

多根平行光纤的功率转移特性分析*

程波涛¹ 陆璇辉^{1,2}

(1 浙江大学物理系光学研究所, 杭州 310027)

(2 浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

摘 要 基于模式耦合理论, 研究了呈一字型排列的多根平行单模光纤间的功率转移, 分析了光纤间距对耦合系数和功率转移的影响, 给出了三根平行单模光纤耦合方程的解, 针对不同的初始条件进行了比较分析. 数值计算表明, 呈一字型排列的多根平行单模光纤间的功率成一定周期转移.

关键词 光纤阵列; 单模; 模式耦合; 功率转移

中图分类号 O441.4; TN253 **文献标识码** A

0 引言

由于纤芯外渐逝场的相互作用, 会使得两根彼此紧密接触的光纤纤芯间发生光场耦合和功率转移. 这种耦合和功率转移在不同的应用中有利有弊. 例如, 利用这种耦合可以做成多种光纤方向耦合器^[1,2], 它是光通信中一种重要的无源器件, 可在光纤局域网用做节点的 D/I 装置. 许多无源光开关和功率分配器也是基于光纤阵列间的这种耦合^[3,4]. 而需要降低耦合影响的一字型排列光纤也是一种新的光纤成像扫描系统的关键部件. 早期, A. W. Snyder 提出了一种适用的耦合模理论^[5], 并给出了两根平行光纤的耦合解, 由此推广到 N 根相同光纤绕中间一根的耦合解, 其最终 $N+1$ 根光纤的耦合还是归结到两体耦合. McIntyre 等人分析了 $N+1$ 的多模耦合, 并对周围对称分布的 6 根不完全相同光纤和中间一根和耦合进行了讨论^[6]. CHANG 等人用数值计算分析了两根单模和多模光纤间的功率耦合^[7]. 另外, 随着光波导技术的进一步发展, 对一些锥形的光纤间的能量耦合也有研究报道^[8]. 如果多根光纤呈一字形排列, 这时一般不能再简化为两体耦合, 必须对根光纤的耦合求解 N 个方程. 本文给出三根平行单模光纤耦合方程的解, 也可以推广到 N 根平行单模光纤的情况.

1 耦合模理论

首先, 假设 N 根相同的无限长的平行纤芯, 在它们周围是包层, 如图 1. 纤芯和包层的折射率分别为 n_1 和 n_2 , 纤芯半径为 ρ , 相邻两根光纤中心间距离为 d . 运用在参考文献[5]中提到的耦合模方程,

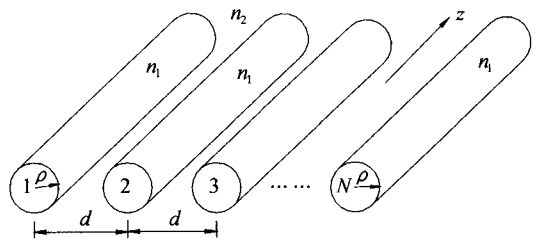


图 1 N 根平行单模光纤系统

Fig. 1 N parallel single-mode optical fibers system

只考虑邻近两根光纤间的相互耦合, 对 $N(N \geq 3)$ 根彼此平行的无损耗单模光纤系统, 耦合模方程可以写成

$$\frac{dA_1(z)}{dz} + i\beta_1 A_1(z) = -iA_2(z)C_{12} \quad 1(a)$$

$$\frac{dA_m(z)}{dz} + i\beta_m A_m(z) = -iA_{m-1}(z)C_{m(m-1)} - iA_{m+1}(z)C_{m(m+1)} \quad (m=2, 3, \dots, N-1) \quad 1(b)$$

$$\frac{dA_N(z)}{dz} + i\beta_N A_N(z) = -iA_{N-1}(z)C_{N(N-1)} \quad 1(c)$$

本文考虑了 z 方向平行于光纤轴. 由于是单模光纤间的耦合, 因此上面方程中省略了模式阶数. 上述方程中下标 m 和 N 代表的是第 m 和第 N 根光纤. $A(z)$ 是 z 面的模系数. β_m 表示第 m 根光纤的传输常量, 它是表征光纤传输的特性参量, 也就是光纤轴向上传输的常量. 由于是 N 根相同的单模光纤, 它们的传输常量相同, 可令所有相位传输常量为 β , 它可由式解出

$$U^2 = \rho^2 (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) \quad (2)$$

式中, $k_0 = 2\pi/\lambda$, 为真空中的波数, λ 是真空中的波长, U 是由 HE_{11} 模的特征方程决定的参量. C_{ab} 是第 a 和第 b 根光纤间的耦合系数, 如果考虑所有模都是沿 $+z$ 方向传输, 则 C_{ab} 可以表示为^[7]

$$C_{ab} = \frac{\omega \epsilon_0}{2 A_b} \int_{A_b} (n_1^2 - n_2^2) e_a \cdot e_b ds \quad (3)$$

这里, ω 是光频率, A_b 表示的是第 b 根光纤横截面部分, e 是电场矢量, ϵ_0 是真空中的介电常量.

*浙江省留学回国人员基金, 国家自然科学基金(10334050)资助

Tel: 0571-87953232 Email: cbtopt@hotmail.com

收稿日期: 2004-10-15

由式(3)可知所有的耦合系数相等,为方便讨论,令所有耦合系数为 C .

为弄清上述 N 根光纤间的耦合特性,需要计算相邻两根光纤间的耦合系数 C ,通常耦合系数的一般表达式很复杂.但是,对于普通圆柱形的通信光纤,纤芯的折射率 n_1 仅仅略大于包层的折射率 n_2 .因此可做简化处理.这里,引用了文献[5]中推导的近似关系,如下

$$C = \frac{\sqrt{\delta} \cdot U^2 \cdot K_0[W(d/\rho)]}{\rho \cdot V^3 \cdot K_1^2(W)} \quad (4)$$

式中,无量纲的归一化频率 V 由式给出

$$V^2 = \left(\frac{2\pi\rho n_1}{\lambda} \right)^2 \delta \quad (5(a))$$

$$= U^2 + W^2 \quad (5(b))$$

纤芯半径为 ρ , λ 是光在真空中的波长,而 δ 定义为

$$\delta = 1 - \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad (6)$$

根据式(5b),通过求解如下 HE_{11} 模的特征方程,参量 U 可以被确定

$$UK_0(W)J_1(U) = WK_1(W)J_0(U) \quad (7(a))$$

式中, $J_p(x)$ 是 p 阶贝塞尔函数, $K_q(x)$ 为 q 阶的第二类变型贝塞尔函数.求解后的参量 U 可以近似的表示为^[5]

$$U \cong 2.405e^{-(1-\delta/2)V} \quad (7(b))$$

2 数值计算与结果分析

2.1 两种初始条件的解与讨论

考虑 $N=3$ 时,此时三根平行单模光纤的耦合模方程化为

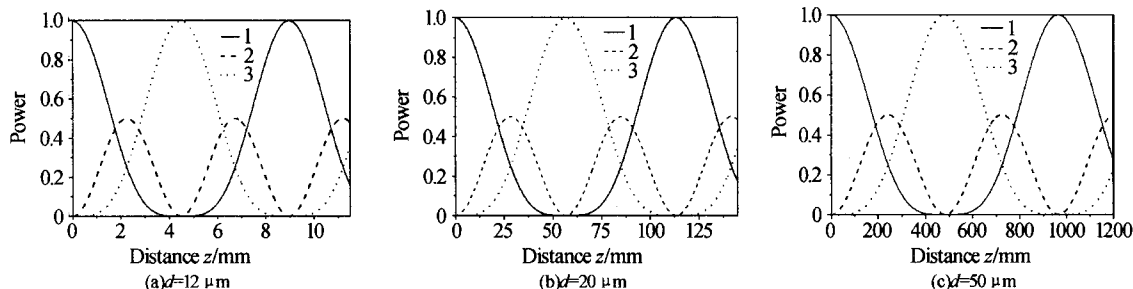


图 2 $N=3$ 时,随传输距离而变化的功率耦合分布(曲线 1、2、3 分别对应光纤 1、2、3 中的功率变化)

Fig. 2 $N=3$, power variations versus transmission distance of three optical fibers(Curve 1, 2, 3 represent the power variations of optical fiber 1, 2, 3)

耦合功率,并和光纤 2 同时向光纤 3 转移功率,直到总功率完全耦合到光纤 3 中,至此,光纤 3 中的功率增长到最大.接下来,光纤 3 开始向 1 和 2 转移功率,光纤 2 的功率较 1 增长的也要快,当其达到近总功率一半时,此时光纤 3 中的功率已下降到总功率的近 1/4,随后,光纤 2 和 3 同时向光纤 1 转移功率,直到总功率全部耦合回到光纤 1 中.至此,一个

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \beta & C & 0 \\ C & \beta & C \\ 0 & C & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

式(8)是典型的常系数线性微分方程组,具有三个特征根分别为: $-i\beta$, $-i(\sqrt{2}C+\beta)$, $i(\sqrt{2}C-\beta)$.于是求得式(8)的解为

$$\begin{pmatrix} A_1(z) \\ A_2(z) \\ A_3(z) \end{pmatrix} = q_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-i\beta z} + q_2 \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i(\beta+\sqrt{2}C)z} + q_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i(\beta-\sqrt{2}C)z} \quad (9)$$

待定常量 q_1, q_2, q_3 由初始条件决定.考虑两种归一化的功率耦合情况

(I)若 $A_1(0)=1, A_2(0)=A_3(0)=0$

由式(9)可以得出 $q_1=1/2, q_2=q_3=1/4$.它们的功率分别为 $P_i(z)=|A_i(z)|^2 (i=1,2,3)$ 如果取波长 $\lambda=1.31 \mu\text{m}$,纤芯和包层的折射率分别为 $n_1=1.458, n_2=1.455$,纤芯半径 $\rho=4 \mu\text{m}$,分析了两根光纤间距分别为 $d=12 \mu\text{m}, d=20 \mu\text{m}, d=50 \mu\text{m}$ 时的功率耦合分布,如图 2.

从图 2 可以看出,随着光场在光纤 1 中的传播,光功率逐渐被耦合到光纤 2 和 3 中,在初始一段时间内,光纤 2 中的功率较 3 增长的快,当光纤 2 中的功率达到总功率的近 50%后,开始向光纤 3 转移功率,而此时光纤 1 和 3 中的功率几乎相等(各占总功率的 25%).在随后的一段时间内,光纤 1 依然向外

周期内的功率耦合过程完成,随着距离的传输,光功率在三根光纤内发生周期性的耦合.与两根平行光纤的相互耦合一样^[5],三根光纤间的耦合依然可以使光纤 1 的功率 100% 的转移到它周围的光纤中去.

比较图 2 中的(a)、(b)、(c)可以发现,光纤间距 d 不同,耦合的周期也不一样,随着间距 d 的增大,耦合的周期也会加大,同时,光纤 1 功率完全转移出

去时光场传输的距离 z 也与 d 成正比. 这主要是因随着光纤间距 d 的增大, 光纤间的耦合系数会显著减小, 从而光纤间的耦合能力会大大降低, 光纤 1 向外转移功率的速率也会下降, 因此光纤 1 中的初始功率下降到零时光场传输的距离也就更远. 从图 2 的(c)可以看出, 在 $d=50 \mu\text{m}$ 时, 光纤 1 中功率全部耦合出去时光场要传输 483 m, 而一个耦合周期需要传输近一公里, 事实上在 $z=50 \text{ m}$ 处光纤 1 还占总功率的 94.8%, 只有 5.1% 的功率转移给了光纤 2, 因此, 在短距离应用中这种功率转移已经很小了. 如图 3, 当 $d>32 \mu\text{m}$ (此时 $C=0.999$) 后, 耦合系数已经变的很小, 此时耦合已经很弱, 在很多场合下已经可以忽略.

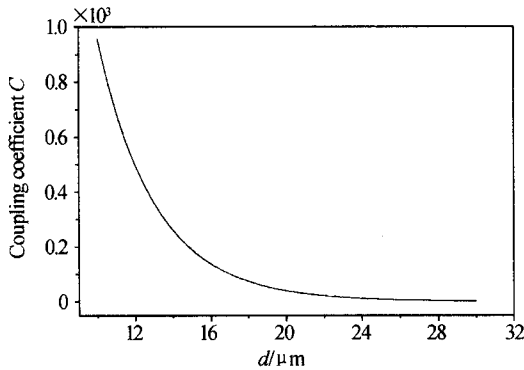


图 3 耦合系数随光纤间距的变化
Fig. 3 Coupling coefficient as a function of the distance between two optical fiber centers

(II) 若 $A_2(0)=1, A_1(0)=A_3(0)=0$

根据式(9)可得: $q_1=0, q_2=\sqrt{2}/4, q_3=-\sqrt{2}/4$, 取 $d=20 \mu\text{m}$, 利用(I)中的光纤参量可以得到如图 4 的功率耦合分布图. 很明显, 变化规律与(I)中相似, 不同的是此时光纤 1 和 3 的功率转移同步, 速度相同. 最大时能各自分得总功率的近 50%. 正是由于此时光纤 1、3 的转移速度较(I)中同样 d 时光纤 2、3 的转移速度快, 因此, 初始总功率降为零时光

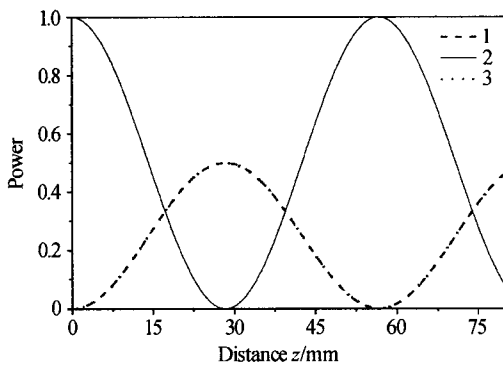


图 4 $N=3, d=20 \mu\text{m}$ 时按第 II 种初始条件的功率耦合随传输距离变化的分布图, 其中曲线 1 和 3 重合
Fig. 4 Power variations versus transmission distance according to the initial conditions II when $N=3, d=20 \mu\text{m}$. Now curve 1, 3 are overlapping

场传输距离 $z_{(II)} < z_{(I)}$, 也即, 此时的耦合周期较(I)中同样 d 时的要短. 比较图 4 和图 2 (b) 可以得出.

2.2 $N>3$ 时的耦合分析

当 $N=4, 5$ 时, 分别对方程(1a)~(1c)求解, 利用 $A_1(0)=1$, 其余为零的初始条件, 在 $d=20 \mu\text{m}$ 时, 可以得到它们各自的随传输距离变化的功率耦合分布, 如图 5 和图 6 (初始条件为: $A_1(0)=1$, 其余为零). $N=4, 5$ 较 $N=3$ 时要复杂, 在一个传输周期内, 每根光纤的功率要发生多次耦合振荡, 振荡的峰值也不是单调变化. 例如在 $N=4$ 中, 光纤 1 从初始峰值功率“1”经耦合振荡后, 振荡峰值先减小后增大, 最后回到“1”, 在最低点时达到近“0.55”. 光纤 2、3 的变化规律相似, 振荡峰值都是先增后减, 但是光纤 2 的耦合速度比光纤 3 快, 振荡的最大峰值比 3 大. 光纤 4 振荡峰值变化规律同 1, 耦合速度最慢, 但是达到的振荡峰值比 2、3 都要高, 最高点时达到总功率的近 97%, 此时 2、3 的功率全部被转移出去, 但光纤 1 中功率不为零. 这与 $N=3$ 时有差异, 即中间光纤的功率全被转移出去后, 最边缘的第 N 根光纤并不能像 $N=3$ 时那样耦合进全部总功率. 比较图 3、图 5、图 6 可以发现这一明显差别.

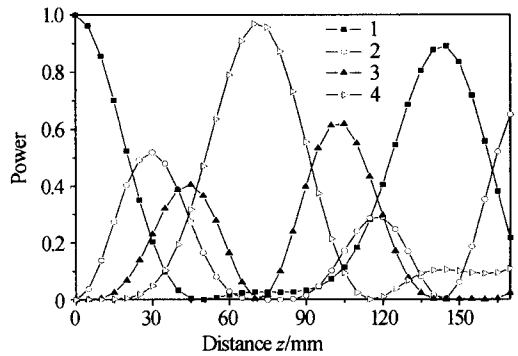


图 5 $N=4, d=20 \mu\text{m}$ 时功率耦合随传输距离变化的分布图
Fig. 5 Power variations versus transmission distance when $N=4, d=20 \mu\text{m}$

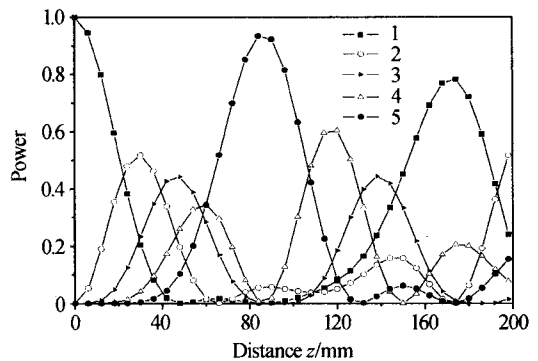


图 6 $N=5, d=20 \mu\text{m}$ 时功率耦合随传输距离变化的分布图
Fig. 6 Power variations versus transmission distance when $N=5, d=20 \mu\text{m}$

分析图 5 和图 6 可以发现, $N=4$ 和 $N=5$ 时功

率耦合的变化规律基本一致, 不管中间有多少根光纤, 两端光纤的耦合始终最强, 第 N 根光纤的最大耦合功率都达到了总功率的 90% 以上. 随着 N 的增大, 在一个耦合周期内两端光纤的各个振荡峰值会有所降低, 初始总功率降为零时光场传输距离 z 也会减小.

3 结论

本文计算分析了呈一字型排列的多根平行单模光纤间的功率耦合转移, 比较了在不同初始条件和光纤数量下耦合的差异. 并研究了光纤间距对耦合系数和功率转移的影响. 数值分析和理论曲线结果表明呈一字型排列的多根平行单模光纤间的功率转移成一定规律变化, 在光纤间距比较小的情况下, 耦合较强; 而当其比较大时, 耦合很弱, 可以忽略. 在应用呈一字型排列的多根平行光纤时, 如果适当的调节光纤间距和传输距离, 则根据不同的用途, 可以控制光纤间的功率耦合. 例如作为光纤列阵成像系统, 就希望大大减少光纤间的功率耦合, 进而提高光斑的均匀度和分辨率, 这对光纤成像扫描大为有利. 搞清光纤间的功率耦合特点, 对利用光纤列阵制作各类器件有十分重要作用.

参考文献

1 Liu G J, Liang B M, Jin G L, *et al.* Switching

characteristics of variable coupling coefficient nonlinear directional coupler. *J Lightwave Technol*, 2004, **22**(6): 1591~1597.

- 2 Li J S, Bao Z W. The neural network model of optical fiber direction coupler. *IEEE Int Conf Neural Networks & Signal Processing*, Nanjing, China, 2003, December 14~17
- 3 Hudgings J, Molter L, Dutta M. Design and modeling of passive optical switches and power dividers using non-planar coupled fiber arrays. *IEEE J Quantum Electron*, 2000, **36**(12): 1438~1444
- 4 Molter-Orr L A, Haus H A. $N \times N$ coupled waveguide switch. *Opt Lett*, 1984, **9**(10): 466~467
- 5 Snyder A W. Coupled-mode theory for optical fibers. *J Opt Soc Am*, 1972, **62**(11): 1267~1277
- 6 McIntyre P D, Snyder A W. Power transfer between optical fibers. *J Opt Soc Am*, 1973, **63**(12): 1518~1527
- 7 Chang H C, Huang H S, Wu J S. Wave coupling between parallel single-mode and multimode optical fibers. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1986, **34**(12): 1337~1343
- 8 薛春荣, 祝生祥, 肖志刚. 锥形光纤间的耦合特性. *光子学报*, 2004, **33**(7): 803~805
Xue C R, Zhu S X, Xiao Z G. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(7): 803~805

Analysis of Power Transfer Characteristics Among Many Parallel Optical Fibers

Cheng Botao¹, Lu Xuanhui^{1,2}

¹ Optics Institute, Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027

² Center for Optical and Electromagnetic Research, State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027

Received date: 2004-10-15

Abstract Based on a coupled-mode theory, the power transfer among many parallel single-mode optical fibers formed into “—” has been investigated. The analysis shows that the distance between each of the N fiber centers has an effect on the coupling coefficient and power transfer. The solution of the coupled-equation for three parallel single-mode optical fibers has been given, and is comparatively studied for different initial conditions. Numerical simulations show that power transfer will be periodical when coupling occur among many parallel single-mode optical fibers formed into “—”.

Keywords Arrays of optical fibers; Single-mode; Coupled-mode; Power transfer



Cheng Botao received his B. S. degree from Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics in 2003 and is currently pursuing the M. S. degree in optics at Zhejiang University. His current research interests include light transmission in optical fiber.