

一种利用电光效应测量微小转角的新方法*

黄 研 余卫龙**

(中山大学光电材料与技术国家重点实验室和中山大学物理系, 广州 510275)

摘 要 利用线性电光效应发展出一种新的、高准确度的微小转角测量法. 根据 W. L. She 等人提出的线性电光效应耦合波理论, 求得出射光强与入射光强比值(即出射率)对入射光方向的依赖曲线, 利用该曲线, 通过测量出射率可以确定入射光的方向. 并根据此原理, 设计了一套简单的装置, 该装置可以测量出物体微小转角的变化量, 同时测量范围及准确度都可通过外加电场和入射光波长加以调节. 对此微小转角测量法作了理论分析, 在 LiNbO₃ 器件上, 得到测量范围大于 3', 准确度为 3.5" 的设计结果.

关键词 电光效应; 微小转角测量; 耦合波理论
中图分类号 O734+.1 **文献标识码**

0 引言

光学测角方法由于具有非接触、高准确度和高灵敏度的特点而倍受重视^[1]. 随着现代自动控制系统、惯性导航系统、精密零件制造业的发展, 对角度测量的准确度又提出了更高的要求, 例如高准确度的控制系统需要测量误差小于几个角秒的角位移测量结果. 传统的光学小角度测量方法通常基于干涉^[2]或者自动准直^[3], 但一般测量结构复杂, 装置较大, 而且价格偏高, 数据处理复杂. 为此, 探索装置简单、使用方便的高准确度小角度测量技术有其现实的意义. 本文提出一种新的基于线性电光效应的角位移测量原理, 在结构简单的 LiNbO₃ 设计器件上角位移的理论测量范围大于 3', 准确度为 3.5".

1 利用电光效应微小转角测量法原理

各向同性的透明介质在强电场作用下可以产生双折射, 而本来具有双折射的晶体, 在强电场作用下, 它的双折射性质也要发生变化, 即电光效应^[4]. 电光效应分为克尔效应和泡克耳斯效应. 由于泡克耳斯效应所需的半波电压较小, 且建立电光效应所需的时间很短^[5], 因而在各项应用中多采用此效应.

过去, 研究泡克耳斯效应多采用折射率椭球法, 这是因为此法比较直观、简洁. 但折射率椭球方法需要引入坐标变换^[6], 所以当入射光及外电场方向不取特殊值时, 主轴化程序将会变得很困难. 这就使得在电光调制器等应用中, 只能局限于横向(入射光方向与外加电场方向垂直)或纵向(入射光方向与

A

外加电场方向平行)调制, 这给器件设计和应用带来诸多限制. 2001 年, She 等人提出了一种分析电光效应的全新电磁理论方法^[7]. 它最大的特点是在任意选择入射光及外加电场方向的情况下均可较容易地求得出射光强与入射光强的比值, 也即出射率的值, 这可很方便地分析入射光方向的变化对出射率的影响. 本文通过考察这一性质发展出一种利用电光效应测量微小角位移的方法.

1.1 线性电光效应的耦合波理论

She 所提出的线性电光效应耦合波理论, 是从麦克斯韦方程出发, 把入射电光晶体的光场分解为两个独立的线偏振分量

E_1, E_2 . 通过一系列的推导, 最后用耦合波方程解得在电光晶体出射面处 E_1, E_2 光的解析解

$$E_1(\omega) = E_1(r) e^{ik_1 r} = \rho_1 e^{i(k_1 + \beta)r} e^{i\phi_1(r)} \quad (1)$$

$$E_2(\omega) = E_2(r) e^{ik_2 r} = \rho_2 e^{i(k_2 + \beta)r} e^{i\phi_2(r)} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_1(r) &= \sqrt{E_1^2(0) \cos^2(\mu r) + \left[\frac{\gamma E_1(0) - d_1 E_2(0)}{\mu} \right]^2 \sin^2(\mu r)} \\ \phi_1(r) &= \arg \left\{ E_1(0) \cos(\mu r) + i \left[\frac{\gamma E_1(0) - d_1 E_2(0)}{\mu} \right] \sin(\mu r) \right\} \\ \rho_2(r) &= \sqrt{E_2^2(0) \cos^2(\mu r) + \left[\frac{\gamma E_2(0) + d_3 E_1(0)}{\mu} \right]^2 \sin^2(\mu r)} \\ \phi_2(r) &= \arg \left\{ E_2(0) \cos(\mu r) - i \left[\frac{\gamma E_2(0) + d_3 E_1(0)}{\mu} \right] \sin(\mu r) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 10074082; 1037121)和广东省自然科学基金(批准号: 001192; 031567)资助

** Email: stils02@zsu.edu.cn

收稿日期: 2004-10-12

$$\beta = \frac{\Delta k - d_2 - d_4}{2}$$

$$\mu = \frac{\sqrt{(\Delta k + d_2 - d_4)^2 + 4d_1 d_3}}{2} \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{d_4 - d_2 - \Delta k}{2}$$

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{k_0}{2n_1} r_{\text{eff1}} E_0, d_2 = \frac{k_0}{2n_1} r_{\text{eff2}} E_0 \\ d_3 &= \frac{k_0}{2n_2} r_{\text{eff1}} E_0, d_4 = \frac{k_0}{2n_2} r_{\text{eff3}} E_0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Delta k = k_2 - k_1, \text{ 而 } k_i = n_i k_0 = n_i \frac{\omega}{c}, i = 1, 2, n_1, n_2$$

为 E_1, E_2 光在介质中的本底折射率, $E_1(0), E_2(0)$ 分别为 E_1 光和 E_2 光在入射处的振幅值, E_0 为外电场强度.

$r_{\text{eff1}}, r_{\text{eff2}}, r_{\text{eff3}}$ 为有效电光系数, 它与电光张量元的关系为

$$\begin{aligned} r_{\text{eff1}} &= \sum_{j,k,l} (\epsilon_{jj} \epsilon_{kk}) (a_j r_{jkl} b_k c_l) \\ r_{\text{eff2}} &= \sum_{j,k,l} (\epsilon_{jj} \epsilon_{kk}) (a_j r_{jkl} a_k c_l) \\ r_{\text{eff3}} &= \sum_{j,k,l} (\epsilon_{jj} \epsilon_{kk}) (b_j r_{jkl} b_k c_l) \end{aligned} \quad (6)$$

ϵ_{jj} 和 ϵ_{kk} 为对角化后的介电张量元素.

$$\epsilon_{jj} = n_{jj}^2, \epsilon_{kk} = n_{kk}^2 \quad (7)$$

r_{ijk} 是晶体的电光张量元, 将前两个下标 jk 作替换: $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23(32) \rightarrow 4, 31(13) \rightarrow 5, 12(21) \rightarrow 6$, 三阶张量 r_{ijk} 就简化为平常通用的电光系数 r_{jk} . a, b, c 分别是 E_1, E_2 及外加电场 E_0 的单位矢量. 在晶体中建立坐标系, 如图 1. 图中 K 方向

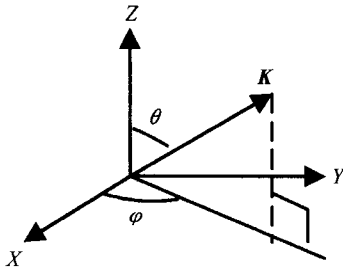


图 1 和射光方向坐标定义

Fig. 1 Illustration of the angle of incidence

为入射光波矢方向, Z 轴沿晶体光轴方向. 单位矢量 a, b 的各分量可用角度 θ 和 φ 表示. 以单轴晶体为例, 将入射光的两个独立线偏振分量 E_1, E_2 分别取为 o 光和 e 光, 则 a, b 分别表示 o 光电场单位矢和 e 光电场单位矢. 根据单轴晶体双折射的性质得到他们的表达式为

$$\begin{cases} a_1 = \sin \varphi \\ a_2 = -\cos \varphi \\ a_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} b_1 = -\cos \theta \cos \varphi \\ b_2 = -\cos \theta \sin \varphi \\ b_3 = \sin \theta \end{cases} \quad (9)$$

电场方向由 c 表示, 可取任意坐标. 正因为引入两个角度参量 θ 和 φ , 使得任意的入射光方向均可简单地表示出来, 从而简化了求解过程.

在电光晶体前后放置一对相互正交的线偏振器, 形成正交偏振器系统. 对 $E_1(0) = E_2(0)$ 的装置, 根据线偏振光干涉的原理^[4], 得到输出光强为

$$I_{\text{out}} = \frac{\rho_1^2(r) + \rho_2^2(r) - 2\rho_1(r)\rho_2(r)\cos[\phi_1(r) - \phi_2(r)]}{2} \quad (10)$$

从而可求得出射率 $T = I_{\text{out}}/I_0$ (I_0 为入射光强).

利用耦合波理论可更简便、更灵活地考察电光器件的各种光学特性. 如, 文献[8]就利用此理论讨论了电光调制器的温度特性及其最优化设计; 文献[9]将此理论运用于解决双轴晶体电光调制器的温度稳定性问题. 本文则利用此理论研究基于线性电光效应的微小角位移测量原理及器件设计.

1.2 电光效应入射光方向与出射率的关系

因为耦合波理论可随意设定入射光的方向, 考察当外加电场固定时(取外加电场与晶体光轴垂直的情况, 有 $c_3 = 0$), 入射光方向的变化对出射率的影响. 以单轴晶体 LiNbO_3 为例, 入射光方向由参量 θ 和 φ 表示. 在实际应用中, 入射光与光轴的夹角较易测得, 所以仅取 θ 为变量. 已知 LiNbO_3 的非零电光张量元素分别为 $r_{12} = -3.4, r_{13} = 8.6, r_{33} = 30.8, r_{42} = 28, r_{22} = -r_{12}, r_{23} = r_{13}, r_{51} = r_{42}$ 和 $r_{61} = r_{12}$ (单位是 10^{-12} m/V)^[10]. 根据这些非零电光张量, 结合单轴晶体入射光方向表达式((8)、式(9))及 $c_3 = 0$, 由式(5)可得到铌酸铌晶体中 d_i 的表达式为

$$d_1 = \frac{k_0 E_0 n_0^2}{2n_1} [n_0^2 r_{12} \cos \theta (c_1 \cos 2\varphi - c_2 \sin 2\varphi) + n_0^2 r_{42} \sin \theta (c_1 \sin \varphi - c_2 \cos \varphi)] \quad (11)$$

$$d_2 = -\frac{k_0 E_0 n_0^4 r_{12}}{2n_1} [c_2 \cos 2\varphi + c_1 \sin 2\varphi] \quad (12)$$

$$d_3 = \frac{k_0 E_0 n_0^2}{2n_2} [n_0^2 r_{12} \cos \theta (c_1 \cos 2\varphi - c_2 \sin 2\varphi) + n_0^2 r_{42} \sin \theta (c_1 \sin \varphi - c_2 \cos \varphi)] \quad (13)$$

$$d_4 = \frac{k_0 E_0 n_0^2}{2n_2} [n_0^2 r_{12} \cos^2 \theta (c_1 \sin 2\varphi + c_2 \cos 2\varphi) - n_0^2 r_{42} \sin 2\theta (c_2 \sin \varphi + c_1 \cos \varphi)] \quad (14)$$

这样, I_{out} 就直接与 θ, φ 有关. 此外, o 光和 e 光在铌酸铌中的折射率色散公式为

$$n_o^2 = 4.9130 + \frac{0.1173 + 1.65 \times 10^{-8} T^2}{\lambda^2 - (0.212 + 2.7 \times 10^{-8} T^2)} - 2.78 \times 10^{-2} \lambda^2 \quad (15)$$

$$n_e^2 = 4.5567 + 2.605 \times 10^{-7} T^2 + \frac{0.097 + 2.7 \times 10^{-8} T^2}{\lambda^2 - (0.201 + 5.4 \times 10^{-8} T^2)^2} - 2.24 \times 10^{-2} \lambda^2 \quad (16)$$

式中, T 为温度, 单位为 K , λ 单位为 μm ^[11]. 铌酸锂的热膨胀系数分别是 $a_{11} = a_{22} = 15.4$, $a_{33} = 7.5$ (单位是 $10^{-6}/^\circ\text{C}$), 用热胀系数椭球的模型可描述电光晶体的长度随温度的变化情况, 由此电光晶体任一方向的热膨胀系数可表示为^[8]

$$a_\theta = \left[\frac{(\cos \theta)^2}{a_{11}^2} + \frac{(\sin \theta)^2}{a_{22}^2} \right]^{-1/2} \quad (17)$$

结合耦合波方程, 就可以求出 LiNbO_3 的电光调制最佳区域(零场泄漏几乎为零, 半波电压低, 温度稳定性好).

取了一组参量作考察: $\theta = 0.0063\pi$, $\varphi = 0.08\pi$, 晶体长度 $L = 2.5 \text{ cm}$, 外加电场方向 $c = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0)$, $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$, 外加电场 $E_0 = 2000 \text{ V/cm}$. 利用耦合波方程, 将其他参量固定, 令 θ 角在 0.0063π 附近的小范围内变化, 得到出射率的变化曲线如图 2(a). 可见, 出射率随 θ 角的变化曲线类似正弦曲线. 随着 θ 角度的增加, 出射率从 0 到 1 周期性地变化. 取其中第一个上升沿放大得图 2(b). 可清晰的看出曲线中段近似线性关系. 而且此段曲线坡度较大, 即微小的角度偏转将引起出射率可观的变化. 应用到小角度测量, 这一性质将使仪器有较高的灵敏度. 此外, 由于关系曲线用到的只是出射率, 这就对入射光的强度没有太多的限制, 所以, 为了得到更高的分辨率, 可根据所选用仪器的最佳量程选择光强, 这一特点也为实际操作提供了很大的方便.

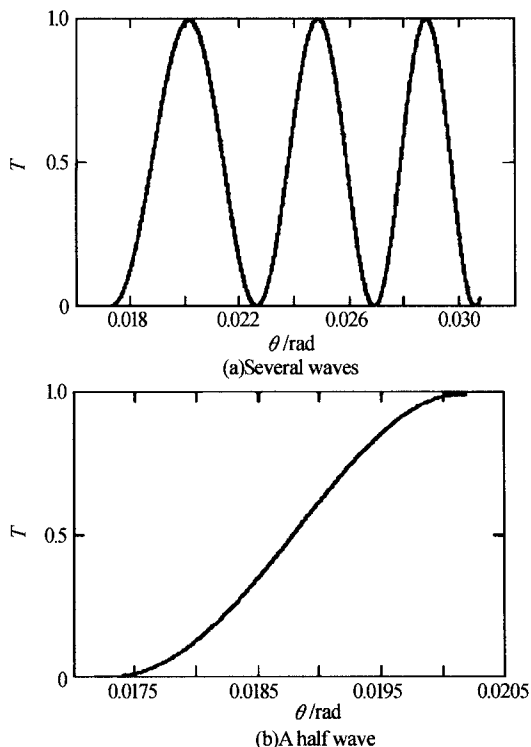


图 2 出射率与 θ 角(入射光与光轴的夹角)关系曲线
Fig. 2 The ratio T (Output intensity/Input intensity) vs θ
此外, 此新技术较为优越的一点是, 它的线性测

量范围可通过外加电场或入射光波长加以调节. 在不需改变光路和基本装置的情况下, 可按实际测量的需要随时改变测量范围. 对前文所提的参量进行修改, 其他参量固定, 分别改变外加电场 ($E_0 = 3000 \text{ V/cm}$, 如图 3(a)) 和入射光波长 ($\lambda'_0 = 1 \mu\text{m}$, 如图 3(b)). 从图 3(a) 可以看到, 单个波形所对应的入射角度已与图 2(b) 不同, 可看作波形横向平移了. 在实际测量时这一特点有利于对初始角度的定位. 图 3(b) 的单个波形覆盖范围明显增大, 线性范围也相应增加, 如利用此曲线作定标, 小转角的测量范围将扩大. 当然, 由于曲线的斜率同时减少, 测量准确度会相应降低. 这一特性可使实际测量更加灵活. 此外, 测量范围同样与晶体的通光长度有关, 在设计仪器时可根据实际需要做修改.

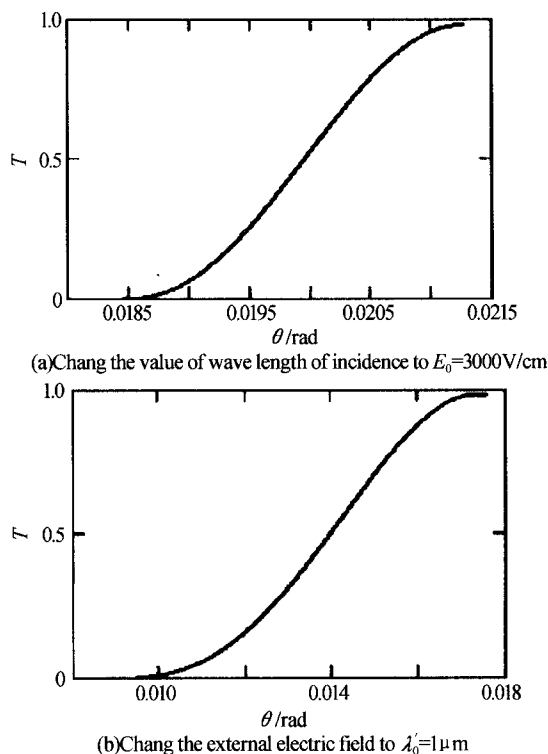


图 3 出射率与 θ 角(入射光与光轴的夹角)关系曲线
Fig. 3 The ratio T (Output intensity/Input intensity) vs θ

2 利用电光效应微小转角激光测量仪及准确度分析

考虑电光调制器的性质与特点, 提出一种只需将电光调制器制作改造即可行的测量微小角位移的方法. 改造后的测量小角度变化量的激光测量仪如图 4. 利用此仪器, 通过测量出射率变化可求得入射光方向的改变量. 图 4 的设计方案取电光晶体的入射光为被测转动物体表面的反射光(或利用转台及反射镜改变入射光的方向), 记下器件转动前后的出射率, 利用已知关系曲线即可求出器件转动的小角度. 由图 2 可知, 入射光的 θ 角与出射率关系曲线

如正弦曲线,也即任一上升沿或下降沿中段均成近似线性关系.因而实际测量时可取不同的初始入射角度 θ ,只需保证此初始角位于线性区内,则在测量范围以内的转角都可利用相对应的关系曲线求出.为确保测量范围在线性区内并分辨出是处于上升沿或下降沿,实验操作可遵循以下步骤.首先,利用线性区域可由外加电场调节的特性,调节初始入射角度位于线性区的中央.具体操作是改变外加电场值,找到测量出射光强的功率计示数为入射光强一半的位置.然后,通过将电光晶体旋转一微小角度(小于线性测量范围的一半)使 θ 角增大,并观察出射率的变化量.如果出射率增大则表明此时所在区域为上升沿线性区,反之则为下降沿.再将电光晶体复原便可对样品器件进行测量.就可保证器件微小角度的位移在线性范围内,并使得出射率与角度变化可一一对应.该实验装置的特点是结构简单,操作直观方便,不需复杂的数据处理.

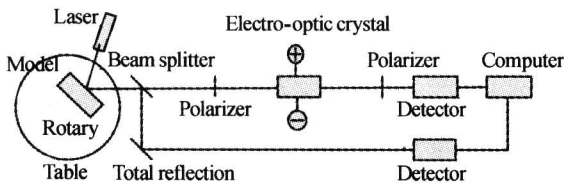


图4 利用电光效应小转角激光测量仪装置

Fig. 4 Schematic diagram of the experiment set-up

下面来讨论此设计的理论准确度.以由标准参量得出的图2(b)曲线区域为例,算得其线性区范围约为0.001弧度,即 $3.5'$,此为本设计装置的线性测量范围.此系统适用于微小角度的测量,如高准确度的航空角度计测技术、计量控制技术等.此外,通过附加装置还可进一步增加仪器的测量范围,如将原有的设计作为一较大角度测量装置的微测系统.实验中需要直接测量的是入射光强 I_0 与出射光强 I_{out} ,所得实验数据的精确度直接影响该仪器的理论准确度.这两个光强值的准确度由所用功率计的准确度决定.一般功率计的最小分辨率为 $\pm 1\%$,而较高准确度的仪器,可达 $\pm 0.5\%$,将此作为 I_0, I_{out} 的相对误差.根据出射率的方程 $T = I_{out}/I_0$ 及误差传递公式,求得 T 的相对误差为

$$\frac{\sigma_T}{T} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_{out}}}{I_{out}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0}\right)^2} = \sqrt{(\pm 0.5\%)^2 + (\pm 0.5\%)^2} = 0.7\% \quad (18)$$

需求的小转角由公式 $\Delta\theta = \frac{1}{k} \times \Delta T$ 算出,其中 k 为关系曲线线性范围的斜率, ΔT 为样品转动前后出射率 T_1, T_2 的差值.则 $\Delta\theta$ 的误差公式为

$$\sigma_{\Delta\theta} = \frac{1}{k} \times \sigma_{\Delta T} \quad (19)$$

$$\sigma_{\Delta T} = \sigma_{T_2} + \sigma_{T_1} = 0.7\% \times T_2 + 0.7\% \times T_1 \quad (20)$$

图2(b)中关系曲线线性区的斜率为 $k = 542.98$;由式(19)、(20)可知 $\sigma_{\Delta\theta}$ 值随 T_1, T_2 变化,而实验中可将初始角置于出射率为50%的角度附近,即可取 $T_1 = 50\%$,在线性区范围内 T_2 可取的最大值约为80%.由此求得 $\Delta\theta$ 的最大误差 $\sigma_{\Delta\theta}$ 为 1.7×10^{-6} 弧度,即 $3.5''$.这样得出了此系统的最大理论准确度为 $3.5''$,这很适用于高准确度的测量.如前所述,也可以通过改变参量得到更优的测量范围或测量准确度.

利用电光效应小转角测量法的另一优点是灵敏度高,假设入射光光强为 1 mW/cm^2 ,如果角度变化为 $5''$,那么功率计所测得的出射光强就有 $10 \mu\text{W/cm}^2$ 的变化量,一般的功率计都可检测出此变化.而且,由图2(a)中更大的扰动,可以使出射光强由有变无,这样的特性起到了开关的作用,可以尝试更多的应用,如飞行器惯性导航系统的陀螺定向.

3 结论

本文介绍利用线性电光效应耦合波理论,研究电光调制器中入射光方向与出射率的关系,并由此发展出一种新型的微小转角测量法.此法的特点是灵敏性强;灵敏度高,微小转角即可引起较强烈的出射率变化,可用于角度精密测量.因所用理论直观简便,对入射光强度要求不高,仪器结构简单,成本较低,所以,由此原理设计的仪器很适用于高分辨率微小角度位移的测量.

参考文献

- 浦昭邦,陶卫,张琢.角度测量的光学方法.光学技术, 2002, **28**(2):168~171
Pu Z B, Tao W, Zhang Z. *Optical Technique*, 2002, **28**(2):168~171
- 王启东,陈纯坤.激光动态角度测量系统研究.光子学报, 1995, **24**(1):68~71
Wang Q D, Chen C K. *Acta Photonica Sinica*, 1995, **24**(1):68~71
- 胡晓东,徐秀芳,陈良益.光电准直经纬仪的测量控制系统.光子学报, 2001, **30**(6):765~768
Hu X D, Xu X F, Chen L Y. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(6):765~768
- 李良德.基础光学.广州:中山大学出版社,1987. 382~388
Li L D. *Basic Optics*. Guangzhou: Sun Yat-sen University Press, 1987. 382~388
- 姚启钧.光学教程(第二版).北京:高等教育出版社,1989(1999重印). 354~357
Yao Q J. *Optical tutorial*. Beijing: Higher Education Press, 1989. 354~357

- 6 董孝义. 光波电子学——光通信物理基础. 天津: 南开大学出版社, 1987. 312~356
Dong X Y. The Electronics of Light Wave. Tianjin; NanKan University Press, 1987. 312~356
- 7 She W L, Lee W K. Wave coupling theory of linear electrooptic effect. *Optics Communication*, 2001, **195**: 303~311
- 8 陈海波, 余卫龙. 电光调制器的温度特性及其最优化设计. 光学学报, 2004, **24**(11):
Chen H B, She W L. *Acta Optics Sinica*, 2004, **24**(11)
- 9 吴丹丹, 余卫龙. 双轴晶体电光开光的最优化设计. 物理学报, 2005, **54**(1):
Wu D D, She W L. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(1)
- 10 亚里夫 A. 量子电子学. 上海: 上海科学技术出版社, 1983. 339~362
Yariv A. *Quantum Electronics*. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1983. 339~362
- 11 张克从, 王希敏. 非线性光学晶体材料科学. 北京: 科学出版社, 1996. 201~203
Zhang K C, Wang X M. *Nonlinear Optical Crystal Materials*. Beijing: Science Press, 1996. 201~203

Mini-rotating-angle Measurement Based on the Linear Electrooptic Effect: A New Method

Huang Yan, She Weilong

Department of Physics, Sun Yat-sen University and The State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Guangzhou 510275

Received date: 2004-10-12

Abstract Using the wave coupling theory of the linear electro-optic effect, a new method to measure mini-rotating-angle is developed, which is with high precision. According to the wave coupling theory of linear electrooptic effect, advanced by W. L. She et al. . The relation between the output intensity and the incident angle is formulated. That is to say, the displacement of the incident angle could be determined accurately by measuring the output intensity. Based on this principle, a simple system was presented to measure the small rotating-angle of an object, meanwhile, its measurement range and accuracy could be modulated by changing the external electric field or the wave length of incidence. Its measuring accuracy can be $3.5''$ within the measurement range of $3'$ when the electro-optic crystal is LiNbO_3 .

Keywords Electro-optic effect; Mini-rotating-angle measurement; Wave coupling theory

Huang Yan was born in 1979, in Guangzhou. She received the B. S. degree in optics from School of Physics Science and Engineering, Sun Yat-sen University. Now, she is persuing her M. S. degree in the State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-sen University. Her main interest focuses on nonlinear optics.