

提升小波变换与分形相结合的图片压缩

宋 凭^{1,2} 刘 波¹ 曹剑中¹ 张仲敏² 李 荣²

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所, 西安 710068)

(2 西安通信学院计算机与信息工程系, 西安 710106)

摘要 提出了一种提升小波变换与分形相结合的图片压缩方案. 充分利用小波变换后系数能量的分布特性, 对提升小波变换后的低频部分采用改进的分形图片压缩编码, 其余部分采用集合分裂嵌入块(SPECK)编码算法. 试验结果表明, 该方法在提高了压缩效率的同时, 获得了较高的恢复图片质量.

关键词 图片压缩; 提升小波变换; 分形图片压缩; SPECK 算法

中图分类号 TN919.8; TP391

文献标识码 A

0 引言

在目前众多的图片压缩方法中, 小波变换以其良好的时间-频率特性, 在图片压缩效率及重构图片质量上皆有不凡表现; 分形图片压缩以迭代函数系统(IFS)^[1]为理论基础, 对于整体与局部存在明显相似性或放射性的分形图片类, 该方法可以取得很高的压缩比. 将二者结合, 优势互补, 将为图片压缩技术带来更好的发展前景. 本文在提升小波变换^[2]的基础上, 对变换后的最低频部分进行分形匹配^[3], 其余部分采用 SPECK 算法^[4]进行编码. 改进了分形匹配方法, 减少了分形编码过程中的匹配搜索量, 大大缩短了编码时间; 充分利用了 SPECK 算法的编码特点, 提高了压缩效率且获得了较高的恢复图片质量; 同时还减少了分形压缩在图片恢复时带来的“块效应”, 这为小波与分形相结合提供了新思路.

1 提升小波变换

传统的离散小波变换计算量大, 对存储空间的要求高, 提升小波的出现有效地解决了这一问题. 相对于 Mallat 算法而言, 提升是一种更为快速有效的小波变换实现方法. 它不依赖于傅里叶变换, 完全在空域完成对双正交小波滤波器的构造, 使用基本的多项式插补来获取信号的高频分量, 再通过构建尺度函数来获取信号的低频分量. 一个规范的提升算法^[5]有三个基本步骤: 分裂(Split); 预测(Predict); 更新(Update).

分裂过程是将数据集 A_0 根据其序数的奇偶性分解成两个小的子集, 偶数点集合定义为 $A_1(n) = A_0(2n)$, ($n \in Z$); 奇数点集合定义为 $C_1(n) = A_0(2n+1)$, ($n \in Z$). 预测提升过程主要是消除分裂后的冗余.

设一个独立于数据集的预测算子 P , 使得 $C_1 = C_1 - P(A_1)$. 当原始的 C_1 和 A_1 相关性大时, 通过合理的预测, 能使新的 C_1 具有很低的能量分布. 重复这个分解过程, 直到指定的 N 级分解, 形成系数集 $\{A_N, C_N, \dots, C_1\}$ 来取代原数据集 A_0 . 更新过程的目的是要找一个更好的子集 A_1 , 使得它保持原图的某一标量特性 $Q(A_i)$ 不变, 即要求: $Q(A_1) = Q(A_0)$, 为了使正、反变换一致, 需构造一个算子 U 对 A_1 进行更新, 定义为: $A_1 = A_1 + U(C_1)$.

重复以上步骤, 得到如下的小波变换公式 ($i = 1, \dots, N$)

① $\{A_{i+1}, C_{i+1}\} = \text{Split}(A_i)$; ② $C_{i+1} = C_{i+1} - P(A_{i+1})$; ③ $A_{i+1} = A_{i+1} + U(C_{i+1})$.

对于提升算法, 反变换只需改变加减符号即可得到, 这是提升算法的一个优良特性. 反变换过程为 ($i = N, \dots, 1$): ① $A_{i+1} = A_{i+1} - U(C_{i+1})$; ② $C_{i+1} = C_{i+1} + P(A_{i+1})$; ③ $A_i = \text{Join}(A_{i+1}, C_{i+1})$.

2 分形图片压缩

分形图片压缩是利用原始图片所具有的自相似性, 构造一个迭代函数系统(IFS)^[1]. 利用 IFS 抽取图片的自相似性, 即用图片中的一个子块经过分形仿射变换来逼近同一图片中的另一子块, 而且仅仅将仿射变换系数记录下来, 从而达到压缩图片数据的目的.

2.1 传统分形图片压缩过程

基于分形变换的图片编码^[3]是在分形理论的基础上发展起来的模型编码技术. 其编解码算法实现的主要过程如下:

① 将待编码图片 I 分成 N 个互不重叠的序列块(Rangeblock) R_i , 同时将图片按一定步长分成 M 个尺寸较大可互相重叠的域块(Domain) D_i , 所有域块构成一个仿射压缩变换搜索码表;

②对每个序列块 R_i , 须在码表的所有块中搜索一个最佳的域块 D_i , 使得 D_i 通过某种收缩变换 W_i 作用后近似于 R_i , 即

$$\|R_i - W_i(D_i)\|_2 = \|R_i - s \cdot \overset{\vee}{D}_i - o\|_2 = \min_{D \in I} \|R_i - s \cdot \overset{\vee}{D} - o\| \quad (1)$$

式中 $\overset{\vee}{D}$ 是 D 块的 2×2 采样, s 和 o 分别为比例因子和亮度转移值, 可用最小二乘法求得;

③对每个 R_i 确定最佳匹配 D_i , 记录 D_i 的位置以及 W_i 的参量, 对所有的 R 块完成这些操作后, 就可以实现整个图像的分形压缩编码;

④压缩编码的输出码由迭代函数系统组成的压缩算子 T 描述. 由不动点定理^[3]可知, T 有唯一的不动点吸引子, 该吸引子便是重建图像的逼近图像. 由于 T 是一个压缩算子, 可以对选定的 M 个域块 D_i 都用相应的 W_i 进行 10 次左右的迭代得到其吸引子, 即为编码图像的解码图像.

可见, 基本分形压缩算法主要是对 R_i 和 D_i 进行搜索匹配的过程, 如何减少搜索时间是提高编码效率的关键. 目前的各种改进算法大都是在提高速度的同时以牺牲图像质量作为代价. 本文改进了传统的 D 块采样方法, 将采样方法与减少搜索范围联系起来, 利用小波分解后的天然塔式结构, 为合理地协调分形编码效率和恢复图像质量的关系提供了新的思路.

2.2 改进的分形图像编码方法

当原图像太大时, 采用传统分形编码的搜索匹配是相当耗时的, 无法满足实际需求. 利用小波变换的特性, 可以构造一种比传统采样方式更好的方法, 在基本上不影响图像恢复质量的前提下减少了一半左右的搜索匹配时间. 此外, 仅对小波分解后的低频部分做分形压缩, 进一步减少了匹配块数.

将提升小波变换后的低频部分 L 划分为 $n \times n$ 的互不重叠的子块作为 R 块, 再将 L 做一次提升小波分解, 在分解后的四个部分 (a, b, c, d) 上的相同位置分别取遍大小为 $n \times n$ 的系数块, 由小波重构算法可恢复出原图像中所有可能的 $2n \times 2n$ 的 D 块. 所有这些 D 块采样后的 $\overset{\vee}{D}$ 均可以在 a 中找到, 因此, 可以直接将变换后的低频部分 a 中所有 $n \times n$ 子块作为 $\overset{\vee}{D}$ 与变换前 L 中划分的 R 块进行匹配. 搜索最佳 $\overset{\vee}{D}$ 的范围缩小为原搜索范围的一半, 从而大大缩短了编码时间.

3 SPECK 算法

集合分裂嵌入块 (SPECK) 算法^[6]充分利用小

波系数的能量集中和能量随尺度的增加而衰减的特点, 将二叉树分裂和比特平面编码方法相结合, 采用块结构表示不重要系数信息, 提高了编码速度且可以获得较高的恢复图像质量. 另外, SPECK 算法的块间独立编码方式使得码流在传输过程中具有很强的容错性.

SPECK 算法采用 S 集合的方式来有效组织小波系数, 它定义了两个列表: LIS (不重要集表) 和 LSP (重要像素表). 首先给出系数集合的重要性定义: $S_n(T) = \{1, \text{如果 } 2^n \leq \max(i, j) \in T \{|C(i, j)|\} < 2^{n+1}; \text{否则为 } 0\}$; $S_n(T) = \{1, \text{表示集合重要}; 0 \text{ 表示集合不重要}\}$. 其中: $C(i, j)$ 表示变换系数. SPECK 算法原理如下:

1) 初始化: 将系数集 X 分裂为两个集合: S 和 $I = X - S$, 将 S 加入 LIS 中并初始化 LSP 为空.

2) 排序过程: 按照集合 S 大小递增的顺序进行, 对于只包含一个元素的块, 如果重要就把它移到 LSP 中, 以便进一步量化. 对于包含 $2^N \times 2^N$ 个元素的块, 如果不是重要的, 可以只用一个符号表示. 对于重要的块, 就等分为四个子块, 然后从上到下、从左到右判断其重要性, 对重要块继续分解, 如此重复直到确定了当前域值下所有的重要系数, 把它们移到 LSP 中. 对集合 S 采用二叉树分裂的方法 (如图 1(a)), 可以将不重要的小波系数有效的组织在一起. 对于集合 I , SPECK 算法采用倍频带分裂的方法将其分裂成四个集合: 三个 S 集和一个 I 集, 如图 1(b), 充分利用了小波系数的能量衰减特性, 可以获得很高的编码效率.

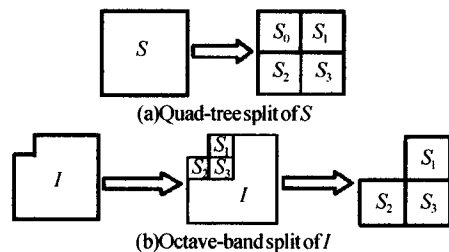


图 1 SPECK 算法集合分裂

Fig. 1 Schematic diagram of the gather split of SPECK arithmetic

3) 量化过程: SPECK 的量化、求初始阈值的方法与嵌入式零树小波编码 (EZW) 算法相同, 可以参阅文献^[6], 这里不再赘述.

4 小波与分形相结合的编码方案

本文采用具有良好压缩性能的在 Daubechies 9/7 双正交小波进行提升变换^[7,8], 它是对称的, 光滑性好且具有较高的消失矩. 其一个奇偶多相分解为

$$\hat{h}_e(z) = h_1(z^2 + z^{-2}) + h_2(z + z^{-1}) + h_0, \hat{h}_o(z) =$$

$$h_3(z^2+z^{-1})+h_1(z+1); \hat{g}_e(z) = g_2(z+z^{-1})+g_0, \\ \hat{g}_o(z) = g_3(z^2+z^{-1})+g_1(z+1)$$

由多相矩阵 $P(z) = \begin{bmatrix} h_e(z) & g_e(z) \\ h_o(z) & g_o(z) \end{bmatrix}$ 及理想重构

条件 $P(z)\tilde{P}(z^{-1})' = I$ 得到 $\tilde{P}(z)$, 可将 $\tilde{P}(z)$ 分解为

$$\tilde{P}(z) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha(1+z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta(1+z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \gamma(1+z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta & 0 \\ 0 & \frac{1}{\zeta} \end{bmatrix}$$

式中用到如下常量: $\alpha \approx -1.586134342, \beta \approx -0.05298011854, \gamma \approx 0.8829110762, \delta \approx 0.4435068522, \zeta \approx 1.149604398$. 由此得到如图 2 的提升实现结构.

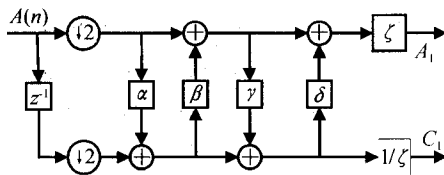


图 2 D9/7 小波滤波器的提升实现结构
Fig. 2 The lifting structure of D9/7 wavelet filter

设原图像 X 大小为 $16l \times 16l$ (l 为像素数), 利用提升的 D9/7 双正交小波变换对其进行 4 层小波分解(如图 3). 提升变换后的图像大部分能量都集

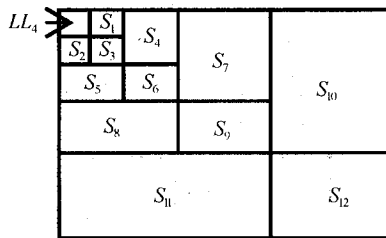


图 3 四层提升小波分解结构
Fig. 3 Schematic diagram of four layers lifting wavelet decomposition

中在大小为 $l \times l$ 低频部分 LL_4 上, 对它进行快速分形匹配, 得到分形编码结果. 对其余 12 个高频部分采用 SPECK 算法进行小波编码. 具体算法如下:

1) 将 LL_4 分割为 N 个大小为 $n \times n$ 的互不重叠的子块作为 R 块, 再将 LL_4 进行一级提升小波变换. 在分解后的大小为 $(l/2) \times (l/2)$ 低频子带中, 取遍所有 $n \times n$ 的块作为 \check{D} 块;

2) 设 R_i 和 \check{D}_i 中的像素灰度值分别为: $r_1, r_2, \dots, r_{n \times n}$ 和 $d_1, d_2, \dots, d_{n \times n}$, 对每一个 R , 在 \check{D} 中搜索它的一个近似匹配, 由式(1)得匹配误差为

$$\Delta_i = \left(\frac{1}{n \times n} \sum_{j=1}^{n \times n} (s_i \cdot d_j + o_i - r_j)^2 \right)^{1/2} \quad (2)$$

由最小二乘法可以求得 s 和 o 的值使得 Δ_i 的值最小, 分别为

$$s_i = \frac{n \times n \sum_{j=1}^{n \times n} r_j \cdot d_j - \left(\sum_{j=1}^{n \times n} r_j \right) \left(\sum_{j=1}^{n \times n} d_j \right)}{n \times n \sum_{j=1}^{n \times n} d_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n \times n} d_j \right)^2}, \\ o_i = \frac{1}{n \times n} \left(\sum_{j=1}^{n \times n} r_j - s_i \sum_{j=1}^{n \times n} d_j \right) \quad (3)$$

3) 对每个 R_i 都能找到一个 \check{D}_i 使得 Δ_i 最小, 记下一组参量 $(s_i, o_i, (e, f))$, 其中, (e, f) 为 \check{D}_i 左上角点在采样图像中的坐标. 这样就完成了对 LL_4 的分形编码.

4) 对其余高频子带采用 SPECK 算法, 输出具有两种 1bit 信息的编码结果, 即: 判决信息和 LSP 细化时的输出位.

5) 分形压缩解码图像可以通过一个简单的迭代过程获得, SPECK 的解码与编码过程相同, 只是将判断并输出码字变成读入并恢复相应表格内容即可. 将低频部分重构图像与高频部分重构图像相融合, 即完成了对图像 X 的压缩与恢复过程.

5 实验结果

在仿真试验中, 对两类 256 级灰度图像(大小为 256×256) 经提升小波变换后分别采用 Jacquin 分形方法^[3], SPECK 算法和本文提出的方法进行图像压缩, 程序在 P4 2.4G 微机上运行, 实验结果如表 1.

表 1 对比压缩试验结果

	Airplane(简单背景)			Scenery(复杂背景)		
	分形压缩	SPECK 算法	本文方法	分形压缩	SPECK 算法	本文方法
码率/bpp	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5
压缩时间/s	124.22	2.45	3.09	156.71	4.42	5.19
PSNR/dB	30.99	3.642	36.93	24.89	28.29	28.67

6 结论

采用提升小波变换与分形相结合的压缩方法, 无论在压缩时间上还是在恢复图像质量上都较之传

统分形压缩方法有了显著提高, 明显改善了分形压缩在图像恢复时带来的“块效应”, 为小波与分形相结合提供了新的思路. 尤其是对于背景相对简单的图像改进效果十分明显, 对于细节信息过多的图像

恢复质量有一定提高. 另外, 与 SPECK 算法相比, 恢复图像质量有所改善, 但压缩时间较长. 因此, 进一步缩短图像压缩时间仍是下一步研究的重点.

参考文献

- 1 Fisher Y. Fractal Image Compression, Theory and Application. New York: Springer-Vorlag, Inc. 1995. 1~50
- 2 Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps. *J Fourier Anal Appl*, 1998, **4**(3): 247~269
- 3 Jacquin A E. Fractal image coding based on a theory of iterated contractive image transformations. *Proc of SPIE*, 1990, **1360**: 227~239
- 4 Islam A, Pearlman W A. An embedded and efficient low-complexity hierarchical image codec. *Proceedings of SPIE*, 1999, **3653**: 294~305
- 5 丁绪星, 等. 基于自适应提升小波变换的图像压缩. *光子学报*, 2004, **33**(2): 225~228
Ding X X, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(2): 225~228
- 6 Shapiro J M. Embedded image coding using zero-tree of wavelet coefficients. *IEEE Trans Signal Processing*, 1993, **41**(12): 3445~3462
- 7 Davis G M. A wavelet-based analysis of fractal image compression. *IEEE Trans on Image Proc*, 1998, **7**(2): **141~154**
- 8 吕群波, 相里斌. 基于光谱分类的干涉光谱图像压缩. *光子学报*, 2004, **33**(6): 681~684
Lü Q B, Xiangli B. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(6): 681~684

Image Compression Based on the Combination of Lifting Wavelet Transform and Fractal

Song Ping^{1,2}, Liu Bo¹, Cao Jianzhong¹, Zhang Zhongmin², Li Rong²

¹ Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

² Dept. of Computer & Information Engineering, Xi'an Communications Institute, Xi'an 710106

Received date: 2005-06-24

Abstract An image compression project based on the combination of lifting wavelet transform and fractal was proposed. Making the best of the coefficients' distribution, the algorithm was consisted of improved fractal coding in low-frequency of lifting wavelet transform coefficients and SPECK coding in other parts. The experimental results show that the quality of the image was improved at enhancing compression efficiency.

Keywords Image compression; Lifting wavelet transform; Fractal; SPECK algorithm



Song Ping was born in 1979. She received the B. S. degree in 2001 from Chongqing Communications Institute. She is an instructor at Xi'an Communications Institute. At present, she is a Ph. D. Degree candidate in the Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences. Her research interests are image compression and image matching.