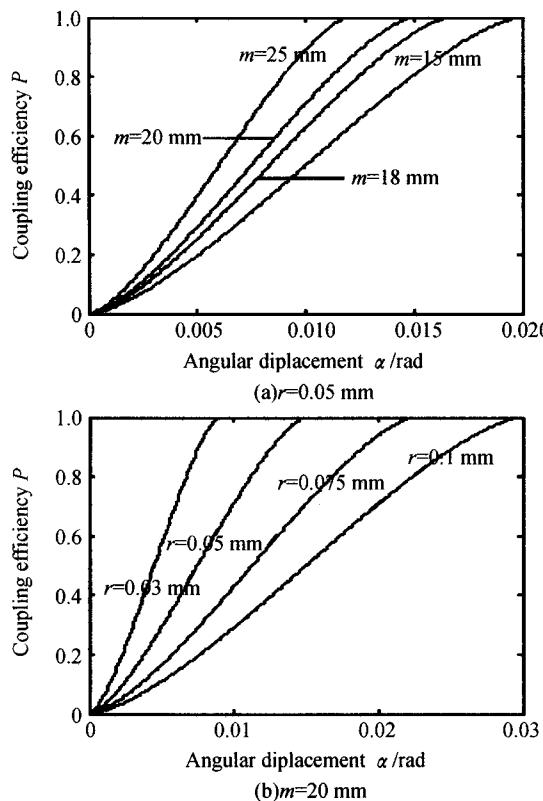


图 4 三棱镜尺寸和光纤半径对结果的影响

Fig. 4 The influence to the result caused by the dimension of prism and the radius of fibers

0.075 mm 时,  $(0.005\text{rad}, 0.02\text{rad})$  范围内曲线的线性度较好. 从图中可以看出,为了提高系统的灵敏度,可以选择尺寸较大的三棱镜,或者减小接收光纤的半径. 由于在工程设计中三棱镜的尺寸受到系统结构特别是转动轴尺寸的影响,所以在测量中常常无法满足系统对灵敏度的要求;另外,虽然减小接收光纤的半径可以很好达到提高系统灵敏度的目的,但却会导致系统的测量范围进一步受到限制<sup>[6]</sup>. 由于在某一测量方向上(顺时针或逆时针)仅使用一根接收光纤,则系统要求轴转动范围满足  $\Delta x < 2r$ , 即

$$\alpha < \frac{nr}{m(n-1)} \quad (8)$$

由于  $m \gg r$ , 则模型的测量范围很小. 为了拓宽模型

的测量范围,可以分别在纤芯附近对称地排列  $k$  根接收光纤,如图 5,其中  $k < \lceil \frac{R}{r} \rceil$  ( $\lceil \cdot \rceil$  表示对实数取

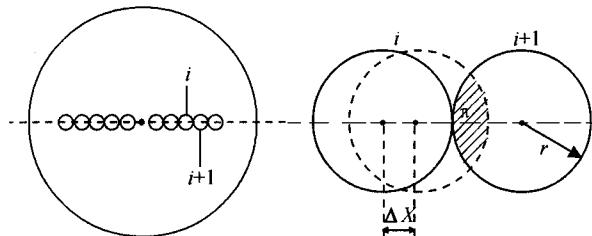


图 5 拓宽的模型中接收光纤

Fig. 5 The graph of receiving fibers in the model extending the measure range

整). 为了使相邻的两根接收光纤的纤芯能够紧靠, 必须事先对光纤进行适当的化学处理, 以去除光纤端口处的包层. 则转动角位移可以表示为

$$\alpha = \alpha_i + \alpha_{\Delta x} \quad (9)$$

式中  $\alpha_i$  为第  $i$  根接收光纤耦合效率为 1 时对应的角度量,  $\alpha_{\Delta x}$  即前面所讨论的单根接收光纤在水平位移为  $\Delta x$  时所对应的角度量, 可以通过式(4)计算出来. 在角位移较小的情况下, 可以取一阶近似:  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ . 则式(4)可以修改为

$$\Delta x = \frac{2m(n-1)\alpha}{n} \quad (10)$$

令  $\Delta x = 2ri$ , 即可以计算出

$$\alpha_i = \frac{nri}{(n-1)m} \quad (i=1, 2, \dots, k-1) \quad (11)$$

结合图 5 和式(11), 可以得出模型的测量范围  $0 < \alpha < \alpha_k + \alpha_{2r} < \frac{\pi}{4}$ . 与式(8)比较可以看出, 改进后模型的测量范围是原来的  $k$  倍.

## 4 结论

本文通过对 GRIN 透镜成像规律进行讨论, 提出了一种新颖的测量微小角位移的方法, 对测量模型进行了分析和计算, 并且推导了接收光纤的耦合效率与转动角位移之间的传递函数关系, 绘制了传递函数的关系曲线, 并列出了实验结果数据, 进而讨论了线性测量范围及系统参数对测量结果的影响. 对单根接收光纤的模型测量范围进行了理论估计, 在此基础上提出了一种可行的改进方法, 大幅提高了测量范围.

**参考文献**

- 1 徐大雄. 纤维光学的物理基础. 北京: 高等教育出版社, 1982. 34~65  
Xu D X. The physical basics of fiber optics. Beijing: High Education Press, 1982. 34~65
- 2 吕涛, 刘德森, 刘志麟. 基于敏感 Fabry-Perot 腔光纤角位移传感器的原理与设计. 光子学报, 2005, **34**(7): 1049~1052  
Lü T, Liu D S, Liu Z L. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(7): 1049~1052
- 3 丁琴, 王惠南. 采用 GRIN 透镜的微胶囊内窥镜成像技术. 光子学报, 2004, **33**(7): 889~892  
Ding Q, Wang H N. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(7): 889~892
- 4 梁忠诚, 杨震. GRIN 透镜干涉仪光学系统模型和分析. 光学技术, 2003, **29**(1): 96~100  
Liang Z C, Yang Z. *Optical Technique*, 2003, **29**(1): 96~100
- 5 陈安健. 光纤角位移传感器的设计与应用. 传感器技术, 2000, **19**(5): 19~21  
Chen A J. *Journal of Transducer Technology*, 2000, **19**(5): 19~21
- 6 Giulio' Emilia. A simple fiber optic sensor for angle measurement. *IEEE Instrument and Measurement Technology Conference*, 1994: 295~299
- 7 王惠南. 采用 GRIN 透镜之光纤加速度计原理分析. 光子学报, 1995, **24**(1): 18~24  
Wang H N. *Acta Photonica Sinica*, 1995, **24**(1): 18~24
- 8 杨照金, 黎高平, 张越, 等. 用 CCD 测量 GRIN 透镜焦距. 应用光学, 1995, **16**(6): 52~54  
Yang Z J, Li G P, Zhang Y, et al. *Journal of Applied Optics*, 1995, **16**(6): 52~54

**Research on Measurement of Microangular Displacement Based on GRIN Lens**

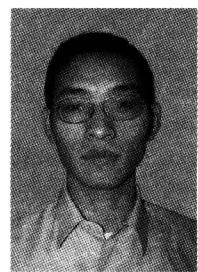
Lü Hongfa, Wang Huinan

Department of Biomedical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016

Received date: 2005-04-22

**Abstract** A reformed method for detecting microangular displacement was proposed according to the characteristic of the half-wavelength GRIN lens. The transfer function from the microangular displacement to the coupling efficiency was deduced by analyzing the transmission of the beam and the geometrical parameter of the model. Considering the limit to measure range of the model, a feasible method was also proposed. The result of the research indicates that this model not only has a wide measure range, but also has a high precision with good linearity.

**Keywords** GRIN lens; Microangular displacement; Designment of the model; Measure range



**Lü Hongfa** was born in September 1981, and in Jiangsu Province. He graduated from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2004, and is studying for master degree of Biomedical Engineering now. His major is designment of biomedical instruments.