

多色矢量高斯-谢尔模型光束的焦移和焦开关*

赵光普^{1,2} 吕百达¹

(1 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2 宜宾学院光电信息研究所, 宜宾 644007)

摘要 从交叉谱密度矩阵的传输公式出发, 对多色矢量高斯-谢尔模型(GSM)光束的焦移和焦开关作了详细的研究. 插入偏振片之前, 多色矢量高斯-谢尔模型(GSM)光束通过硬边光阑透镜分离光学系统后, 有焦移, 但无焦开关; 而插入偏振片之后, 会出现焦开关. 改变偏振片的旋转角度可以控制焦开关的特性.

关键词 现代光学; 焦移和焦开关; 多色矢量高斯-谢尔模型光束

中图分类号 O436 **文献标识码** A

0 引言

在对光束聚焦特性的研究中发现, 光束通过一个会聚光学系统后会产生焦移^[1], 当光学系统和光束参量满足一定条件时, 会出现实际焦点位置的跃变, 即焦开关^[2]. 焦开关产生的物理原因是由于轴上光强两极大值之间的相互竞争. 由于其理论研究意义和潜在的应用前景, 文献[1~5]已经对多类光束的聚焦特性作了广泛的研究. 然而, 目前的研究工作都限于在准单色的标量场中进行. 本文以多色矢量高斯-谢尔模型(GSM)光束通过硬边光阑透镜分离光学系统为例, 对上述问题作了回答, 得出了一些有意义的新结果.

1 理论模型

如图 1, 设多色矢量 GSM 光束入射到一个矩孔光阑透镜分离光学系统, 光阑的半宽为 b , 透镜的焦

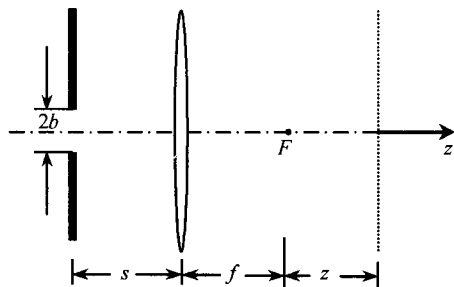


图 1 硬边光阑透镜分离光学系统
Fig. 1 The optical system with the aperture and lens separated

距为 f , 光阑与透镜的距离为 s , F 为透镜的后焦点, F 与考察点之间的距离为 z . 入射光束的交叉谱密

度函数矩阵为^[6,7]

$$W(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \begin{pmatrix} W_{x'x'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) & W_{x'y'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \\ W_{y'x'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) & W_{y'y'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} W_{x'x'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) &= I_1 S^{(0)}(\omega) \exp[-(|\mathbf{r}'_1|^2 + |\mathbf{r}'_2|^2)/4\sigma_1^2] \exp[-|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|^2/2\sigma_a^2] \\ W_{y'y'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) &= (I_2/I_1) W_{x'x'}(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}'_1, \omega) \\ W_{x'y'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) &= \gamma_0 \sqrt{I_1 I_2} S^{(0)}(\omega) \exp[-(|\mathbf{r}'_1|^2 + |\mathbf{r}'_2|^2)/4\sigma_1^2] \exp[-|\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2|^2/2\sigma_c^2] \\ W_{y'x'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) &= W_{x'y'}^*(\mathbf{r}'_2, \mathbf{r}'_1, \omega) \end{aligned} \quad (2)$$

$\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$ 表示光阑所在面上两点的位置矢量, I_1, I_2 为二常量, σ_1 为入射光束的束腰宽度, ω 为圆频率, 上标 * 表示复共轭, $S^{(0)}(\omega)$ 为源光谱, σ_a, σ_c 分别为自相关和互相关长度, γ_0 为归一化互相关系数, $0 \leq |\gamma_0| \leq 1$. 描述矢量 GSM 光束的 6 个参量 $I_1, I_2, \gamma_0, \sigma_1, \sigma_a$ 和 σ_c 满足文献[8]的物理限制.

在傍轴近似下, 交叉谱密度矩阵在有光阑限制的自由空间中的传输公式为^[6]

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega) = (k/2\pi B)^2 \int_{-b}^b \int_{-b}^b W_{i'j'}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \cdot \exp\{-ik[A(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_2 \mathbf{r}'_2) + D(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)]/2B\} d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2 \quad (i, j = x, y) \quad (3)$$

$k = \omega/c$ 为波数, A, B, D 为传输矩阵的矩阵元, 对于图 1 中的光学系统

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z/f & -sz/f + z + f \\ -1/f & 1 - s/f \end{pmatrix} \quad (4)$$

将式(2)和式(4)代入式(3), 令 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = 0$, 并利用交叉谱密度矩阵 $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \omega)$ 与相关函数矩阵 $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z, \tau)$ 之间的关系^[7], 得到多色矢量 GSM 光束通过光阑透镜分离光学系统轴上偏振矩阵

$$\begin{pmatrix} J_{xx}(0, z) & J_{xy}(0, z) \\ J_{yx}(0, z) & J_{yy}(0, z) \end{pmatrix} =$$

* 四川省科技厅基金资助课题(05JY029-102)
Tel: 028-85412819 Email: ybzgphp@eyou.com
收稿日期: 2004-10-20

$$\left[\begin{array}{cc} I_1 \frac{\pi}{4Q_a} \int_{-\omega}^{\omega} S^{(0)}(\omega) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 F_a^2 d\omega & \gamma_0 \sqrt{I_1 I_2} \frac{\pi}{4Q_c} \int_{-\omega}^{\omega} S^{(0)}(\omega) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 F_c^2 d\omega \\ J_{xy}^*(0, z) & \frac{I_2}{I_1} J_{xx}(0, z) \end{array} \right] \quad (5)$$

式中

$$F_l = \left[\frac{Nf}{-sz/f + z + f} \right]^2 \int_{-\delta}^{\delta} \exp \left\{ \left[Q_l^* - \frac{1}{4Q_l \alpha_l^4} \right] u^2 \right\} \cdot \left\{ \operatorname{erfi} \left[\frac{2Q_l \delta - u/\alpha_l^2}{2\sqrt{Q_l}} \right] + \operatorname{erfi} \left[\frac{2Q_l \delta + u/\alpha_l^2}{2\sqrt{Q_l}} \right] \right\} du,$$

$$Q_l = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\alpha_l^2} - i\pi N \frac{\omega}{\omega_0} \frac{z}{-sz/f + z + f},$$

$$\alpha_l = \sigma_l / \sigma_1, (l = a, c \text{ 分别为自、互相关参量})$$

$$N = \sigma_1^2 / \lambda_0 f, (\text{菲涅耳数})$$

$$\delta = b / \sigma_1, (\text{截断参量})$$

$$u = x'_l / \sigma_1, v = y'_l / \sigma_1 \quad (\zeta = u, v \quad l = a, c) (\text{入射面相对坐标}) \quad (6)$$

λ_0 和 ω_0 为源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 的中心波长和频率, erfi 表示虚宗量误差函数.

设源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 为高斯型, 多色矢量 GSM 光束通过硬边光阑透镜分离光学系统轴上点的光强为^[8]

$$I(0, z) = (I_1 + I_2) \frac{\pi}{4Q_a} \left[\frac{Nf}{-sz/f + z + f} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2} \right] \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 F_a^2 d\omega \quad (7)$$

σ_0 是源光谱谱宽. 式(7)对 z 求导数并令其为零, 即可得到轴上光强的极大点位置. 相对焦移为

$$\Delta z_f = z_{\max} / f \quad (8)$$

z_{\max} 为以 F 为参考的轴上光强最大点位置. 从式(6)、(7)和式(8)可以看出, 多色矢量 GSM 光束通过硬边光阑透镜分离光学系统的焦移与光阑截断参量 δ 、菲涅耳数 N 、空间自相关参量 α_a 、源光谱宽度 σ_0 、透镜相对光阑位置 s 以及场点位置 z 有关.

为了与标量 GSM 光束相区分, 在紧靠透镜的后表面上插入一个偏振片, 令其偏振方向与 x 轴的夹角为 θ , 类似前面的推导过程, 可得到加入偏振片后轴上点的光强分布为

$$I(0, z) = (I_1 c^2 + I_2 s^2) \frac{\pi}{4Q_a} \left[\frac{Nf}{-sz/f + z + f} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2} \right] \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 F_a^2 d\omega + 2cs\gamma_0 \sqrt{I_1 I_2} \frac{\pi}{4Q_v} \left[\frac{Nf}{-sz/f + z + f} \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2} \right] \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 F_c^2 d\omega \quad (9)$$

$c = \cos \theta, s = \sin \theta$. 比较式(7)和式(9)可以看出, 在加入线偏振片前, 矢量多色 GSM 光束通过硬边光

阑透镜分离光学系统的焦移只与空间自相关参量 α_a 有关, 而加入线偏振片后, 除偏振片的旋转角度 θ 外, 空间互相关参量 α_c 也将对焦移产生影响.

2 数值计算和理论分析

为了说明物理参量对焦开关的影响, 利用所得式(6)、(7)、(8)和式(9)作了数值计算. 计算过程中公用参量为 $\delta = 4, \sigma_1 = 10^{-3} \text{ m}, \omega_0 = 10^{15} \text{ s}^{-1}, f = 0.3 \text{ m}, \sigma_a = 0.5\sigma_c, I_1 = I_2 = 0.5, \gamma_0 = 0.2, \theta = -\pi/4$, 其它见图例说明. 图 2(a)和(b)为插入偏振片前, 多色矢量 GSM 光束不同的源光谱谱宽 σ_0 和空间自相关参量 α_a 所对应的相对焦移 Δz_f 随透镜与光阑相对间距 s/f 的变化曲线. 由图 2 知, 在插入偏振片前, 多色矢量 GSM 光束通过硬边光阑透镜分离光学系统时, 只有焦移, 没有焦开关. 相对焦移随源光谱谱宽 σ_0 和空间自相关参量 α_a 以及光阑和透镜的相对距离 s/f 而变化, 其绝对值随 σ_0 和 α_a 的增加而减小. 当 $s/f < 1$ 时, 相对焦移 $\Delta z_f < 0$; 而 $s/f > 1$ 时, $\Delta z_f > 0$; $s/f = 1$ 时, $\Delta z_f = 0$, 此时实

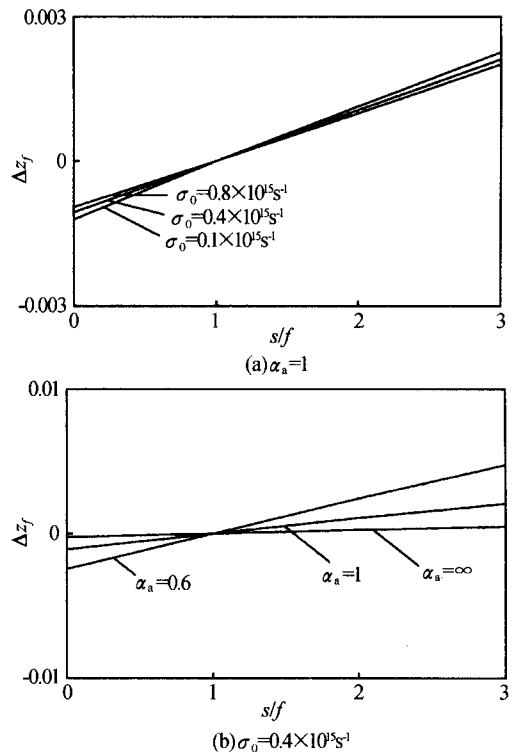


图 2 插入偏振片前, 相对焦移 Δz_f 随透镜与光阑相对间距 s/f 的变化曲线
Fig. 2 The relative focal shift Δz_f before inserting a polarizer versus relative separation s/f

实际焦点与几何焦点重合,无焦移. 图 3 为插入偏振片后的轴上光强分布,图中取 $s/f=1, \sigma_0=0.4 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, 图 4(a), (b) 为插入偏振片后, 对应不同谱宽 σ_0 的焦开关光强跃迁量 Δz_{sw} (定义 Δz_{sw} 为光强两极大值间距离除以透镜的焦距) 和光强极小值 I_{\min} (I_{\min} 为光强两极大值之间的极小值) 随空间互相关参量 α_c 的变化曲线. 由图 3 知, 当插入偏振片后, 在 $s/f=1$ 位置处, 轴上光强出现两个相等的极大值, 当改变 s/f 时, 焦点会从 $z=0$ 的一侧向另一侧快速跃变, 即产生焦开关^[2]. 图 4 表明焦开关的光强跃迁量 Δz_{sw} 随 α_c 和 σ_0 的增加而减小, 光强极小值 I_{\min} 随 α_c 和 σ_0 的增加而增加. 当 $\sigma_0=0.1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}, 0.4 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}, 0.8 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 时, 焦开关分别在 $0 \leq$

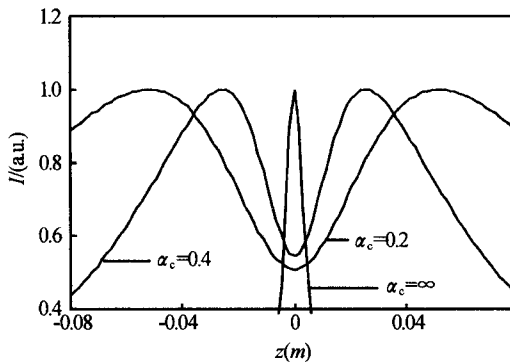


图 3 插入偏振片后的光强分布
Fig. 3 The axial intensity distribution I (arbitrary units) after inserting a polarizer

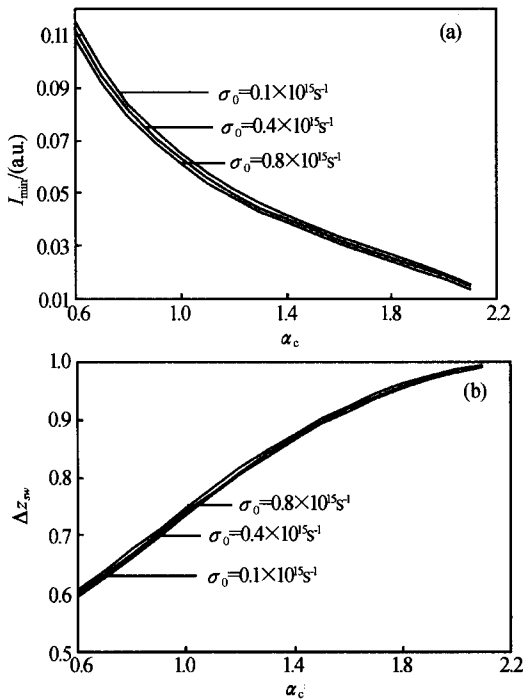


图 4 插入偏振片后, 光强跃迁量 Δz_{sw} 和光强极小值 I_{\min} 随空间互相关参量 α_c 的变化曲线
Fig. 4 The relative transition height Δz_{sw} and the minimum intensity I_{\min} after inserting a polarizer versus spatial correlation parameter α_c for different values of σ_0

$\alpha_c \leq 2.15 \text{ m}^{-1}, 0 \leq \alpha_c \leq 2.13 \text{ m}^{-1}, 0 \leq \alpha_c \leq 2.12 \text{ m}^{-1}$ 的范围内产生, 改变谱宽 σ_0 对产生焦开关的范围影响不大. 图 5(a) 和 (b) 为插入偏振片后, 不同的 σ_0 和 α_c 所对应的相对焦移 Δz_f 随透镜与光阑相对间距 s/f 的变化曲线. 由图知, 相对焦移的绝对值随谱宽 σ_0 和空间互相关参量 α_c 的增加而减少, 与图 2 比较不同的是, 当插入偏振片后, 在 $s/f=1$ 处, 相对焦移可能出现从负值向正值的跃变, 产生焦开关. 但对图 5(b) 中 $\alpha_c = \infty$ (完全空间相干) 情况, 无焦开关出现. 图 6 为 $s/f=1, \sigma_0=0.4 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}, \alpha_c=0.2$

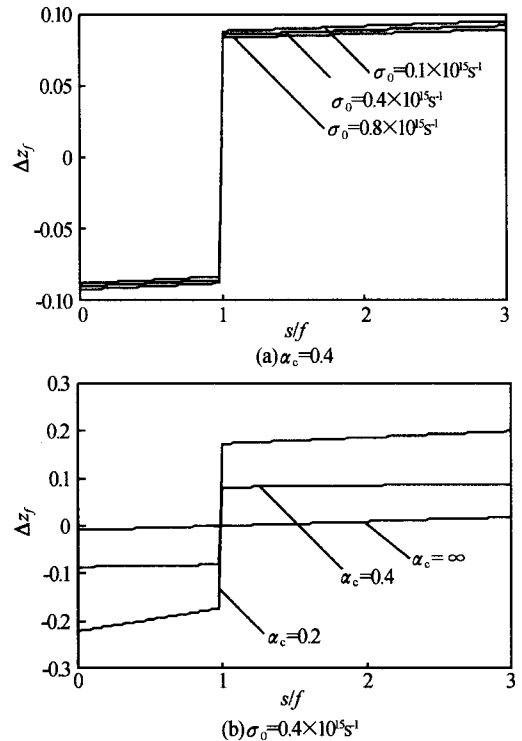


图 5 插入偏振片后, 相对焦移 Δz_f 随 s/f 的变化曲线
Fig. 5 The relative focal shift Δz_f after inserting a polarizer versus relative separation s/f

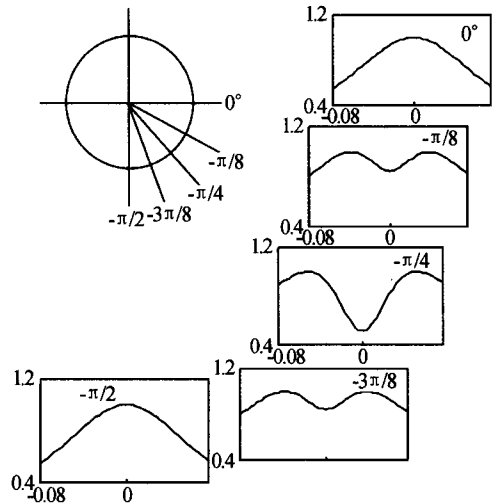


图 6 偏振片不同的旋转角度所对应的光强分布曲线
Fig. 6 The axial intensity distribution I (arbitrary units) for different values θ

时偏振片不同的旋转角度所对应的光强分布曲线. Δz_{sw} 和 I_{\min} 随 θ 的变化而变化, 因此, 可以改变偏振片的旋转角度来改变 Δz_{sw} 和 I_{\min} 的大小, 并可控制焦开关的产生与消失.

3 结论

从交叉谱密度矩阵的传输公式出发, 研究了多色矢量 GSM 光束通过硬边光阑透镜分离光学系统后轴上光强的聚焦行为. 插入偏振片之前, 只有焦移, 没有焦开关; 插入偏振片之后, 伴随焦移, 可能出现焦开关, 出现焦开关的位置始终在 $s/f=1$ 处. 因此, 可以通过改变偏振片的旋转角度来控制焦开关的产生与消失. 本文着重研究了源光谱谱宽 σ_0 、空间自相关参量 α_s 、空间互相关参量 α_c 和偏振片的旋转角度 θ 对焦开关特性的影响. 研究表明, Δz_{sw} 随 σ_0 和 α_c 的增加而减小, I_{\min} 随 σ_0 和 α_c 的增加而增加. 需要指出的是, 截断参量 δ 和非涅耳数 N 也对焦开关有影响. 对此, 已作了深入研究, 可参考文献[4].

参考文献

- 1 Li Y, Wolf E. Focal shifts diffracted converging spherical waves. *Opt Commun*, 1981, **39**(4): 211~215
- 2 Martinez-Corral M, Climent V. Focal switch: a new effect

in low-fresnel-number systems. *Appl Opt*, 1996, **35**(1): 24~27

- 3 蔡阳健, 林强. 椭圆平顶高斯光束的聚焦特性. *光子学报*, 2002, **31**(1): 124~128
Cai Y J, Lin Q. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(1): 124~128
- 4 Lü B, Peng R. Focal shift and focal switching in systems with the aperture and lens separated. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2002, **4**(6): 601~605
- 5 卢光山, 胡魏, 付喜泉, 等. 环型光束聚焦性质的研究. *光子学报*, 2003, **32**(2): 209~213
Lu G S, Hu W, Fu X Q, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(2): 209~213
- 6 Mandel L, Wolf E. *Optical coherence and Quantum Optics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 127
- 7 Agrawal G P, Wolf E. Propagation-induced polarization changes in partially coherent optical beams. *J Opt Soc Am A*, 2000, **17**(11): 2019~2023
- 8 Gori F, Santarsiero M, Piquero G, et al. Partially polarized Gaussian Schell-model beams. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2001, **3**(1): 1~9

Focal Shift and Focal Switch of Polychromatic Vector Gaussian Schell-model Beams

Zhao Guangpu^{1,2}, Lü Baida¹

¹ Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064

² Institute of Optoelectronic Information, Yibin University, Yibin 644007

Received date: 2004-10-20

Abstract Starting from the propagation equation of the cross-spectral density matrix, a detailed study of the focal shift and focal shift of polychromatic vector Gaussian Schell-model beams passing through a system with the aperture and lens separated is performed. It is shown that before inserting a polarizer the focal shift appears, there is no focal switch, and after inserting the polarizer the focal switch can take place. By rotating the polarization angle the behavior of the focal switch can be controlled.

Keywords Modern optics; Focal shift and focal switch; Polychromatic vector Gaussian Shell-model beam



Zhao Guangpu was born in 1963 in Liaoning Province. He graduated from China Mining University in 1984. He now is studying for his Ph. D. degree at Sichuan University. His research interests are the propagation and control of laser beams