

波前相位编码体光栅选择性衍射的理论分析

史学舜¹ 刘继芳¹ 李增荣¹ 杨凤英²

(1 西安电子科技大学技术物理学院 501 教研室, 西安 710071)

(2 西安西普电力电子有限公司, 西安 710072)

摘 要 阐述了波前相位复用技术记录和再现体全息光栅的原理;运用波耦合理论,从衍射波的一阶微分方程推导出多重体光栅对随机波前相位的选择性衍射;构造了一个复随机过程函数,并利用其相关函数得到了随机波前相位编码体光栅实现无串扰再现的充分必要条件;给出了理论上分析多重体光栅对随机波前相位选择性衍射的一种方法.

关键词 波耦合理论;体全息光栅;随机波前相位编码;选择性衍射

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A

0 引言

为了满足大规模存储信息的需求,充分挖掘介质的存储潜力,光全息存储广泛采用复用技术记录全息图.其中包括角度、波长、相位复用,及其组合形成的各种混合复用技术.采用任何复用技术都要确保记录的全息图无串扰地读出,这就要求多重体光栅对记录的全息图应具有良好的选择性.体全息光栅对读出光的角度、波长^[1,2]、相位选择性^[3]及其应用^[4,5]已有大量文献报道.相位复用又有确定型相位和随机相位两种复用技术,对于其相位选择性的说明,前者通过构造正交相位矩阵^[6],后者已有基于衍射理论和动态散斑的理论模型^[7,8].

事实上,两种相位复用技术在本质上是一致的,都是把参考光束在空间位置上分解成一系列具有特定相位的子波,各子波的相位由调制器的性质决定.这一系列的子波分别和物光干涉产生空间光强分布,导致折射率的空间周期变化,记录携带参考光束特定波前相位信息的体全息光栅.本文用平面波近似这两种编码方式情况下的所有入射波,以波耦合理论为基础,给出了理论上分析多重体全息光栅对随机波前相位选择性衍射的一种方法.

1 波前相位复用的方法和原理

波前相位复用的基本方法是:参考光和物光的波长及其夹角保持不变,晶体不转动,只通过改变参考光束的空间相位分布实现多重体全息存储.波前相位复用分为确定性相位和随机相位两种复用技术,前者是利用纯相位空间光调制器把参考光分解成若干平面子波,后者是由随机相位板(例如毛玻璃)把参考光分解成无数点源,每个点源均能生成特

殊初始相位的球面子波.以下用平面波近似这两种编码方式情况下的所有入射波,应用光折变效应和波耦合理论加以分析.

假设参考光是一束被空间相位调制器调制了的光波,可以看成是由一组相位为 $\phi_1^m, \phi_2^m, \dots, \phi_N^m$ ($m = 1, 2, \dots, N$) 的平面波叠加而成,构成了一个相位编码,它代表了第 m 个体全息光栅的地址.假设参考光波中的第 i 个平面波为

$$P_i = \frac{1}{2} (P_i e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} + c. c.) \quad (1)$$

式中 P_i 振幅, \mathbf{k} 波矢量, \mathbf{r} 为坐标矢量.

为了推导简便,假设物光也是平面波,第 m 个物光波为

$$A_m = \frac{1}{2} [A_m e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} + c. c.] \quad (2)$$

入射到记录介质中的光波场振幅为

$$E_m = \frac{1}{2} [A_m e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} + \sum_{i=1}^N P_i e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} e^{i\phi_i^m} + c. c.] \quad (3)$$

如果物光波和参考光波偏振方向相同,记录介质中的光强分布为

$$|E_m|^2 = \frac{1}{2} [A_m A_m^* + \sum_{i=1}^N P_i P_i^* + \sum_{i=1}^N A_m P_i^* e^{-i\phi_i^m} \cdot e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} + \sum_{i=1}^N P_i \sum_{h=1, h \neq i}^N P_h^* e^{j(\phi_i^m - \phi_h^m)} e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_h) \cdot \mathbf{r}} + c. c.] \quad (4)$$

由于光折变效应而产生的折射率变化为

$$\Delta n_m = \frac{1}{2(I_m + I_R)} \left[\sum_{i=1}^N A_m P_i^* \delta n_i e^{-i(\phi_i^m + \Psi)} \cdot e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} + c. c. \right] \quad (5)$$

式中 Ψ 是干涉条纹和光折变相位栅之间的相移, $I_m = \frac{1}{2} A_m A_m^*$ 为物光波光强, $I_R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N P_i P_i^*$ 为参考光光强. $\delta n_i = \frac{n^3 r_{\text{eff}}^i E_{\text{sc}}^i}{2}$ 是矢量为 $\mathbf{k} - \mathbf{k}_i$ 的折射率栅的振幅, n 是晶体的折射率, r_{eff}^i 有效电光系数, E_{sc}^i 是空间电荷场.至此已经记录了一个相位光栅,其中包

含了物光携带的图像信息和参考光束的特定波前相位信息. 改变参考光相位分布, 在记录介质的同一空间位置记录 M 幅体全息图.

2 波前相位编码体全息光栅选择性衍射分析

由于每幅全息图的参考光与某一相位分布相联系, 可通过该相位分布对全息图进行寻址. 以下分别讨论确定型和随机波前相位两种编码方式的多重体光栅选择性衍射.

2.1 确定型波前相位编码体光栅的选择性

采用波前相位编码方法在晶体中记录 M 个体光栅, 记录后如需要读出第 l 个体光栅, 可用记录时和第 l 个体光栅相应的波前相位参考光读出体全息光栅, 设衍射光振幅为

$$R = \frac{1}{2} (De^{ik \cdot r} + c. c.) \quad (6)$$

应用耦合波理论^[9], 得到衍射波的一阶微分方程^[10]

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N \delta n_i P_i \frac{A_m P_i^*}{I_m + I_R} e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} \quad (7)$$

式中 λ 是波长, M 是存入体全息光栅的数目, N 是参考光中包含平面波的总数. 为了讨论方便, 假定参考光中包含的 N 束平面子波的振幅及其产生的振幅折射率变化都相等, 即 $P_i = P_0$, $\delta n_i = \delta n$, $I_0 = \frac{1}{2} P_0 P_0^*$, 式(7)简化为

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \delta n I_0 \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{I_i + N I_0} \sum_{i=1}^N e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} \quad (8)$$

从式(8)可见, 要使第 l 个图像被无串扰地读出, 则相位编码必须满足下列条件

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} &= 0 \quad (l \neq m) \\ \sum_{i=1}^N e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} &= N \quad (l = m) \end{aligned} \quad (9)$$

也就是说, 确定型相位编码记录 M 幅图像参考光的相位向量必需是彼此正交的相位编码.

2.2 随机波前相位编码体光栅的选择性

把上述分析确定性波前相位编码的情况做一推广, 参考光被随机相位板调制产生一组随机相位 $\phi_1^m, \phi_2^m, \dots, \phi_N^m$ ($m=1, 2, \dots, N, N \rightarrow \infty$), $\phi_1^m, \phi_2^m, \dots, \phi_N^m$ 是相互独立的实随机变量, 服从均匀分布 $\phi_i^m \sim U[0, 2\pi]$, $i=1, 2, \dots, N, N$ 属于自然数集合, 构成了一个随机相位编码. 采用随机波前相位编码记录 M 幅全息图, 现在仍然分析读出第 l 幅全息图的衍射波. 在记录介质离随机相位板距离比较远的情况下, 点光源发出的球面波近似为平面波. 衍射波的一阶微分方程式(8)改写为

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \delta n \sum_{m=1}^M A_m \sum_{i=1}^N \frac{1}{I_i + I_0 + N} e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} \quad (10)$$

当 N 趋向于无穷大时, I_i 趋向于无穷小量, I_i/I_0 表示点光源子波和参考光的光强之比, 同样趋向于无穷小量, 则式(10)变为

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \delta n \sum_{m=1}^M A_m \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} \quad (11)$$

式中 $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)}$ 是 $e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)}$ 的均值函数

$$\begin{aligned} E[e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)}] &= E \cos(\phi_i^l - \phi_i^m) + j E \sin(\phi_i^l - \phi_i^m) = \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\phi_i^l - \phi_i^m) \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 d\phi_i^l d\phi_i^m + j \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\phi_i^l - \\ &= \phi_i^m) \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 d\phi_i^l d\phi_i^m = \begin{cases} 0 & m \neq l \\ 1 & m = l \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 ϕ_i^m 的概率密度函数为

$$f_\phi(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (13)$$

把式(11)代入式(10)得到

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \delta n \sum_{m=1}^M A_m E[e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)}] = \begin{cases} 0 & m \neq l \\ 1 & m = l \end{cases} \quad (14)$$

从式(14)可以得出, 采用随机波前相位编码记录的多重体全息图, 只有当再现参考光和记录时参考光的波前相位完全一致才能够唯一地再现体相位光栅, 这样就可以通过改变读出的波前相位来选择性读出.

下面再分析随机相位的统计特性, 构造如下复随机过程函数

$$Z(m) = \sum_{m=1}^M X(m) e^{i\phi_i^m} \quad (15)$$

式中 $X(m)$ 对应衍射波的振幅, $X(1), X(2), \dots, X(M)$, $\phi_1^1, \phi_1^2, \dots, \phi_1^M$ 是互相独立的实随机变量, $\phi_i^m \sim U[0, 2\pi]$, 则 $Z(m)$ 的相关函数

$$\begin{aligned} R_z(m, l) &= E \left[\sum_{m=1}^M X(m) e^{i\phi_i^m} \sum_{l=1}^M X(l) e^{i\phi_i^l} \right] = \\ E \left[\sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M X(m) X(l) e^{i(\phi_i^l - \phi_i^m)} \right] &= \begin{cases} 0 & m \neq l \\ \sum_{m=1}^M E |X(m)|^2 & m = l \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

再由衍射波的一阶微分方程可得到

$$\frac{\partial D}{\partial z} = je^{i\psi} \frac{\pi}{\lambda} \delta n \alpha R_z(m, l) \quad (17)$$

α 是引入相关函数后增加的一个常量. 所以有

$$\frac{\partial D}{\partial z} \propto R_z(m, l) = \begin{cases} 0 & m \neq l \\ \sum_{m=1}^M E |X(m)|^2 & m = l \end{cases} \quad (18)$$

3 结果分析和结论

从式(18)可以得出, 采用随机波前相位编码无串扰再现全息图的充分必要条件是, 多重体全息图

参考光的随机相位分布统计无关. 这个结论是单纯从理论上推导分析得出的, 并且把波前相位编码多重体光栅的选择性衍射做了统一的理论分析, 忽略了由于实际记录材料和仪器设备等因素带来的影响. 而文献[7,8]的理论模型是以衍射和动态散斑理论, 从具体的相位调制器所做的实验得出, 其中考虑到了这些因素的影响.

本文对前人利用波耦合理论分析确定型相位编码的方法进一步推广, 对随机波前相位编码的选择性衍射进行了详细的分析. 首先由衍射波的一阶微分方程, 推导出由随机波前相位编码的体全息光栅对参考光束随机波前相位选择衍射的唯一性, 然后构造出一个复随机过程函数, 分析了随机波前相位编码体光栅的选择性衍射, 得出波前相位编码多重体全息光栅实现无串扰再现的充分必要条件(忽略材料和仪器等缺陷带来的影响): 对于确定型相位编码必需使全息图参考光束相位正交; 对于随机波前相位编码必需使多重体全息图参考光的随机相位分布统计无关.

参考文献

- Alvarez-Bravo J V, Bolognini L N. Experimental study of the angular selectivity of volume phase holograms stored in LiNbO₃. *Appl Phys*, 1996, **B62**(2):159~164
- Heanue J F, Bashaw M C, Hesselink L. Sparse selection of reference beams for wavelength-and- angular-multiplexed volume holography. *J Opt Soc Am A*, 1995, **12**(8):1671~1676
- Shudong Wu, Qiwang Song, Andy mayers, et al. Reconfigurable interconnections using Photorefractive holograms. *Appl Opt*, 1990, **29**(8):1118~1175
- Mok F H. Angle-multiplexed storage of 5000 holograms in lithium niobate. *Opt Lett*, 1993, **18**(11):915~917
- Yin S, Zhou H, Wen M, et al. Wavelength multiplexed holographic storage in a sensitive photorefractive crystal using a visible-light tunable diode laser. *Opt Commun*, 1993, **101**(5/6):317~321
- Denz C, Pauliat G, Roosen G, et al. Volume hologram multiplexing using a deterministic phase encoding method. *Opt Commun*, 1991, **85**(2/3):171~176
- Ching-Cherng Sun, Wei-Chia Su, Bor Wang. Diffraction selectivity of holograms with random phase encoding. *Optics Communication*, 2000, **175**(1):67~74
- 张培琨, 金国藩, 何庆声, 等. 利用动态散斑实现体全息存储的新型复用技术. *光子学报*, 2001, **30**(9):1124~1127
Zhang P K, Jin G F, He Q S, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(9):1124~1127
- Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings. *Bell Syst Tech*, 1969, **J48**:2909~2947
- Denz C, Pauliat G, Roosen G, et al. Potentialities and limitations of hologram multiplexing by using the phase-encoding technique. *Appl Opt*, 1992, **31**(26):5700~5705

Diffraction Selectivity Theoretical Analysis of Volume Gratings with wave Front Phase Encoding

Shi Xueshun¹, Liu Jifang¹, Li Zengrong¹, Yang Fengying²

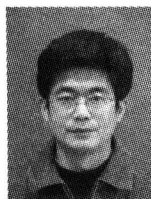
¹ Lab 501, School of Technical Physics, Xidian University, Xi'an 710071

² Xipu Power Electric CO. LTD, Xi'an 710072

Received date: 2005-06-27

Abstract The principle of recording and reconstructing volume gratings with front phase encoding was expounded. The diffraction selectivity of superimposed volume gratings, utilizing the coupled wave theory, is deduced from the first order differential equation of diffracted wave. A complex stochastic process function is proposed, with whose correlation function, the necessary and sufficient condition of random wave front phase encoding volume gratings reconstructing without crosstalk is obtained. A diffraction selectivity theoretical analysis method of volume gratings with wave front phase encoding is proposed.

Keywords Coupled wave theory; Volume holographic gratings; Random wave front phase encoding; Diffraction selectivity



Shi Xueshun was born in Shandong Province in 1975. He received his bachelor degree from Xidian University in 1998. Now he is a master candidate at the school of technical physics of Xidian University. His current research concentrate primarily on optical information processing.