

# 连续波微扰下飞秒光孤子的传输特性研究\*

田晋平<sup>1,2</sup> 周国生<sup>2</sup>

(1 山西大学计算中心, 山西太原 030006)

(2 山西大学电子信息技术系, 山西太原 030006)

**摘要** 给出了描述连续波扰动下飞秒光脉冲在光纤系统中传输的微扰高阶非线性薛定谔方程, 通过矩法和微扰理论分析了飞秒亮孤子与连续波相互作用的特性, 并利用龙格-库塔积分和分步傅里叶方法进行了数值模拟. 结果表明, 连续波微扰对光纤孤子通讯系统是十分有害的, 在实际通讯过程中应当尽量避免连续波的渗入.

**关键词** 光通讯; 光孤子; 高阶非线性薛定谔方程; 连续波

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

## 0 引言

利用光孤子进行光通讯的快速发展促使光脉冲在光纤系统中的传输特性成为光通讯领域的热门研究课题之一<sup>[1,2]</sup>. 光学孤子的形成是由于色散和非线性作用相互平衡的结果, 色散使脉冲在传输过程中展宽, 而非线性使脉冲压缩. 皮秒光孤子的传输主要由非线性薛定谔方程来描述, 对该方程及其精确亮、暗孤子解的研究已经比较成熟, 其中脉冲(孤子)间的相互作用的研究可归纳为: 亮孤子间的相互作用较强且表现为周期性地相互吸引和排斥, 而暗孤子间的相互作用较弱, 并且只有排斥而没有吸引作用. 随着光脉冲压缩技术的发展, 近几年所研究的光脉冲宽度已经从皮秒量级进入到飞秒领域, 对于脉宽小于 0.1 ps 的光脉冲, 光纤的高阶色散效应(如三阶色散)及高阶非线性效应(如自频移、自陡峭等)已不能忽略, 这样短的光脉冲其传输特性由高阶非线性薛定谔方程来描述. 人们已经从各种不同的角度对高阶非线性薛定谔方程进行了研究, 并在某些特定条件下获得光脉冲无畸变(孤立波或孤子)传输解<sup>[3~12]</sup>, 其中飞秒光孤子间的相互作用又是研究的一个重要方面, 并已经取得一定成果<sup>[8,10,13]</sup>. 本文作者主要研究光孤子脉冲和连续波的相互作用, 从而分析研究光纤通讯系统中由于不可避免的原因而渗入的连续波对光孤子脉冲的影响.

## 1 模型与分析

对于皮秒量级的光脉冲, 比如脉宽  $T_0 > 5$  ps, 此时谱宽远小于载波中心频率  $\omega_0$ , 在推导传输方程时, 只截取到波数  $\beta(\omega)$  泰勒展开式中的二次项即

可, 同时载波的波长不十分接近光纤的零色散波长时, 三阶色散的贡献是可以忽略的; 其次由于自频移效应是由于拉曼散射诱发产生的, 其定义为非线性响应函数的一阶矩与脉宽的比值  $T_R/T_0$ , 对于  $T_0 > 5$  ps 的光脉冲, 喇曼响应函数近似趋于零, 对于这样的脉冲, 自频移效应的影响也可以忽略不计; 再者, 对于  $T_0 > 5$  ps 的光脉冲, 根据自陡峭效应的定义  $(\omega_0 T_0)^{-1}$ , 其值也是很小的, 此时自陡峭效应的影响也可以忽略. 但是对于脉宽小于等于 100 fs 的光脉冲, 必须考虑这些高阶效应的影响, 此时光脉冲在光纤中的传输特性由高阶非线性薛定谔方程描述<sup>[14]</sup>

$$q_z = ia_1 q_x + ia_2 |q|^2 q + a_3 q_{xx} + a_4 (|q|^2 q)_t + a_5 q (|q|^2)_t \quad (1)$$

式中  $a_1$  为脉冲的群速度色散系数,  $a_2$  为非线性克尔系数,  $a_3$  为三阶色散系数,  $a_4$  为脉冲沿的自陡峭系数,  $a_5$  对应于自频移效应, 下标  $z, t$  表示偏微分. 当所有的高阶效应都忽略不计时, 式(1)化为熟知的非线性薛定谔方程. 当满足条件  $3a_2 a_3 = a_1 a_4$ ,  $a_4 + a_5 = 0$  时, 式(1)变为可积的 Hirota 方程<sup>[15]</sup>

$$q_z = ia_1 (q_x + 2\mu^2 |q|^2 q) + a_3 (q_{xx} + 6\mu^2 |q|^2 q_t) \quad (2)$$

式中,  $\mu$  为实常数. 对于式(2), 文献[15]利用达布变换给出了其精确  $N$  孤子解, 并且研究了不同谱参数和高阶效应影响下二孤子解的相互作用. 这里仍引用文献[15]的结果, 给出式(2)的精确一孤子解如下

$$q = \eta / \mu \operatorname{sech}(A) \exp(iB) \quad (3)$$

式中

$$A = \eta [t + (a_3 (\eta^2 - 3\xi^2) - 2a_1 \xi) z],$$

$$B = \xi t + [\xi a_3 (3\eta^2 - \xi^2) + a_1 (\eta^2 - \xi^2)] z$$

在式(3)中,  $\eta$  描述脉冲的宽度(振幅),  $\xi$  描述频移, 而  $\mu$  和脉冲强度有关系. 如果取  $\mu = 1$ ,  $a_1 = 0.5$ ,  $\xi = 0$ ,  $\eta = \eta_0$ , 方程解的形式(3)简化为

\* 国家自然科学基金(60244006, 60477026)资助项目

Tel: 0351-7010755 Email: tianjp@sxu.edu.cn

收稿日期: 2005-01-17

$$q = \eta_0 \operatorname{sech} [\eta_0 (t + 2a_3 p_0)] \exp (i p_0) \quad (4)$$

式中  $p_0 = 1/2 \eta_0^2 z$ , 利用光孤子通讯可以克服线性波在传输距离、容量和速度上的限制, 然而光孤子与连续波的相互作用将会对实际的高速大容量光通讯系统带来许多有害的影响. 比如初始时刻载波信号的注入和通讯链中放大器的应用都不可避免地会将连续波渗入到系统当中, 从而引起孤子形状和相位等发生畸变, 使得接收端出现探测错误而增大信号传输的误码率. 为了研究光孤子通讯过程中渗入的连续波对于光孤子传输特性的影响, 将连续波看作精确解的微扰来研究基于式(4)亮孤子在连续波微扰下的演化特性, 并且令

$$q = q_s + q_{cw} \quad (5)$$

式中  $q_s$  是式(2)的如式(4)的孤子解,  $q_{cw} = c \exp (i \theta)$  是振幅为  $c$ , 相位为  $\theta$  的连续波. 将式(5)代入式(2), 略去关于连续波微扰的高阶项可得高阶微扰非线性 Hitota 方程(这里星号表示复共轭)

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_s}{\partial z} = & \frac{1}{2} i \frac{\partial^2 q_s}{\partial t^2} + i |q_s|^2 q_s + 2i |q_s|^2 q_{cw} + i q_s^2 q_{cw}^* + a_3 \frac{\partial^3 q_s}{\partial t^3} + \\ & 6a_3 |q_s|^2 \frac{\partial q_s}{\partial t} + 6a_3 \frac{\partial q_s}{\partial t} q_s q_{cw}^* + 6a_3 \frac{\partial q_s}{\partial t} q_s^* q_{cw} \end{aligned} \quad (6)$$

利用矩法理论和微扰方法来分析精确解(4)在微扰式(6)中的传输稳定性. 将脉冲的振幅和相位都看

作随传输距离  $z$  变化, 这样式(4)可以改写为

$$q_s = \eta(z) \operatorname{sech} [\eta(z)(t + 2a_3 p(z))] \exp [i p(z)] \quad (7)$$

$\eta(z)$  和  $p(z)$  分别代表脉宽(振幅)和相位随距离的变化. 将式(6)两端同时乘以  $q_s^*$ , 对时间  $t$  从  $(-\infty, +\infty)$  积分并利用式(7)可得脉宽(振幅)和相位随距离的演化关系

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} = & \frac{1}{2} c \pi \eta_0^2 \sin (p_0 - \theta) \\ \frac{dp}{dz} = & \frac{1}{2} \eta_0^2 + \frac{3}{4} c \pi \eta_0 \cos (p_0 - \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

取  $a_3 = -0.0083$ , 对式(8)的结果进行模拟. 按照文献[1]中引入的归一化方法, 归一化距离 = 传输距离/色散长度, 归一化时间 = (传输时间 - 传输距离/群速度)/100 fs. 它们对应于具体的光纤参量值分别为: 二阶色散参量  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 三阶色散参量  $\beta_3 = -0.1 \text{ ps}^3/\text{km}$ , 非线性系数  $\gamma = 20 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ . 利用四、五阶龙格-库塔积分可以得到式(8)所描述的振幅(脉宽)与相位的演化如图1, 图中  $\eta_0 = 1$ ,  $a_3 = -0.0083$ ,  $p_0 = 0$ . 由图可见, 连续波相位和振幅的增大都将导致其与光孤波的相互作用增强, 从而使得光脉冲振幅或脉宽的周期性抖动也增强, 这严重影响了光通讯系统中脉冲的稳定性, 图1(a)和(c)的物理效应完全可以由式(8)得到解释, 图1(b)

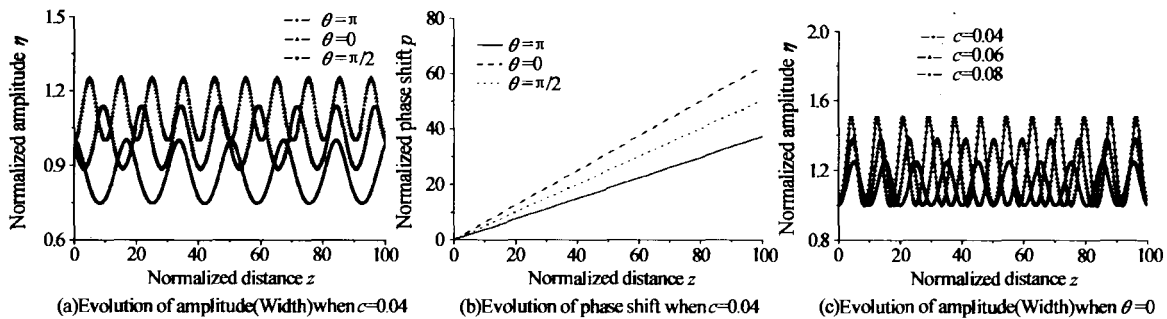


图1 不同初始条件下脉冲参数随距离的演化

Fig.1 Evolution of the pulse parameters

的物理效应也是明显的, 由于相移的变化趋向于一个常数, 所以其随距离线性增加是必然的. 为进一步提高分析的准确度, 用分步傅里叶方法进行数值模拟. 该方法原理可以表述如下

$$\begin{aligned} E(z+h, t) \approx & \exp \left( \frac{h}{2} D \right) \exp (h N) \cdot \\ & \exp \left( \frac{h}{2} D \right) E(z, t) \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $h$  为传输距离的步长,  $D$  代表传输方程的线性部分,  $N$  代表非线性部分. 其中指数算符  $\exp(\frac{h}{2} D)$  的计算在频域内进行

$$\exp \left( \frac{h}{2} D \right) E(z, t) = \left\{ F^{-1} \exp \left[ \frac{h}{2} D(i\omega) \right] F \right\} \cdot E(z, t)$$

式中  $F$  表示 Fourier 变换,  $F^{-1}$  表示其逆变换,  $D(i\omega)$  表示将色散算符中的  $\frac{\partial}{\partial t}$  代换为  $i\omega$ ,  $\omega$  为 Fourier 变换下的频率.

为了更加清楚地观察脉冲的传输, 分别给出不同连续波参数条件下脉冲传输 100 个色散长度的演化图, 如图2与图(3), 图2与图3中,  $\eta_0 = 1$ ,  $a_3 = -0.0083$ . 可以看出, 当渗入的连续波强度很小时, 脉冲仍然能保持稳定传输, 当渗入的连续波相位为零, 而增加其振幅时, 将导致携带信息的光孤波的振幅或脉宽出现逐渐增强的周期性抖动, 同时也可以看出, 渗入的连续波相位的增加也将产生类似的不稳定现象, 当渗入的连续波振幅或相位较大时, 还将诱使携带信息的光孤波出现较大的振荡拖尾甚至发生分裂, 并且改变其传输群速度.

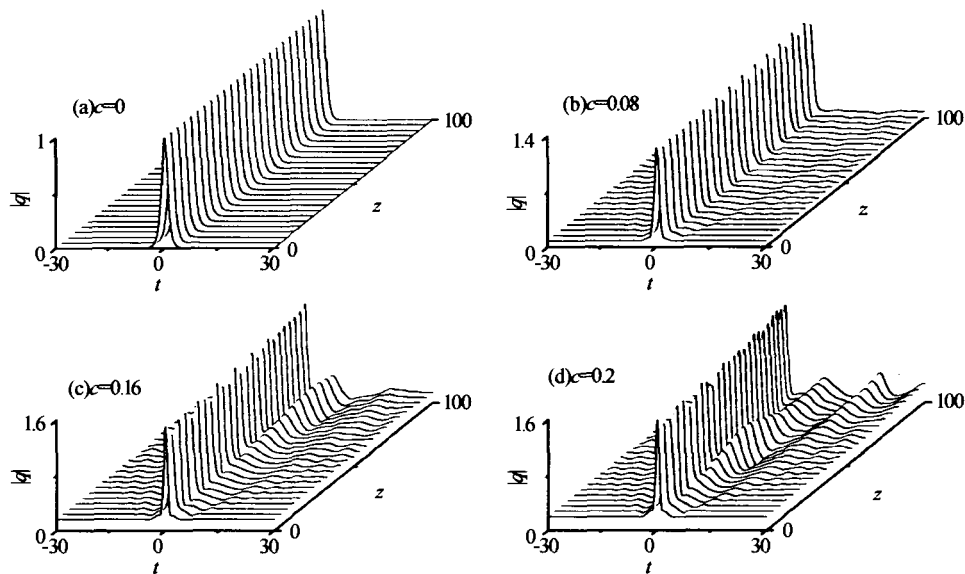


图 2 连续波相位  $\theta=0$  时的脉冲传输图  
Fig. 2 Pulse evolution plot when  $\theta=0$

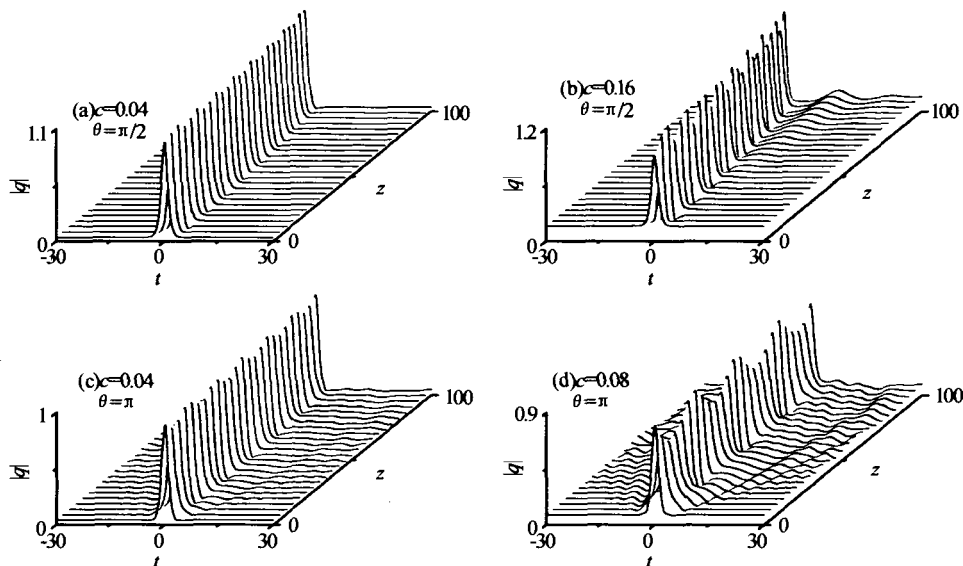


图 3 连续波相位增大时的脉冲传输图  
Fig. 3 Pulse evolution plot when increasing the phase of continuous wave

从解析和数值分析可以看出,光脉冲在受到一定的连续波扰动时,仍然可以无畸变地稳定传输,但是扰动太大时,光脉冲的稳定性会受到严重影响,这在实际的通讯过程中对通讯容量和传输距离十分有害. 所以如何克服或者抑制通讯过程中渗入的连续波,仍然是一个值得深入研究的问题.

### 3 结论

针对描述飞秒光孤波在光纤中传输的高阶非线性薛定谔方程进行了微扰分析,给出了在连续波扰动下的微扰高阶非线性薛定谔方程,利用矩法微扰理论得出光孤波脉冲振幅(脉宽)和相移随距离的演化方程,利用伦格-库塔积分进一步给出其演化图,

最后利用分步傅里叶方法数值给出了扰动光孤波脉冲的传输图,并进一步得出光通讯过程中渗入的连续波的危害性分析结论,作者的结果对实际的高容量、长距离光通讯有着一定的指导意义.

### 参考文献

- 1 Agrawal G P. Nonlinear Fiber Optics. New York: Academic Press, 1995. 3~17
- 2 Hasegawa A, Kodama Y. Solitons in Optical Communications. Oxford: Oxford University Press, 1995. 1~6
- 3 Kivshar Y S. Dark solitons in nonlinear optics. *IEEE J Quant Electron*, 1993, 29(1): 250~264
- 4 Tomlinson W J, Hawkins R J, Weiner A M, et al. Dark optical solitons with finite-width background pulses. *J*

- Opt Soc Am B*, 1989, **6**(3): 329~334
- 5 Li Z H, Li L, Tian H P, *et al.* New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schrödinger equation. *Phys Rev Lett*, 2000, **84**(18): 4096~4099
  - 6 Tian J P, Tian H P, Li Z H, *et al.* An inter-modulated solitary wave solution for the higher order nonlinear Schrödinger equation. *Physica Scripta*, 2003, **67**(4): 325~328
  - 7 Tian J P, Tian H P, Li Z H, *et al.* Combined solitary-wave solution for coupled higher-order nonlinear Schrödinger equations. *J Opt Soc Am B*, 2004, **21**(11): 1908~1912
  - 8 田慧平, 李仲豪, 王钢, 等. 飞秒光脉冲间相互作用的数值研究. 光学学报, 2001, **21**(5): 513~517  
Tian H P, Li Z H, Wang G, *et al.* *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(5): 513~517
  - 9 田晋平, 何影记, 周国生. 高阶非线性薛定谔方程的一个新型孤波解. 光子学报, 2005, **34**(2): 252~254  
Tian J P, He Y J, Zhou G S. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(2): 252~254
  - 10 王涛, 田慧平, 李仲豪, 等. 飞秒暗孤子间相互作用的数值研究. 光学学报, 2003, **23**(6): 680~683  
Wang T, Tian H P, Li Z H, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2003, **23**(6): 680~683
  - 11 Bo M X, Tian H P, Li Z H, *et al.* Optical solitary wave solution for coupled higher order nonlinear Schrödinger equation. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(11): 1352~1356
  - 12 Tian H P, Tian J P, Li Z H, *et al.* Exact solutions for extended higher order nonlinear Schrödinger equation including Raman self-frequency shift. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(4): 427~432
  - 13 Tian H P, Li Z H, Zhou G S. Stable propagation of ultrashort optical pulses in modified higher-order nonlinear Schrödinger equation. *Opt Comm*, 2002, **205**(1): 221~226
  - 14 Gedalin M, Scott T C, Band Y B. Optical solitary waves in the higher order nonlinear Schrödinger equation. *Phys Rev Lett*, 1997, **78**(3): 448~451
  - 15 Xu Z Y, Li L, Li Z H, *et al.* Soliton interaction under the influence of higher-order effects. *Opt Comm*, 2002, **210**(2): 375~3

## Research on the Propagation of Femtosecond Optical Solitons Under the Perturbation of Continuous Wave

Tian Jinping<sup>1,2</sup>, Zhou Guosheng<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Computer center of Shanxi University, Taiyuan 030006

<sup>2</sup>Department of Electronics and Information Technology of Shanxi University, Taiyuan 030006

Received date: 2005-01-17

**Abstract** Perturbed higher order nonlinear Schrödinger equation describing the propagation of femtosecond optical pulse in the optical fiber under the perturbation of continuous wave was presented. The interactions between bright optical soliton and continuous wave have been studied by moment method and perturbation theory. Also the numerical evolution by Runge-Kutta and split step Fourier method are given. As a conclusion, the injected continuous wave should be avoided at best since it was harmful to the optical soliton communication.

**Keywords** Optical communication; Optical soliton; HNLS equation; Continuous wave

**Tian Jinping** was born in April 21, 1975, Taiyuan. Now he is a teacher of the Computer Center of Shanxi University. His research fields include computer application and optical communication.

