

相位测量轮廓术(PMP)中光场非线性误差分析*

赵文川 苏显渝**

(四川大学光电科学技术系,成都 610065)

摘 要 在相位测量轮廓术(PMP)中,探测器的非线性响应是导致测量误差的重要因素.对该误差进行了理论分析和计算机模拟,比较了几种相移算法对这一误差的抑制能力,模拟结果与理论分析的结果一致.提出一种存在非线性误差时光强函数的几何描述方法,采用帕斯卡蜗线描述二阶非线性光强函数,这是一种用角度射线与帕斯卡蜗线交点在横轴上的投影长来表示相对光强的几何模型.形象地表示了探测光强与光栅移动角度的关系,以及非线性误差存在和不存在时的光强变化.同样,文中采用准卡西尼卵形线蜗线描述三阶非线性光强函数,用同样的方法形象地表示了在三阶非线性时探测光强与光栅移动角度的关系,以及非线性误差存在和不存在时的光强变化,可为实际应用中合理地选择算法和直观的评估非线性导致的光强变化提供帮助.

关键词 相位测量轮廓术;相位误差;探测器非线性;光强几何模型

中图分类号 O438 **文献标识码** A

0 引言

随着三维面形测量在工业生产中越来越广泛的应用,人们提出了一些光学非接触测量方法^[1~4].相位测量轮廓术^[5~7](Phase Measuring Profilometry,简称 PMP)就是其中的一种.这种方法采用正弦光栅投影和数字相移技术,能以较低廉的光学、电子和数字硬件设备为基础,以较高的速度和准确度获取和处理大量的三维数据.作为一种重要的三维传感手段,PMP已在工业检测、实物仿形、医学诊断等领域获得广泛应用.

相移误差和探测器的非线性误差^[8,9]是相位测量轮廓术中两个主要的误差来源.相移误差是由于相移步距的不相等所致,相移误差常常是不可避免的,但是可以通过采用精密的相移装置和测量过程中采用实时校正技术,使相移误差降低到最小限度,这时探测器的非线性误差将成为主要的影响因素.PMP测量中采用 CCD 摄像机记录变形条纹的强度,其输入光强与数字输出之间的非线性成为测量误差的主要来源.

本文分析了探测器非线性误差对相位测量准确度的影响.提出一种存在非线性误差时光强函数的几何描述方法:采用帕斯卡蜗线描述二阶非线性光强函数,采用准卡西尼卵形线蜗线描述三阶非线性光强函数.这是一种用角度射线与蜗线交点在横轴上的投影长来表示相对光强的几何模型,形象地表示了探测光强与光栅移动角度的关系,以及非线性

误差导致的光强变化,可为实际应用中合理地选择算法和直观的评估非线性导致的光强变化提供帮助.

1 探测器非线性误差的理论推导及模拟

当一个正弦光栅图形被投影到三维漫反射物体表面时,从成像系统获取的变形光栅像可表示为

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\Phi(x, y)] \quad (1)$$

式中 $A(x, y)$ 为背景光强, $B(x, y)$ 为受物体面形反射率影响的光场调制度,相位函数 $\Phi(x, y)$ 表示了条纹的变形,是调制光场的位相分布,与待测物体三维面形 $Z=h(x, y)$ 有关.

常用 N 帧相移(等间距满周期)算法计算出相位函数 $\Phi(x, y)$,从而恢复出物体的高度信息.当投影的正弦光栅每次被移动其周期的 $1/N$ 时,变形条纹图的相位被移动 N 分之 2π 而产生一个新的强度函数 $I_n(x, y)$ 可表示为

$$I_n(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos [\Phi(x, y) + 2\pi n/N] \quad (n=1, \dots, N) \quad (2)$$

使用三个或更多的对应不同相移值的条纹图,相位函数 $\Phi(x, y)$ 可以独立于式(1)中的其它参量而单独提出,从而恢复现物体的高度信息.对于 N 帧相移算法,根据式(3)可以从 $N(N \geq 3)$ 个相移条纹图中计算出相位函数

$$\Phi(x, y) = -\arctan \frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin (2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos (2\pi n/N)} \quad (3)$$

恢复出相位函数 $\Phi(x, y)$ 后,就可根据所得的相位函数得到三维物体的高度分布.假设探测器响应存在 3 阶非线性项,则探测器对输入光强的响应可以

* 国家自然科学基金资助(10376018)

** Tel:028-85463879 Email: xysu@email.scu.edu.cn

收稿日期:2005-07-12

表示为

$$I' = e_0 + e_1 I + e_2 I^2 + e_3 I^3 \quad (4)$$

式中 e_0, e_1, e_2, e_3 分别是探测器的 0 阶, 一阶, 二阶和三阶响应系数. 将每次相移后接收到的线性强度函数 $I_n = A + B \cos \Phi_n = A + B \cos (\Phi + \frac{2\pi n}{N})$ 代入式 (4) 可知, 二阶非线性会产生二倍频误差, 三阶非线性会产生二倍频和三倍频误差. 显然, K 阶非线性会产生二倍频、三倍频…… $K-1$ 倍频和 K 倍频误差. 令

$$a_0 = e_0 + e_1 A + e_2 A^2 + e_3 A^3 + \frac{1}{2} e_2 B^2 + \frac{3}{2} e_3 A B^2, a_1 = e_1 B + 2e_2 A B + 3e_3 A^2 B + \frac{3}{4} e_3 B^3, a_2 = \frac{1}{2} (e_2 B^2 + 3e_3 A B^2), a_3 = \frac{3}{4} e_3 B^3$$

得到

$$I'_n = a_0 + a_1 \cos \Phi_n + a_2 \cos 2\Phi_n + a_3 \cos 3\Phi_n \quad (5)$$

式中 $\Phi_n = \Phi + \frac{2\pi n}{N}$, 将式 (5) 代入式 (3), 可得

$$\Phi(x, y) = \frac{-a_1 N \sin \Phi + a_2 \sin 2\Phi \sum_{n=1}^N \cos \frac{6\pi n}{N} + a_1 N \cos \Phi + a_2 \cos 2\Phi \sum_{n=1}^N \cos \frac{6\pi n}{N} + a_3 \sin 3\Phi \sum_{n=1}^N \cos \frac{8\pi n}{N}}{a_1 \cos \Phi + a_2 \cos 2\Phi \sum_{n=1}^N \cos \frac{6\pi n}{N} + a_3 \cos 3\Phi \sum_{n=1}^N \cos \frac{8\pi n}{N}} \quad (6)$$

将不同的 N 值代入式 (6) 可推出, 3 帧算法对二倍频无抑制, 对三倍频有抑制作用; 4 帧算法对二倍频有抑制, 对三倍频无抑制作用; 而在 5 帧以上的算法中, 对二倍频和三倍频都有抑制作用. 因此, 3 帧算法对二阶非线性和三阶非线性均无抑制作用, 4 帧算法对二阶非线性有抑制作用, 对三阶非线性无抑制作用, 5 帧以上算法对二阶非线性和三阶非线性均有抑制作用.

一般情况下, 当存在探测器非线性 K 阶误差时, 探测光强 I_n 中会产生 K 阶倍频项 $\cos (K\Phi_n)$,

不考虑系数时, 要抑制误差则须

$$\sum_{n=1}^N \cos \frac{2(K-1)\pi n}{N} = 0 \quad \sum_{n=1}^N \cos \frac{2(K+1)\pi n}{N} = 0$$

所以, 要抑制 K 倍频项, 不能采取 $K-1$ 和 $K+1$ 帧算法. 要抑制探测器非线性 K 阶误差, 至少应采用 $K+2$ 帧算法, 即: $N \geq K+2$. 理论上, 任何高阶非线性误差都可以通过提高相移次数, 即提高时间抽样频率来进行抑制.

就相移算法对于探测器非线性响应引起的位相误差进行了计算机模拟. 假设测量中不存在相移误差且背景光强和条纹对比度均为常量: $A(x, y) = B(x, y) = 0.5$, 待测位相 $\Phi(x, y)$ 在 $0 \sim 360^\circ$ 之间的变化, 则利用相移技术获取的 N 帧物体表面变形光场分布表示为: $I_n(x, y) = 0.5 + 0.5 \cos [\Phi(x, y) + 2\pi n / N]$ ($n=1, 2, \dots, N$). 下面分别模拟了探测器二阶、三阶非线性响应曲线及其带来的位相测量误差.

图 1 和图 2 中分别模拟了探测器存在二阶非线性和三阶非线性情况下的响应曲线和由此引起的位相测量误差曲线, 其响应表示式分别为: $I' = I - 0.4I^2, I' = I - 0.2I^3$ 和 $I' = 0.05 - 0.3I + 3.3I^2 - 2.1I^3$. 从图中可以看出, 当时间抽样率即抽样次数不够时, PMP 对非线性没有抑制作用, 测量结果在理论值上下波动, 形成一定的倍频误差. 图中表明, 探测器响应存在二阶非线性时, 用 3 帧相移算法计算位相会产生三倍频的周期性误差, 而 4 帧及 4 帧以上相移算法则对探测器二阶非线性具有很好的抑制能力. 同时, 探测器响应存在三阶非线性时, 用 3 帧和 4 帧相移算法计算位相会分别产生三倍频和四倍频的周期性误差, 而 5 帧及 5 帧以上相移算法则对探测器三阶非线性响应具有一定的抑制能力, 模拟实验结果和理论分析一致, PMP 实际应用中, CCD 的非线性阶次可以用频谱的方法来大致确定, 从而可以为选择合理的算法提供一定的理论依据.

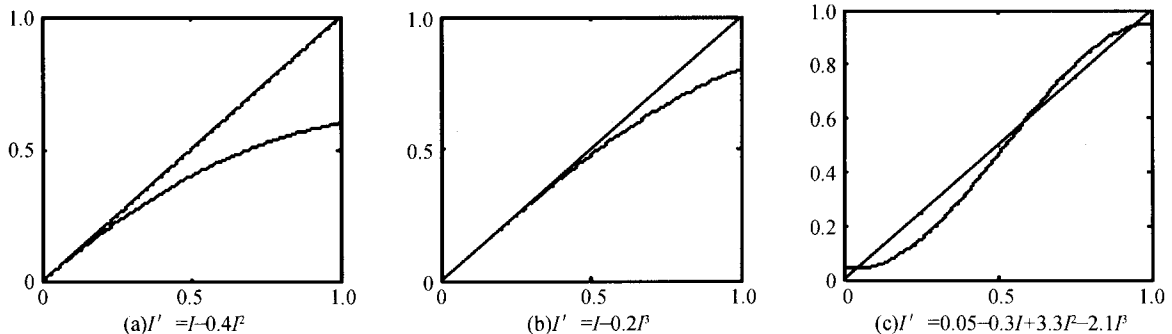


图 1 探测器非线性响应曲线
Fig. 1 Response line of the nonlinearity

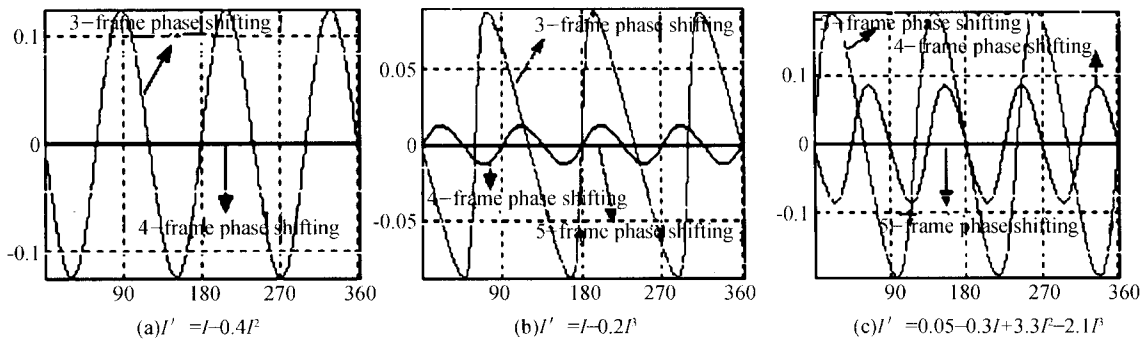


图 2 非线性引起的位相误差
Fig. 2 Phase errors caused by nonlinearity

2 存在非线性误差时光强函数的几何描述

采用线性探测器的理想情况下,探测光强可表示为: $I(x, y) = A + B \cos [\Phi(x, y)]$, 显然, 常量项 A 和系数 B , 对测量结果没有影响, 不会引起误差. 为简化讨论, 更形象地表示出光强与相移角度的关系, 不考虑常量项, 并假设系数为 1, $I = \cos(\Phi)$. 同样探测器对输入光强的响应表示式: $I' = e_0 + e_1 I + e_2 I^2 + e_3 I^3$ 中 0 阶响应 e_0 也不考虑. 当只存在二阶非线性误差时, 令 $e_2 = 0.5$, 则探测器响应 $I' = I + 0.5 I^2 = \cos(\Phi) + 0.5 \cos^2(\Phi)$, 它随光栅移动角度的强度值变化可表示在图 3 中. 其中, 某一角度射线与

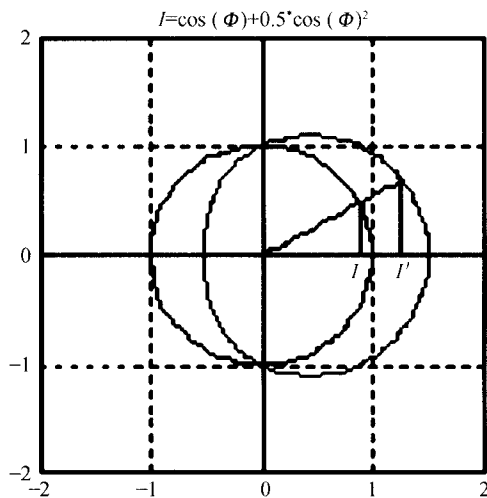


图 3 二阶非线性的光强几何模型
Fig. 3 Geometry model about intensity distribution of second order nonlinearity

曲线的交点在横轴上的投影长便是该角度下对应光强的大小. 其中标准圆曲线为无非线性误差理想情况下的光强分布, 另一曲线是存在非线性误差时实际的光强分布. 从图中可以看出, 理想情况下, 曲线应该是一个半径为单位 1 的圆, 但由于存在探测器的二阶非线性误差, 引起了曲线的畸变(略去了常量项的影响), 偏离了单位圆, 成了帕斯卡蜗线, 从而导致了误差. 当抽样数不够时, 测量结果就会不准确. 曲线

具有一定对称性, 当抽样数足够多时, 非线性误差引起的偏差可以相互抵消, 得到准确的结果. 图 4~图 6 给出了几个典型非线性误差的分析图.

$$I = \cos(\Phi) + 0.1^m \cos^m(\Phi), m = -10 : 1 : 10$$

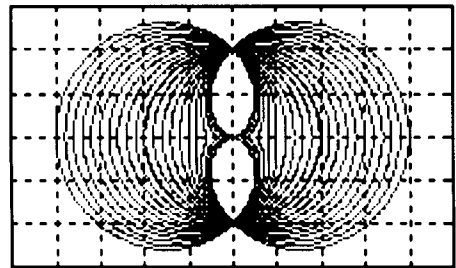


图 4 $I' = \cos(\Phi) + e_2 \cos^2(\Phi)$

Fig. 4 $I' = \cos(\Phi) + e_2 \cos^2(\Phi)$

$$I = \cos(\Phi) + 0.1^m \cos^m(\Phi), m = -10 : 1 : 10$$

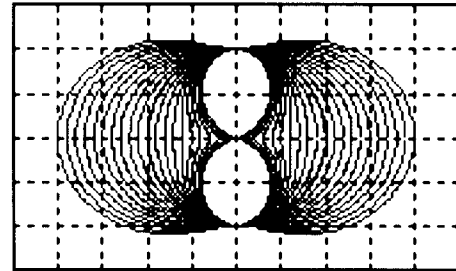


图 5 $I' = \cos(\Phi) + e_3 \cos^3(\Phi)$

Fig. 5 $I' = \cos(\Phi) + e_3 \cos^3(\Phi)$

$$I = \cos(\Phi) + 0.3^m \cos^m(\Phi) + 0.5^m \cos^m(\Phi)$$

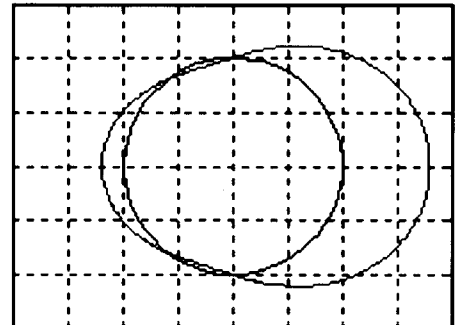


图 6 $I' = \cos(\Phi) + 0.3 \cos^2(\Phi) + 0.5 \cos^3(\Phi)$

Fig. 6 $I' = \cos(\Phi) + 0.3 \cos^2(\Phi) + 0.5 \cos^3(\Phi)$

图 4 画出了二阶非线性误差系数 e_2 在 $-1 \sim 1$ 范围内变化时光强与光栅移动角度关系的曲线簇, 这是一组帕斯卡蜗线. 图 5 画出了存在探测器三阶非线性误差 e_3 在 $-1 \sim 1$ 范围内时的曲线簇, 称为准

卡西尼卵形线蜗线. 图 6 画出了二阶和三阶都存在时的光强曲线.

3 讨论

随着新的数字投影仪的使用,相移误差几乎可以忽略,探测器的非线性误差成为相位测量轮廓术准确度主要的影响因素. 本文通过解析推导和计算机模拟,分析了探测器非线性误差对相位测量准确度的影响. 提出一种存在非线性误差时光强函数变化直观的几何描述方法:即采用帕斯卡蜗线描述二阶非线性光强函数,采用准卡西尼卵形线蜗线描述三阶非线性光强函数. 用角度射线与光强函数交点在横轴上的投影长来表示相对光强的几何模型,形象地表示了探测光强与光栅移动角度的关系,以及非线性误差导致的光强变化. 本文可为实际应用中合理地选择算法和直观的评估非线性导致的光强变化提供帮助.

当然在实际测量过程中,不仅有相移误差和探测器的非线性误差,还应考虑形成光场的许多其它因素,如 CCD 的非均匀性,CCD 探测器和图像板的随机噪音,光学系统的畸变或衰减,热噪音,以及 CCD 探测器输出经过离散→平滑→离散这样一个过程引起的失真. 这些都会产生测量误差,关于消除或减小这些影响的方法,在文献[10~12]中已作了十分详尽的讨论,本文不再赘述.

参考文献

- 徐建强,王蕴珊,司书春,等. 三维形貌测量的扫描相移法研究. 光子学报,2004,33(10):1210~1213
Xu J Q, Wang Y H, Si S, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004,33(10):1210~1213
- 周绍祥,高瞻,胡玉禧. 光载波条纹图的计算机辅助分析——阶梯形虚拟光栅解调法. 光子学报,1998,27(3):228~233
Zhou S X, Gao Z, Hu Y X. *Acta Photonica Sinica*, 1998,27(3):228~233
- 田丰,赵宏,陈文艺,等. 三维面形的光栅投影合成测量技术. 光子学报,1996,25(12):1120~1124
Tian F, Zhao H, Cheng W Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 1996,25(12):1120~1124
- 李万松,苏礼坤,苏显渝. 位相检测面形术在大尺度三维面形测量中的应用. 光学学报,2000,20(6):792~796
Li W S, Su L K, Su X Y. *Acta Optica Sinica*, 2000,20(6):792~796
- Srinivasan Y, Liu H C, Hallioua M. Automated phase measuring profilometry of 3-D diffuse objects. *Appl Opt*, 1984,23(18):3105~3108
- Su Xiayu, Zhou Wensen, G von Bally, et al. Automated phase - measuring profilometry using defocused projection of the Rochi grating. *Opt Commun*, 1992,94(6):561~573
- 李万松,苏显渝,苏礼坤,等. 非恒定环境光条件下的相位测量剖面术. 光学学报,2000,20(5):617~623
Li W S, Su X Y, Su L K, et al. *Acta Optica Sinica*, 2000,20(5):617~623
- 惠梅,王东生,邓年茂,等. 对移相误差不敏感的四帧相位算法. 清华大学学报(自然科学版),2003,43(8):1017~1019
Hui M, Wang D S, Deng N M, et al. *Journal of Tsinghua University Science and Technology*, 2003,43(8):1017~1019
- 周利兵,苏显渝,王立无. 相位测量轮廓术中探测器非线性误差的分析. 激光杂志,2002,23(3):19~21
Zhou L B, Su X Y, Wang L W. *Laser Journal*, 2002,23(3):19~21
- 郭金生,杨昌黎,杨经国. 激光光强分布测量中面阵 CCD 信号畸变的校正. 现代测量与实验室管理,1997,5(5):27~30
Guo J S, Yang C L, Yang J G. *Advanced Measurement and Laboratory Management*, 1997,5(5):27~30
- 董怡,王斧,程守澄,等. 面阵 CCD 非线性响应的测量. 军械工程学院学报,2001,13(4):39~42
Dong Y, Wang F, Cheng S C, et al. *Journal of Ordnance Engineering College*, 2001,13(4):39~42
- 庞长富,刘榴娣. CCD 摄影机用于测量中存在的问题及解决方法. 光学技术,1996,22(2):5~8
Pang C F, Liu L D. *Optical Technology*, 1996,22(2):5~8

Analysis of Nonlinearity Errors in Phase Measuring Profilometry

Zhao Wenchuan, Su Xianyu

Department of Opto - Electronics, Sichuan University, Chengdu 610065

Received date: 2005-07-12

Abstract Phase-shifting technique is commonly applied in surface measurement of three-dimensional object in recent years. In phase measuring profilometry detector nonlinearity is the main factor introducing the errors of the measurement. This paper gives the theoretical analysis and the computer simulation of this kind of error, and compares the ability of tolerance with the second and the third order nonlinearity of detector for N - frame phase shifting algorithms. Also, this paper gives several geometry diagram to show intensity of ray when there is the nonlinearity error. The results of numerical simulation and theoretical analysis are consistent and it offers a theoretical basis of selection of algorithms.

Keywords PMP; Phase error; Detector nonlinearity; Geometry model about intensity distribution



Zhao Wenchuan was born in Mian Yang on June 18, 1983. Now he is studying in Department of Opto - Electronics, Sichuan University, Chengdu. He will graduate in Sichuan University this year.