

# 光学低通滤波器的光学传递函数分析\*

李云川<sup>1</sup> 林斌<sup>1,\*\*</sup> 曹向群<sup>1</sup> 梁举<sup>2</sup>

(1 浙江大学现代光学仪器国家重点实验室 浙江大学国家光学仪器工程技术研究中心, 杭州 310027)

(2 星星集团浙江水晶光电科技有限公司, 浙江台州 318015)

**摘要** 光电成像系统的抽样过程会引起图像频谱在频谱空间上的多次复制, 如果抽样过程不满足系统的奈奎斯特条件, 相邻的频谱项就会产生混叠. 光学传递函数可以反映系统中光学成像, 抽样和重建等各个过程对图像信号频谱的响应. 通过对使用光学低通滤波器(OLPF)光电成像系统的光学传递函数的分析, 表明光学低通滤波器可以有效地限制图像的频谱宽度, 使抽样满足奈奎斯特条件, 达到消除频谱混叠, 改善重建图像质量的目的.

**关键词** 光学传递函数; 光学低通滤波器; 奈奎斯特准则; 频谱混叠

**中图分类号** O438 **文献标识码** A

## 0 引言

现代光电成像系统不仅包括了光学成像部分, 同时还有光电扫描机制对图像进行抽样; 不仅对输入的图像要进行光学滤波, 还要在图像重建过程中进行电子滤波<sup>[1]</sup>. 根据奈奎斯特条件, 光电成像系统的最高空间频率(奈奎斯特频率)是其空间采样频率的 1/2, 若图像的空间频率高于奈奎斯特频率, 则图像上的高频部分将和基频部分重叠造成图像的频谱混叠<sup>[1~6]</sup>, 而图像的重建过程不能消除混叠现象. 光学低通滤波器技术采用前置滤波, 可以减少光敏面上的频谱宽度, 以减小混叠<sup>[2]</sup>. 光学传递函数反映了光学成像系统传递信息的频率特性, 用它来评价成像质量更客观, 更全面. 本文利用光学传递函数分析了光学低通滤波器的低通滤波作用.

## 1 原理

### 1.1 光电成像系统的频谱混叠

整个光电成像系统由光学成像子系统, 抽样子系统和重建子系统三部分组成, 如图 1. 光学成像系统把图像源成像在图像传感器的接受面上; 图像传感器对图像进行空间抽样; 重建系统对抽样后的数字信号进行电子滤波, 在频谱域上就是对抽样过程引起的高阶频谱项进行截至, 获取频谱上基频的信

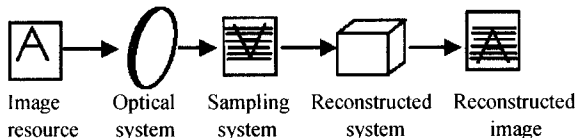


图 1 光电成像系统  
Fig. 1 Schematic diagram of opto-electric imaging system

号频谱<sup>[1]</sup>.

系统的抽样特征体现在抽样对光学系统点扩散函数的抽样, 而不是针对某个具体的输入图像而言<sup>[3]</sup>, 考虑一维情况. 抽样子系统的采样可以用狄拉克梳状函数表示, 为了简化计算以一维采样为例

$$\sum_{-N/2}^{N/2} \delta(x - \varphi - ka)$$

$a$  为采样空间间隔( $1/a$  就是系统采样频率,  $1/2a$  是系统的奈奎斯特频率),  $\varphi$  ( $0 < \varphi < a$ ) 是抽样梳相对于坐标原点的位移,  $N$  表示采样扫描线的数量. 简化起见, 忽略图像的有限范围, 让  $N \rightarrow \infty$ , 这样的近似并不会影响最终讨论的结果.

整个系统的点扩散函数<sup>[4]</sup>

$$\text{PSF}_{\text{sys}}(x, y) = \{ \text{PSF}_1(x, y) \sum_k \delta(x - \varphi - ka) \} * r(x, y) \quad (1)$$

$\text{PSF}_{\text{sys}}$  的 Fourier 变换, 也就是整个系统的光学传递函数  $\text{FT}_{\text{sys}}$ .

$$\text{FT}_{\text{sys}}(r, s) = [\text{OTF}_1(x, y) * \sum_k \delta(x - \varphi - ka)] \text{OTF}_r(r, s) \quad (2)$$

对式(2)作卷积

$$\text{FT}_{\text{sys}}(r, s) = [ \sum_k \text{OTF}_1(r, s - \frac{k}{a}) \cdot \exp[i2\pi\varphi(\frac{k}{a})] ] \text{OTF}_r(r, s) \quad (3)$$

对于这样的采样成像系统  $\text{FT}_{\text{sys}}$  包含基频和一级频, 式(3)变为

$$\text{FT}_{\text{sys}}(s) = \{ \text{OTF}_1(s) + \text{OTF}_1(s - 1/a) \cdot \exp[i2\pi\varphi] \} \text{OTF}_r(s) \quad (4)$$

将式(4)表示的光学传递函数用调制传递函数 MTF 和位相 PSF 来表示, 得

$$\text{FT}_{\text{sys}}(s) = \{ \text{MTF}_1(s) \exp[i\text{PTF}_1(s)] + \text{MTF}_1(s - 1/a) \exp[i\text{PTF}_1(s - 1/a) + i2\pi\varphi] \} \text{MTF}_r(s) \exp[i\text{PTF}_r(s)] \quad (5)$$

\* 国家“863”高技术研究发展计划(2004AA001019)资助

\*\* Tel: 0571-87951962-8012 Email: wjlin@zju.edu.cn

收稿日期: 2005-11-14

图 2 表示了式 (4) 的模数, 假设输入的  $MTF_1$  和重建  $MTF_r$  具有截至频率  $S_{c1}$  和  $S_{c2}$ .  $S_{c1} > 1/2a$  不满足奈奎斯特条件的抽样在  $1/a - S_{c1}$  到  $S_{c2}$  的频率区域里产生了频谱混叠. 当重建函数具有更高的截至频率  $S_{c2} > (1/a - S_{c1})$ , 重建的滤波过程没有对  $k=1$  的项截止, 而是对其进行了衰减, 衰减余下的量仍然出现在重建图像中而形成一种假响应<sup>[5]</sup>.

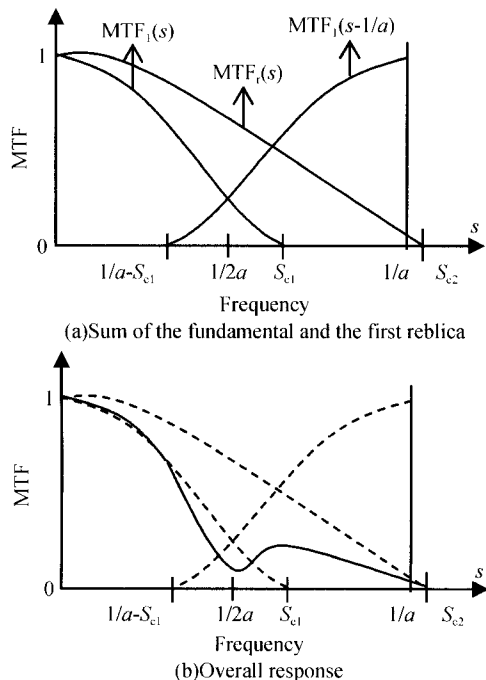


图 2 抽样不满足奈奎斯特条件  
Fig. 2 Representation of the modulus of  $FT_{sys}$  for an opto-electric imaging system with aliasing

对于实际的采样成像系统, 混叠不可避免. 成像系统中的光学系统, 即使小口径的光学镜头, 其最高的空间频率远远高于采样系统的奈奎斯特频率<sup>[2]</sup>, 包含了高频信号的图像通过这样的系统, 就会产生混叠. 提高采样频率可以避免混叠, 但是实际采样成像系统中图像传感器的像素大小受制造工艺限制, 采样频率不可能无限提高.

在光电成像系统抽样频率确定的情况下, 在成像传感器前置光学低通滤波器限制图像的高频部分是解决成像系统混叠的有效方法. 当抽样不满足奈奎斯特条件, 理想的情况是通过低通滤波器限制信号的频谱上限不超过系统的奈奎斯特频率, 则抽样后基频和高阶频谱之间将不会出现重叠部分, 重建图像不会受到频谱混叠的影响. 但是图像频谱如果受到过于严格的限制, 虽然不会产生混叠, 但是却损失了图像的部分信息. 因此使图像频谱截止于系统采样的奈奎斯特频率处, 这时复制频谱之间即没有重叠, 图像信息的损失也降到了最小.

1.2 双折射晶体的光学传递函数

OLPF 的基本原理是利用双折射晶体. 当成像

光束经过晶体后, 带有同一目标图像的信息被分成 o 光与 e 光, 如图 3.

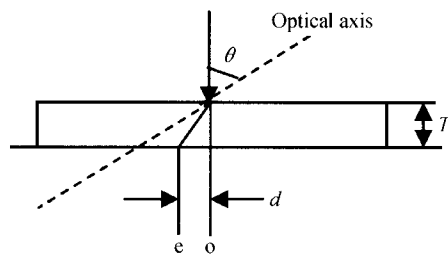


图 3 光线正入射时的双折射  
Fig. 3 Birefringence of normal incidence

当光线入射到双折射晶体上时, 假设入射光线与光轴夹角  $\theta$ ;  $n_o, n_e$  为寻常光与非常光的折射率.  $T$  为晶体厚度. 那么出射时, o 光与 e 光分开的距离为<sup>[6]</sup>

$$d = T \frac{(n_o^2 - n_e^2) \tan \theta}{n_o^2 \tan^2 \theta + n_e^2}$$

单块的双折射晶体相当于空间梳状滤波器

$$h(x) = \delta(x) + \delta(x - d) \tag{6}$$

其传递函数

$$H(s) = |\cos(\pi ds)| \exp(-j\pi ds) \tag{7}$$

对于频率范围在 0 到  $1/d$  的一维信号, 晶体起到了一个带阻滤波器的作用. 此时系统的点扩散函数为

$$PSF_{sys}(s) = \{ [PSF_1(x) * h(x)] \cdot \sum_k \delta(x - \varphi - ka) \} * r(x) \tag{8}$$

设计时使光点分开的距离恰好等于光电成像器件的空间抽样间隔, 即  $d = a$ , 则图像频谱在系统的奈奎斯特频率处截至. 系统的光学传递函数为

$$FT_{sys}(s) = [ \sum_k OTF_1(s - \frac{k}{a}) | \cos[\pi a(s - \frac{k}{a})] | \cdot \exp[i\pi(\frac{2\varphi k}{a} - as + 1)] ] OTF_r(s) \tag{9}$$

对于超过系统奈奎斯特频率的信号频谱进行了衰减, 残留在  $S_{c1}$  到  $1/2a$  的信号能量使得抽样后复制频谱之间仍然会有少量频谱重叠.

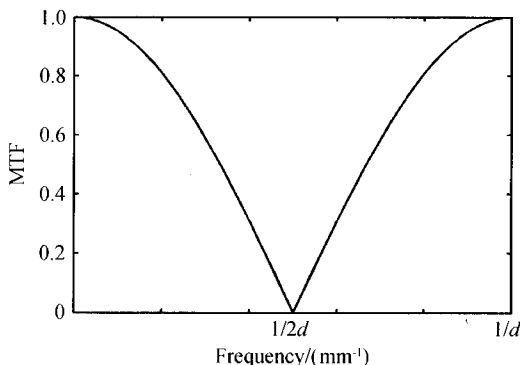


图 4 双折射晶体的幅频特性  
Fig. 4 The modulation transfer function of birefringence

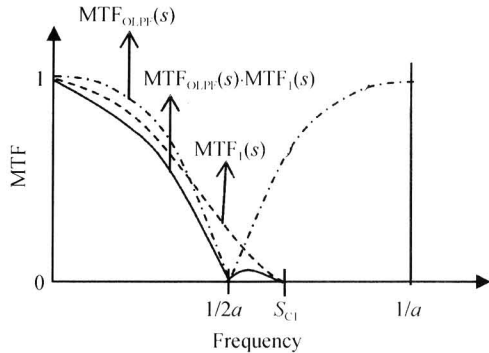


图 5 有低通滤波的系统调制函数  
Fig. 5 Representation of the modulus of  $FT_{sys}$  for an opto-electric imaging system with OLPF

1.3 3 片式 OLPF

以上的讨论是一维的情况, 而实际的光电图像传感器是二维阵列. 因此光学低通滤波器需要在二维向上都具有低通滤波效果. 实际设计的 OLPF 都是由 2 片或 3 片双折射晶体组成.

2 片式的 OLPF 由 2 片光轴面相互垂直的双折射晶体组成, 在水平和垂直方向上形成如一维情况下的滤波效果. 点光源入射后将变成四个像点.

3 片式的 OLPF 是在 2 片双折射晶体的中间加入了第三片双折射晶体, 第三片晶体的光轴面和其余两片晶体光轴面有  $45^\circ$  夹角. 点光源入射后将变成八个像点.

3 片式 OLPF 的传递函数为

$$H(s, r) = |\cos(\pi ds)| |\cos(\pi dr)| \cdot \cos[\pi d_2(s \cos \theta + r \sin \theta)] |\exp[iPSF(s, r, \theta)]| \quad (10)$$

式中第一片和第二片的双折射晶体使入射光点分开距离  $d=a$ , 第三片使光点在  $45^\circ$  方向上分开的距离为  $d_2$ .

在水平或垂直方向上的频谱响应如图 6. 超过系统奈奎斯特频率的高频部分由两个波瓣组成. 在频域上, 图像信号经过 OLPF 后, 波瓣使  $1/2a$  到  $S_{c1}$  内对残留的信号严重衰减. 形成了较为理想的空间低通滤波器.

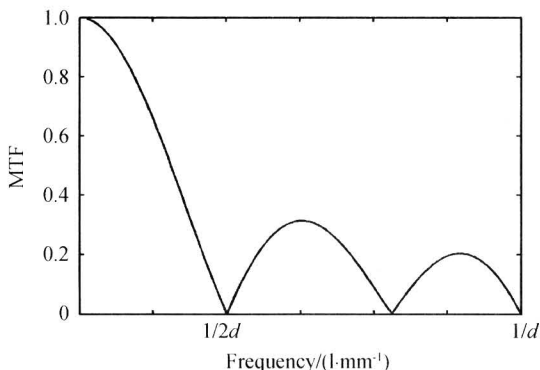


图 6 三片式 OLPF 一维方向上的幅频特性  
Fig. 6 The one-dimension modulation transfer function of triple plate OLPF ( $d_2 = 2d/3, \theta = 45^\circ$ )

实际的 OLPF 放置在光学系统之后, 采样成像系统之前, 如图 7.

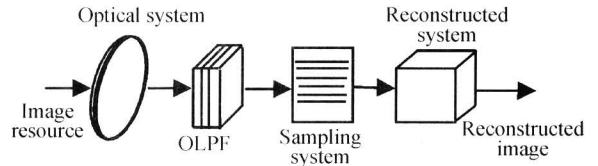


图 7 光电成像系统工作框图  
Fig. 7 Schematic diagram of opto-electric imaging system with OLPF

2 实验结果

图 8、图 9 是对 2 片和 3 片式 OLPF 的 MATLAB 模拟结果. 2 片式使点光源在水平和垂直方向上形成了 4 点像; 3 片式则使点光源形成了 8 点像. 其传递函数在水平, 垂直及  $45^\circ$  方向上形成各自方向上的空间低通滤波.

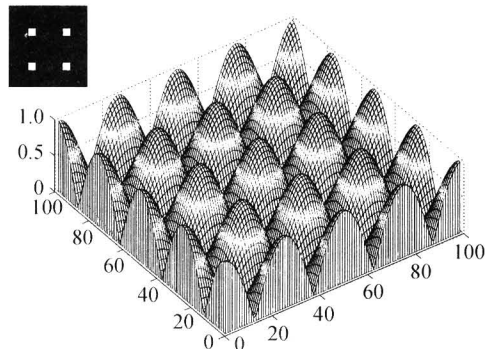


图 8 2 片式 OLPF 的幅频特性  
Fig. 8 The modulation transfer function of double plate OLPF

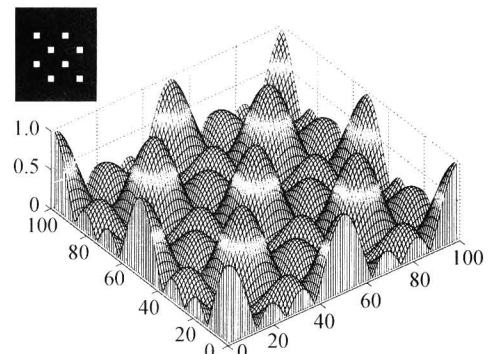


图 9 3 片式 OLPF 的幅频特性  
Fig. 9 The modulation transfer function of triple plate OLPF

图 10 是针对 25 万像素 CMOS 图像传感器所设计的 3 片式 OLPF 的测试图, 左边是未加 OLPF

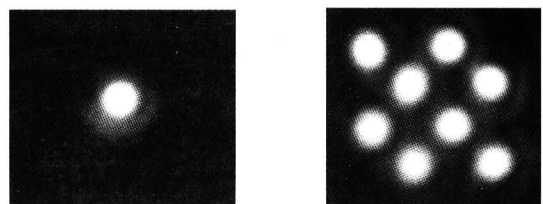


图 10 OLPF 测试图像  
Fig. 10 The image of measuring OLPF

时的点光源,右边是点光源通过 OLPF 后的图像. 光点之间分开的距离由图像传感器的空间采样频率决定.

### 3 结论

用光学传递函数,分析了光电成像系统中光学低通滤波的滤波原理,并给出了各种结构 OLPF 的调制传递函数. 根据成像系统中传感器的像素周期,可以设计适合的光学低通滤波器,消除抽样不满足奈奎斯特条件时产生的频谱混叠现象. OLPF 的应用可以提高重建图像的质量.

#### 参考文献

- 1 陈自宽,瞿宏琛,母国光. 光电成像系统中的光电传递函数. 光学技术,1998,(1):57~61  
Chen Z K, Qu H C, Mu G G. *Optic Technique*, 1998, (1): 57~61
- 2 吴翔,倪旭翔,陆祖康. 光电图像传感器中的低通滤波. 光电子·激光,2001,12(11):1123~1125  
Wu X, Ni X X, Lu Z K. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2001, 12(11):1123~1125
- 3 陈自宽,瞿宏琛,母国光. 用多重交织抽样方法消除频谱混叠. 信号处理,1999,15(1):1~5  
Chen Z K, Qu H C, Mu G G. *Signal Processing*, 1999, 15(1):1~5
- 4 Wittenstein W, Fontenella J C, Newbery A R, et al. The definition of OTF and the measurement of aliasing for sampled imaging systems. *Acta Optica Sinica*, 1982, 29(1):41~50
- 5 马文坡. 采样成像系统中的混叠问题研究. 航天返回与遥感, 2002, 23(3):22~23  
Ma W P. *Spacecraft Rrecovery and Remote Sensing*, 2002, 23(3):22~23
- 6 林家明,杨隆荣. 光学低通滤波器技术及其在 CCD 摄像机中的应用. 光学技术,1999,(6):87~89  
Lin J M, Yang L R. *Optical Technology*, 1999, (6):87~89
- 7 达争尚,陈良益. 光电系统的匹配设计. 光子学报, 2003, 32(6):669~671  
Da Z S, Chen L Y. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(6): 669~671
- 8 朱克正,赵宝升,邹远鑫,等. 光电成像系统动像光学传递函数. 光子学报, 2003, 32(12):1456~1460  
Zhu K Z, Zhao B S, Zhou Y X, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(6):1456~1460
- 9 江孝国,谭肇,李泽仁,等. 影响 CCD 调制传递函数因素研究. 光子学报, 2003, 32(7):830~833  
Jian X G, Tan Z, Li Z R, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(7):830~833

## Optical Transfer Function of the Optical Low-pass Filter

Li Yunchuan, Lin Bin, Cao Xiangqun, Liang Ju

1 State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation CNERC for Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou 310027

2 Xingxing Group Zhejiang Crystal Quartz Optoelectronic Technology CO. LTD, Zhejiang Taizhou 318015

Received date: 2005-11-14

**Abstract** Sampling of photoelectric imaging system could infinitely replicate the scene spectrum in spectrum space. If the sampling intervals were too large to satisfy the Nyquist criterion, the replicas would be overlapped and there was aliasing. The optical transfer function could demonstrate that how the optical imaging, integral sampling and reconstruction affected the overall performance. The optical transfer function was used for analysis of the photoelectric imaging system with OLPF. The results show that optic low-pass filter could effectively limit the scene spectrum width and critically satisfy Nyquist sampling condition, so the aliasing could be eliminated and quality of the image reconstructed is improved.

**Keywords** Optical transfer function; Optic low-pass filter; Nyquist criterion; Aliasing



**Li Yunchuan** was born in 1979, and in Yunnan, China. He received his B. S. degree in Department of Optical Engering from Zhejiang University in 2002. At present, he is pursuing his M. S. degree in State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation. His research interests include theory analysis design of crystal optics device.