

# 波前功率谱密度(PSD)测量滤波器的设计\*

陈 伟<sup>1,2</sup> 姚汉民<sup>1</sup> 伍 凡<sup>1</sup> 范 斌<sup>1</sup> 吴时彬<sup>1</sup> 陈 强<sup>1</sup>

(1 中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘 要** 在采用波前功率谱密度评价大口径光学元件时, 由于测得的原始数据受到测量系统引入的各种噪音和外界干扰的作用, 会使检测准确度下降. 对比引入带通滤波技术, 对原始数据的有效滤波, 减小带外的噪音分量和频谱混叠现象的影响. 分别设计了无限脉冲响应带通滤波器和有限脉冲响应带通滤波器, 通过模拟分析比较了两者的性能, 得出在波前波前功率谱密度用于评价大口径光学元件的面形质量时, 采用有限脉冲响应滤波器可以得到更高的测量准确度.

**关键词** 功率谱密度; 傅里叶变换; 带通滤波; 光学检测

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

## 0 引言

随着航天、天文、军事等领域的发展, 大口径光学元件在各种精密光学系统中应用日益广泛, 同时对成像系统的分辨力要求不断提高, 从而要求更精密的控制元件的表面面形及表面散射. 传统光学面形评价指标如 PV、RMS 及粗糙度, 仅覆盖了表面面形低频及高频频率段, 不能有效评价元件表面中频频段的面形误差<sup>[1]</sup>, 波前功率谱密度, 简称(PSD)计算的本质是傅里叶频谱分析, 分析时不受元件孔径的限制, 便于对不规则外形的元件进行各种频率分量的分析. 采用 PSD 描述方法, 通过傅里叶变换, 可以定量地给出光学元件波前误差的空间频率分布, 从而确定各个频率分量的影响.

PSD 测量中涉及了傅里叶变换和滤波, 故采样不足、频谱混叠、滤波窗口选取不当等都会导致测量结果的误差. 设计一个合理的滤波器对提高测量的准确度有至关重要的作用. 本文从测量准确度分析比较了应用于 PSD 测量的无限脉冲响应(IIR) Butterworth 带通滤波器和有限脉冲响应(FIR)带通滤波器的性能.

## 1 理论

光学面形轮廓函数的一维傅里叶变换为<sup>[2,3]</sup>

$$Z(k) = \int_0^L z(x) \exp(-ikx) dx \quad (1)$$

式中:  $k$  为波数. 假设面形数据中包含了  $N$  个  $z(x)$ , 且它们具有相同的采样间隔  $\Delta x$ , 则整体采样长度为  $L = N \cdot \Delta x$ . 将式(1)离散化

$$Z(m) = \Delta x \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \exp(-i2\pi mn/N) \quad (2)$$

式中:  $k = 2\pi f_m$ , 其中  $f_m = m/(N \cdot \Delta x)$  为空间频率,  $-N/2 \leq m \leq N/2$ .

PSD 可从表面轮廓数据直接得到, 其一维计算式为

$$\text{PSD}(m) = \frac{|Z(k)|^2}{L} = \frac{\Delta x}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \cdot \exp(-i2\pi f_m n \Delta x) \right|^2 \quad (3)$$

PSD 的有效频率宽度本质上跟被测表面轮廓的特征有关, 测量上跟采样方向上所取的采样长度及该采样长度内含有的像素点数有关, 因此每次测量中选取采样长度及像素点数时, 应注意被测表面轮廓起伏大致的周期, 即被测的是什么样的表面, 保证每个周期上能有合适的采样点数, 还须注意, 任何情况下, PSD 有效频率宽度都跟测试仪器的频率响应宽度有关.

如按照 E L Church 方法<sup>[4]</sup>, 对 PSD 有效频率宽度做保守估计, 则有效频率宽度为

$$2f_0 < f < \frac{N}{4L} \quad (4)$$

这里  $f_0$  为最低空间频率,  $f_0 = 1/L$ ,  $L$  为采样长度.

## 2 滤波器设计

PSD 测量受测试设备的限制, 其有效频率带宽在一定的范围之内, 设计一个合适的带通滤波器尽可能地过滤无用的频谱成份而保留有用成份, 将有效的提高分析的准确度<sup>[5]</sup>. 出于设计和实现目的, 滤波器可分为 IIR 滤波器和 FIR 滤波器两大类.

由式(4)可知, 对于采样长度为 100 mm; 采样点数为 200 点的一维轮廓线, 采样频率为  $2 \text{ mm}^{-1}$ , 其有效频率响应宽度在  $0.02 \text{ mm}^{-1} \sim 0.5 \text{ mm}^{-1}$  之间.

\* 国家 863 高技术资助项目

Tel: 028-85100723 Email: c.vikings@163.com

收稿日期: 2005-05-26

### 2.1 IIR 滤波器设计

IIR 滤波器具有无限宽的脉冲响应,所有的模拟滤波器一般都具有无限长的脉冲响应,因此它与模拟滤波器相匹配<sup>[6]</sup>. IIR 滤波器的基本技术就是利用复值映射把熟知的模拟滤波器转换成数字滤波器.

因为 IIR 滤波器的相位为非线性的,所以需要按顺序滤波,然后将所得到的结果逆转后反向通过滤波器,实现零相位数字滤波. Butterworth 滤波器在通带内有最大平坦的幅度特性,而且随着频率升高呈现单调减小的特点,故以之设计满足上述要求的 IIR 滤波器,由所给参量计算得到 Butterworth 带通滤波器的阶数  $M=10$ .

### 2.2 FIR 滤波器设计

与 IIR 数字滤波器相比,线性相位选频 FIR 滤波器的优越性为:在设计中,只包含实数算法,不涉及复数算法;线性相位滤波器中,不存在延迟失真,只有固定数量的延迟;长度为  $M$  的滤波器(阶数为  $M-1$ )的计算量为  $M/2$  数量级.

采取窗函数法设计 FIR 数字滤波器,选取 hanning 窗,阶数取为 40 阶,其数学表达式为

$$w(n) = \frac{1}{2} [1 - \cos(\frac{2\pi m}{M})], m=0, 1, \dots, M-1 \quad (5)$$

其频域特性为

$$W(\omega) = \{ \frac{1}{2} W_R(\omega) + \frac{1}{4} [W_R(\omega + \frac{2\pi}{M-1}) + W_R(\omega - \frac{2\pi}{M-1})] \} e^{-j\omega(\frac{M-1}{2})} \quad (6)$$

其频率窗可以看作是三个矩形空域窗的频谱之和,括号中后两项相对于第一个频率窗左、右作了一定平移,从而使旁瓣相互抵消,消去高频干扰和泄漏.

由给定的设计参量, IIR 的 10 阶 Butterworth 滤波器和加 hanning 窗的 FIR 滤波器的频率响应如图 1.

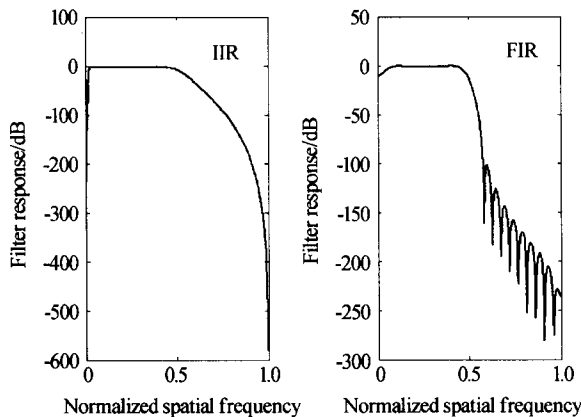


图 1 IIR 带通滤波器和 FIR 带通滤波器的频率响应  
Fig. 1 Frequency response of the IIR band-pass filter and FIR band-pass filter

## 3 模拟实验

通过计算机模拟一个采样长度为 100 mm,对应的采样点数为 200 的序列,该序列包含三种频率成分,  $f_1=0.1 \text{ mm}^{-1}$ ,  $f_2=0.2 \text{ mm}^{-1}$ ,  $f_3=0.6 \text{ mm}^{-1}$ , 第三个频率成分可以看作是通带外的噪音分量. 由它们合成的信号可表示为

$$z(n) = \sin(2\pi f_1 x) + \sin(2\pi f_2 x) + \sin(2\pi f_3 x) \quad (7)$$

该公式表示的数据序列如图 2(a). 图 2 的(b), (c)分别表示该信号通过 IIR 带通滤波器和 FIR 带通滤波器得到的输出信号. 由图中可以看出,两种滤波器均可以滤除带外分量,获取有效频段内频率分量所组成的信号. 图 3 是 IIR 滤波器和 FIR 滤波器的滤波输出信号与理想输出信号之间的误差. IIR 滤波器测得的最大面形误差为 2.0384 nm,平均误差为 0.0689 nm; FIR 滤波器测得的最大面形误差为 1.2723 nm,平均误差为 0.0306 nm. 由此可见 FIR 滤波器的最大测量误差以及平均测量误差都比 IIR 滤波器的小,说明 FIR 法设计的带通滤波器有更高的测量准确度.

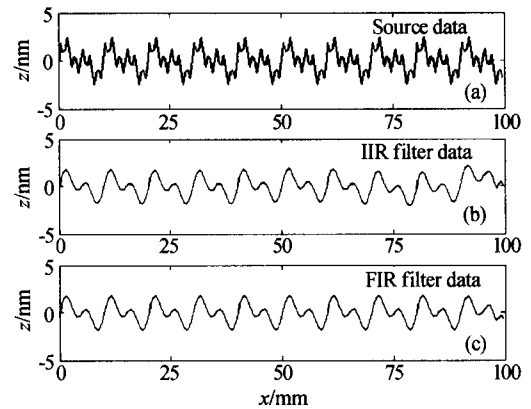


图 2 IIR 滤波器和 FIR 滤波器的滤波输出信号  
Fig. 2 Plot of the calculated phase for the IIR filter and FIR filter

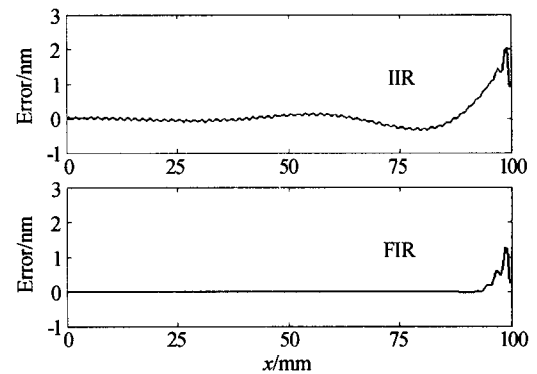


图 3 IIR 滤波器和 FIR 滤波器的滤波输出信号与理想输出信号之间的误差  
Fig. 3 Plot of the error resulting from the comparison between the calculated and ideal phase for the IIR filter and FIR filter

图 4(a)为由模拟的原始数据计算所得的功率谱密度图,(b)为经过 IIR 滤波器滤波后所得数据计算出的功率谱密度图,(c)为经过 FIR 滤波器滤波后所得数据计算出的功率谱密度图.由图可知,IIR 滤波器和 FIR 滤波器均可检验出有效频段内的频谱成分,而 IIR 滤波器对有效频段外的频率虽然起到了抑制作用,但其效果不如 FIR 滤波器.

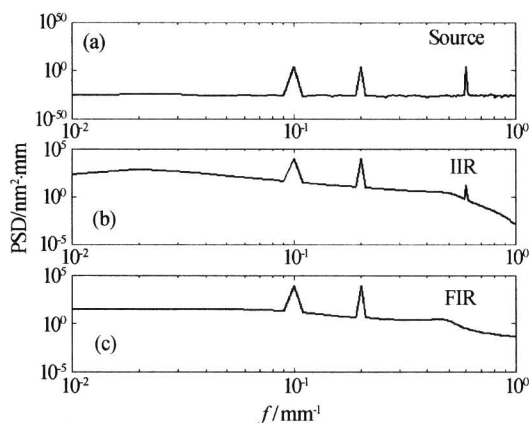


图 4 IIR 滤波器和 FIR 滤波器的滤波输出信号的功率谱密度

Fig. 4 Plot of the calculated phase power spectral density for IIR filter and FIR filter

## 4 结论

在波前 PSD 分析中,由于测得的原始数据受到测量系统引入的各种噪音和外界干扰的作用,为此必须引入带通滤波器,以减小带外的噪音分量的影

响及避免发生频谱混叠现象. IIR 滤波器的计算量只与滤波器的阶有关,而 FIR 计算量与脉冲响应的点数有关,相对而言, IIR 滤波器比 FIR 滤波器计算速度快,但准确度不如 FIR 高,二者各有优缺点,合理的选择、设计滤波器对于准确的恢复波前相位数据,求取其 PSD 具有重要意义.

## 参考文献

- 1 杨力. 先进光学制造技术. 北京:科学出版社,2001. 303~308  
Yang L. Advanced Optical Manufacture Technology. Beijing: Science Press, 2001. 303~308
- 2 Elson J M, Bennett J M. Calculation of the power spectral density from surface profile data. *Appl Opt*, 1995, **34**(1): 201~208
- 3 张彬,李强,蔡邦维. 高强度三次谐波转换对光束质量的影响. *光子学报*, 2004, **33**(5): 553~556  
Zhang B, Li Q, Cai B W. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(5): 553~556
- 4 Church E L. Fractal surface finish. *Appl Opt*, 1988, **27**(8): 1518~1526
- 5 胡广书. 数字信号处理—理论、算法与实现. 北京:清华大学出版社,2003. 263~267  
Hu G S. Digital signal processing—theory, algorithms and realization. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. 263~267
- 6 王泽勇,吴双卿,高晓蓉,等. 光栅投影三维形貌低通滤波器的设计. *光电工程*, 2005, **32**(4): 59~62  
Wang Z Y, Wu S Q, Gao X R, et al. *Opto-Electronic Engineering*, 2005, **32**(4): 59~62

## Design of Band-pass Filters for the Power Spectral Density Analysis

Chen Wei<sup>1,2</sup>, Yao Hanmin<sup>1</sup>, Wu Fan<sup>1</sup>, Fan Bin<sup>1</sup>, Wu Shibin<sup>1</sup>, Chen Qiang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209

<sup>2</sup> Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date: 2005-05-26

**Abstract** The detection accuracy will be reduced due to the disturbance of noise and outside to original data. It is necessary to apply the band-pass filter in the wavefront power spectral density (PSD) analysis to handle this problem. The effective filter can reduce the effect of outside band noise and avoid frequency aliasing. The infinite impulse response band-pass filter (IIR) and the finite impulse response band-pass filter (FIR) were designed in this experiment. Characters of the two filters were compared by simulating analyse. And the result indicates that the better evaluation would be obtained if the FIR filter is used in the wavefront PSD which is used in testing large aperture components.

**Keywords** Power spectral density; Fourier transform; Band-pass filter; Optic testing



**Chen Wei** was born in September, 1972, in Shaan'xi Province, China. He received the Bachelor's Degree from the Optical Instrument and Engineering Department of Zhejiang University in 1996. In 2002, he obtained the Master's Degree in Optical Engineering from Zhejiang University. Now he is working in Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences for the Ph. D. degree. He researches on fine optics testing and digital signal processing.