

基于边缘定向扩散的图像增强方法*

谢美华 王正明

(国防科学技术大学五院系统工程研究所, 湖南长沙 410073)

摘 要 针对前向后向扩散方程不能较好的保持流线状结构, 而相干增强不能锐化边缘的缺点, 提出一种新的基于边缘定向的张量型前向后向扩散模型. 该模型将前向-后向扩散方程引进到张量型扩散方程中, 在扩散系数的选取上合并了相干增强扩散与前向-后向扩散的长处, 又克服了他们各自的缺点. 采用类似相干增强扩散的边缘定向算子实现对边缘的定向, 然后根据边缘定向的结果设置扩散张量的特征根, 使扩散张量沿边缘方向为正向扩散以增强边缘, 而垂直于边缘方向为逆扩散以锐化边缘. 理论分析和数值计算表明, 该方法具有比相干增强扩散及前向-后向扩散更好的增强效果.

关键词 偏微分方程; 图像增强; 逆扩散; 特征向量; 特征根; 边缘定向

中图分类号 TP391.4 **文献标识码** A

0 引言

实际中受各种因素的影响, 得到的图像的分辨率常不如人意. 为放大图像中感兴趣结构的对比度, 增加可理解性, 需对图像进行分辨率增强. 主要方法有基于点运算的简单增强技术、线性及非线性的空域滤波以及基于多尺度分析的对数增强等. 其中空域滤波法包括高频增强^[1,2], 形态滤波^[3]、微分扩散方程滤波等.

偏微分扩散方程作为图像增强的一个重要分支^[4~11], 其主要作用是滤除图像的噪声, 同时适当增强图像的边缘, 其中代表性的方法有两种, 一种是基于图像纹理结构特征的相干增强法^[8,9], 另一种是基于逆扩散方程的前向-后向边缘锐化法^[10]. 其中相干增强方法在处理指纹等纹理图像上获得了很好的效果, 而前向-后向扩散方程方法, 在光学图像去噪和增强方面效果明显. 但他们都有自身的缺点和局限性. 首先, 相干增强扩散的主要作用是增强图像中的流状结构等纹理, 没有锐化边缘, 所以它只能凸现图像中的重要结构, 对一些微细结构不但起不到锐化作用, 还会因其平滑作用而被抹去. 其次, 前向-后向扩散方程方法采用的是尺度型扩散, 没有区分图像的边缘方向与梯度方向, 在图像的纹理结构具有一定的间断性时, 不能很好的保持其结构的连续性.

本文提出一种新的基于边缘定向的前向后向扩散方程方法来同时对纹理的增强和边缘的锐化.

1 偏微分方程增强模型

1.1 基本模型

令 u_0 表示一个待增强的初始图像. 一种对 $u_0(x, y)$ 增强的方法是解下述偏微分发展方程

$$\partial_t u = F[u(x, y, t)] \quad (1)$$

式中 $u(x, y, t)$ 是随时间演化的图像, F 表示一个特定算法所对应的算子. 根据 F 定义的不同可分为线性扩散、非线性扩散、各向异性扩散等. 其中, 线性扩散模型为^[4,5]

$$\begin{cases} \partial_t u = C \Delta u \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

这里扩散系数 C 为正常数. 线性方程去噪等价于图像的高斯光滑. 非线性扩散方程模型为^[4~6]

$$\begin{cases} \partial_t u = \text{div}(C(|\nabla u|) \nabla u) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (3)$$

此时, 扩散系数 C 是关于梯度 $|\nabla u|$ 的减函数, 其中较典型的 P-M 扩散方程中 C 定义为

$$C(x) = l^2 / (l^2 + x^2) \quad (4)$$

模型(2)、(3)中扩散系数均为标量, 称为尺度型扩散方程. 当扩散系数取矩阵时, 可得到如式(5)的张量型扩散模型

$$\begin{cases} \partial_t u = \text{div}[D \nabla u] \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (5)$$

1.2 前向后向扩散模型

前向-后向扩散方程^[10]是尺度型扩散方程, 其基本原理是, 当扩散系数为正时, 扩散方程对应高斯卷积, 可用于去噪, 当扩散系数为负时则对应高斯去卷积, 可用于边缘锐化, 因此扩散系数的取值根据梯度确定, 梯度小时取为正值, 反之取为负值, 据此达到既去除噪声又增强边缘的目的. 此时, 模型的基

*全国优秀博士论文作者专项基金(批准号:200140)和国家自然科学基金(批准号:60272013)资助
Tel:0731-4573260 Email:xmhdjh@163.com
收稿日期:2004-07-14

本形式仍同式(3), 扩散系数变为

$$C(x) = \begin{cases} 1 - (x/k_f)^n & (0 \leq x \leq k_f) \\ \alpha [((x - k_b)/w)^{2m} - 1] & (k_b - w \leq x \leq k_b + w) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (6)$$

1.3 相干增强扩散模型

相干增强扩散是张量型扩散方程. 其基本模型同式(5), 其扩散张量的构造采用下述方法^[8]. 首先, 采用下述算子对边缘定向

$$\begin{aligned} J_\rho(\nabla u_\delta) &= K_\rho * (\nabla u_\delta \otimes \nabla u_\delta), \rho \geq 0, \\ u_\delta &= u(\cdot, t) * K_\delta, K_\delta(\cdot) = \\ &= \frac{1}{2\pi\delta^2} \exp\left(-\frac{|\cdot|^2}{2\delta^2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

式中 * 表示卷积, 扩散张量 D 与 J_ρ 具有相同的规范正交的特征向量 p_1, p_2 . 其次, D 的特征根的取值为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \alpha \\ \lambda_2 &= \begin{cases} \alpha & \text{if } \mu_1 = \mu_2 \\ \alpha + (1 - \alpha) \exp\left(-\frac{B}{(\mu_1 - \mu_2)^2}\right) & \text{else} \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 μ_1, μ_2 为 J_ρ 的特征根, α, β 为待定参数.

2 边缘定向扩散增强模型

2.1 不存在噪声时的扩散模型

下面建立一个新的基于前向-后向扩散的张量型扩散方程. 首先介绍如下定理.

定理 设 u_0 为原始图像, D 为连续的 2×2 扩散矩阵, p_1, p_2 为其规范正交的特征向量, 分别对应图像的梯度方向和边缘方向, λ_1, λ_2 为其相应的特征根, 则利用式(5)对 u_0 进行光滑近似于分别以 λ_1, λ_2 的速度沿 p_1, p_2 方向光滑.

证 设 $p_1 = (p_{11}, p_{12})^T, p_2 = (p_{21}, p_{22})^T$, 由于图像的边缘方向在小范围内基本不变, 所以 p_1, p_2 在一定范围内取常值, 此时

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \lambda_1 (p_{11}^2 u_{xx} + 2p_{11}p_{12} u_{xy} + p_{12}^2 u_{yy}) + \lambda_2 (p_{21}^2 u_{xx} + \\ & 2p_{21}p_{22} u_{xy} + p_{22}^2 u_{yy}) = \lambda_1 \frac{\partial(p_{11}u_x + p_{12}u_y)}{\partial x} + \\ & p_{12} \frac{\partial(p_{11}u_x + p_{12}u_y)}{\partial y} + \lambda_2 (p_{21} \frac{\partial(p_{21}u_x + p_{22}u_y)}{\partial x} + \\ & p_{22} \frac{\partial(p_{21}u_x + p_{22}u_y)}{\partial y}) = \lambda_1 \frac{\partial(p_{11}u_x + p_{12}u_y)}{\partial p_1} + \\ & \lambda_2 \frac{\partial(p_{21}u_x + p_{22}u_y)}{\partial p_2} = \lambda_1 \frac{\partial^2 u}{\partial p_1^2} + \lambda_2 \frac{\partial^2 u}{\partial p_2^2} \end{aligned}$$

因此, u 沿 p_1, p_2 方向扩散的速度分别为 λ_1, λ_2 , 定理证毕.

当图像中不存在噪声时, 增强就体现在对边缘的锐化上. 为此, 可在边缘处沿边缘方向实行正向

扩散, 以增加边缘的连贯性. 而垂直边缘方向实行逆向扩散, 以锐化边缘. 即对应式(5)中垂直边缘方向的特征根取负值, 而沿边缘方向的特征根 λ_2 取正值. 而在图像的光滑区域二者的取值均接近 0. 即

$$\lambda_1 = \frac{l^2}{l^2 + |\nabla u|^2} - 1 \quad (10)$$

$$\lambda_2 = \alpha + (1 - \alpha) \exp\left(-\frac{B}{(\mu_1 - \mu_2)^2}\right) \quad (11)$$

式中 l, α, B 为待定参数, α 为一个很小的数, 通常取 $0 < \alpha < 0.1$.

同时, 为了获取正确的梯度方向 p_1 和边缘方向 p_2 , 采用下述边缘定向算子 J_ρ 来对图像边缘定向, 模型(5)的扩散张量 D 的特征向量与 J_ρ 相同, 其中

$$J_\rho(\nabla u_\delta) = K_\rho * (\nabla u_\delta \otimes \nabla u_\delta), \rho \geq 0 \quad (12)$$

之所以采用上述边缘定向算子是因为, 用高斯光滑后的梯度 u_δ 来对边缘定向时, 必须取较大的尺度 δ , 这时会使一些具有相同边缘方向但符号不同的点产生正负抵消. 图 1 (b)、(c) 为 $\delta=0.5$ 及 $\delta=5$ 时, 以 u_δ 为边缘定向算子的定向结果, 其中黑色表示该处存在水平边缘, 白色表示竖直边缘. 不难看出, (b) 受噪声影响, 波动很大, (c) 的边缘方向完全不对. 而定向算子 J_ρ 中的大尺度 ρ 作用在 $\nabla u_\delta \otimes \nabla u_\delta$ 上, 这样不会产生因符号不同所引发的问题. 图 1 (d) 为以 J_ρ 为定向算子, $\delta=0.4, \rho=5$ 的边缘定向结果, 对照原图(a), 其定向结果很准确.

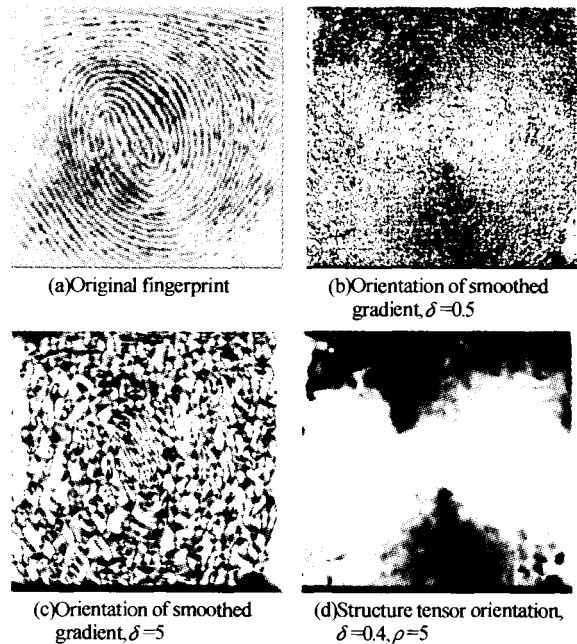


图 1 不同边缘定向算子的边缘定向结果
Fig. 1 Local orientation results of different operators

2.2 存在白噪声时的扩散模型

当图像中存在白噪声时, 边缘定向算子可不变, 但其参数 ρ 需适当取大. 而特征根的取值需改变以

抑制噪声。此时,垂直边缘方向的特征根 λ_1 在图像的光滑区域仍取正值,而在图像的边缘区域取负值,而沿边缘方向的特征根 λ_2 则始终取较大的正值,因而有

$$\lambda_1(x) = \begin{cases} 1 - (x/k_f)^n & 0 \leq x \leq k_f \\ \alpha [((x - k_b)/w)^{2m} - 1] & k_b - w \leq x \leq k_b + w \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

$$\lambda_2 = 1 \quad (14)$$

式中 $0 < \beta < 1$, 参数 k 待定, 据此, 可构造以 λ_1, λ_2 为特征根, J_p 的特征向量 p_1, p_2 为特征向量的扩散张量 D^* 。得到新的扩散模型

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div} [D^* \nabla u],$$

$$D^* = (p_1, p_2) \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^T \\ p_2^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(15)的解通过如下迭代过程逼近

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t (\text{div}(D^* u^n)),$$

$$D^* = (p_1(u^n), p_2(u^n)) \begin{bmatrix} \lambda_1(u^n), 0 \\ 0, \lambda_2(u^n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1^T(u^n) \\ p_2^T(u^n) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, u^n 为第 n 次迭代结果, Δt 为步长, D^* 根据 u^n 及时更新。采用对称边界条件: $u_{0,j} = u_{1,j}, u_{m+1,j} = u_{m,j}, u_{i,0} = u_{i,1}, u_{i,n+1} = u_{i,n}$ 。迭代终止时间为相邻两次迭代值之间相差一个小的数。

3 参数确定

模型(10)、(11)中的待定参数有 l, α, B , 其中 α 和 B 只要足够小即可, 所以待确定的参数只有 l 。而 l 的取值取决于欲锐化的边缘的强弱程度, 如果只需锐化较强的边缘, 则 l 的取值就大, 如果还需锐化很弱的边缘, 则 l 的取值就小, 总之其取值可由下式决定

$$l = |\nabla u(i^*, j^*)| \quad (17)$$

式中 $|\nabla u|$ 是按从小到大排序后的梯度函数, $|\nabla u(i^*, j^*)|$ 是其中第 $ratio \times M$ 个顺序统计量, M 为图像的总像素点个数。

模型式(13)中待定参数有 k, β , 其中参数 k 起的作用等同于式(10)中的参数 l , 因此选取方法与 l 相同, 故只需确定参数 β 。参数 β 的取值与噪声水平有着直接的联系, 噪声水平高, 则 β 的取值小, 反之则 β 的取值大, 当图像中不存在噪声时 $\beta = 1$ 。

4 数值计算例子

4.1 仿真计算

例 1: 以某遥感图像为例进行计算, 首先采用模糊函数生成如图 2(a) 的模糊图, 然后采用相干增强

扩散、前向-后向扩散、以及本文方法处理分别得到增强后的图像, 见图 2(b)、(c)、(d)。从图 2 可看出, 在图像中不存在噪声时, 相干增强扩散因为不具备边缘锐化的能力, 因而不能显现出其增强效果, 而前后-后向扩散方程因为没有区分边缘方向与梯度方向, 因而得到的图像沿边缘方向也被锐化, 出现了点状的断裂边缘, 而本文方法既较好的实现了对边缘的锐化, 也较好的保持了边缘的连续性。为了对计算结果作定量分析, 表 1 还给出了多个仿真算例的边缘保护指数, 此例的计算结果即为图 1 的值, 其中只有图 2 是加了噪声的。其中边缘保护指数定义为^[11]

$$EPI = (\sum(|P_s(i, j) - P_s(i+1, j)| + |P_s(i, j) - P_s(i, j+1)|)) / (\sum(|P_0(i, j) - P_0(i+1, j)| + |P_0(i, j) - P_0(i, j+1)|)))(i, j) \in \Theta$$

式中 p_0 为原始高分辨图像, p_s 为由低分辨图像插值后得到的图像, Θ 为原始高分辨图像的边缘点的集合。边缘保护指数越大, 表明方法对边缘的保护越好。从表 1 的结果表明, 本文方法的边缘保护指数明显高于相干增强扩散和前向-后向扩散, 因而具有更强的边缘保护能力。

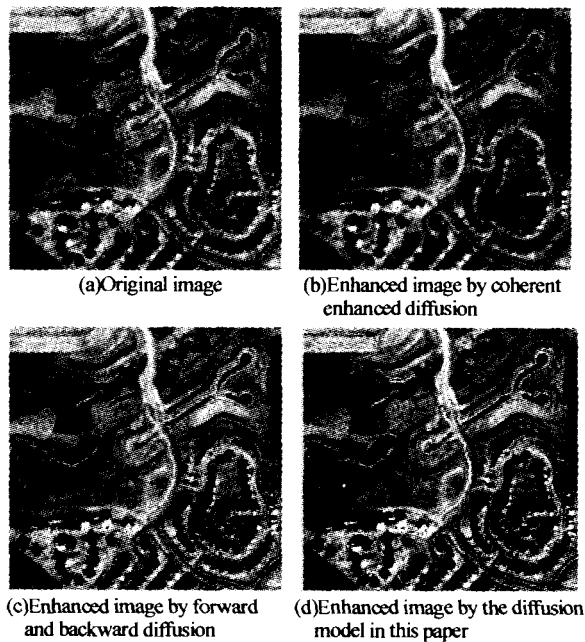


图 2 不同方法增强的效果图

Fig. 2 Enhancement results of different methods

表 1 各种增强方法的边缘保护指数

方法	相干增强	前向-后向	本文方法
图 1	0.2762	0.6275	0.8860
图 2	0.2816	0.2199	0.4610
lena	0.2221	0.5695	0.9098
babara	0.3332	0.5371	0.7627
cycle	0.2336	0.6996	0.8264
flower	0.3169	0.6561	0.9580

例 2: 在例 1 的基础上再叠加方差为 15 的随机噪声, 得到如图 3(a) 所示的模糊图, 图 3 中 (b)、(c)、(d) 各图的含义同图 2. 从图 3 可看出, 在图像中存在噪声时, 同样证实了例 1 中的分析结果. 其边缘保护指数见表 1 的图 2, 该数值也从定量的角度上佐证了此结论.

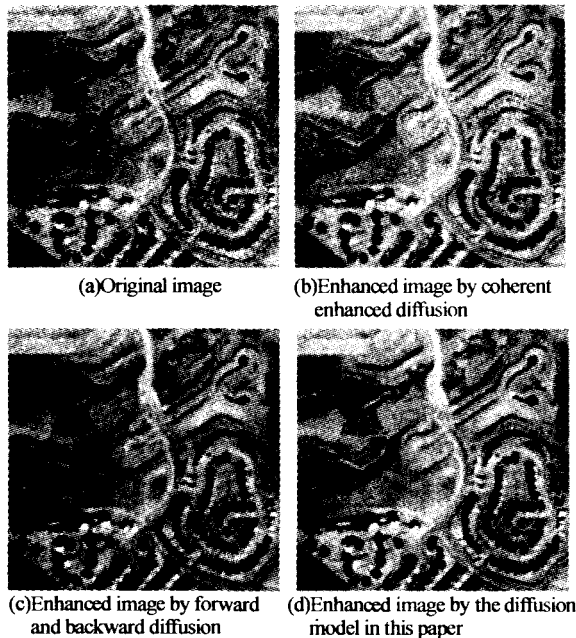


图 3 不同方法增强的效果图

Fig. 3 Enhancement results of different methods

4.2 实算

以文献[8]所擅长的指纹图像为例来检验算法的有效性. 原始的指纹图见图 4(a), 图 4 (b)、(c)、(d) 的含义同图 2. 比较三个处理结果可发现, 前向

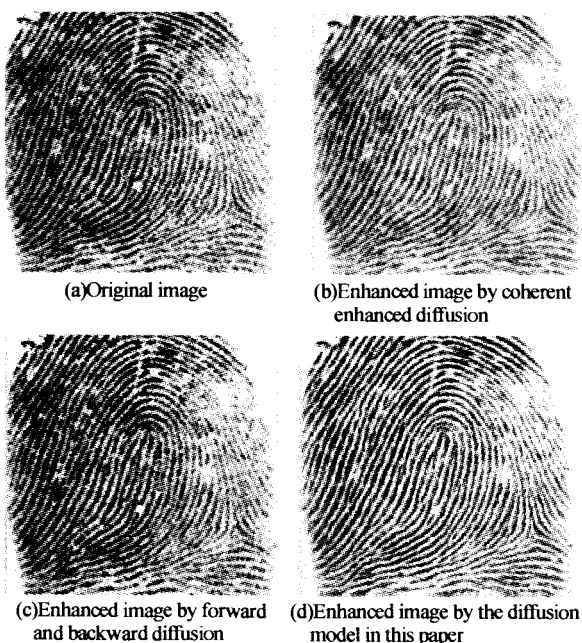


图 4 各方法增强后的指纹图像

Fig. 4 Enhancement results of different methods

一后向处理的结果很差, 本文方法处理后的图像对比度明显较相干增强处理的图像强, 且图像的纹理结构也更清晰, 由此可见即算是对相干增强最擅长的纹理图像, 本文方法也具有比其更好的处理结果.

5 结论

从第三节的建模过程可看出, 本文方法具有以下优点

1) 新模型在垂直边缘方向为逆扩散, 克服了相干增强扩散不能锐化边缘的缺点.

2) 新模型为张量型扩散, 沿边缘方向仍为正扩散, 因而不会出现类似前向-后向扩散方程的使边缘出现间断的情况.

综上所述, 新模型继承了他们优点, 又克服了各自的缺点, 因而取得了较好的效果.

参考文献

- 张锋, 蒋一锋, 陈真诚, 等. 对一种新的基于局部标准差的自适应对比度增强算法的评价. 光子学报, 2003, 32(8): 989~992
Zhang F, Jiang Y F, Chen Z C, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(8): 989~992
- 屈有山, 田维坚, 李英才, 等. 基于小波双三次插值提高光学遥感图像空间分辨率的研究. 光子学报, 2004, 33(5): 601~604
Qu Y S, Tian W J, Li Y C, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(5): 601~604
- 陈智, 王国志, 丰善, 等. 同态滤波预处理在微粒全息图像处理中的应用. 光子学报, 2004, 33(2): 167~170
Chen Z, Wang G Z, Feng S, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(2): 167~170
- Weickert J. A review of nonlinear diffusion filtering. in scale-space theory in computer vision, lecture notes in computer science 1252, Berlin: Springer, 1997. 3~28
- Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629~639
- Wei G W. Generalized Perona-Malik equation for image restoration. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, 6(7): 165~167
- 高鑫, 刘来福, 黄海洋. 基于 PDE 与几何曲率流驱动扩散的图像分析与处理. 数学进展, 2003, 32(3): 285~294
Gao X, Liu L F, Huang H Y. *Advances in Mathematics*, 2003, 32(3): 285~294
- Weickert J. Coherence-Enhancing diffusion filtering. *International Journal of Computer Vision*, 1999, 31(2/3): 111~127
- Fco Solé A, López A, Sapiro G. Crease enhancement

- diffusion. *Computer Vision and Image Understanding*, 2001, **84**(2): 241~248
- 10 Gilboa G, Zeevi Y Y, Sochen N A. Forward and backward diffusion processes for adaptive image enhancement denosing. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2002, **11**(7): 689~703
- 11 韩春明, 郭华东, 王长林, 等. 一种改进的 SAR 图像斑点噪声滤波方法. *遥感学报*, 2004, **8**(2): 121~127
- Han C M, Guo H D, Wang C L, *et. al.* *Journal of Remote Sensing*, 2004, **8**(2): 121~127

Image Enhancement Based on Edge-directed Diffusion

Xie Meihua, Wang Zhengming

National University of Defense Technology, Hunan Changsha 410073 Received date: 2004-07-14

Abstract Since forward and backward diffusion cannot hold flow-like edges, and coherence enhancement diffusion cannot sharpen edges, a new edge-directed nonlinear diffusion equation to enhance image is put forward. The new model introduces forward and backward diffusion to the tensor diffusion, and gets a new diffusivity, which combines the merits of these two methods. The new model adapts an operator like coherence enhancement diffusion for edge orientation, and defines eigenvalues based on edge's orientation such that the new tensor has positive diffusion coefficient in edge direction and negative diffusion coefficient in gradient direction. Both theory analysis and numerical results show that the new model has better enhancement result than coherence enhancing diffusion and forward and backward diffusion.

Keywords Partial Differential Equation; Image enhancement; Backward diffusion; Eigenvector; Eigenvalue; Edge Orientation



Xie Meihua received the Bachelor's Degree and Master's Degree in applied mathematics in 1998 and 2001 respectively from the National University of Defense Technology. Now, she is a doctor candidate in system engineering of the National University of Defense Technology. She focuses on image processing and testing data processing.