

输入信号和噪声对单模激光随机共振的影响 *

徐大海^{1,3} 吴子瑕¹ 曹力² 吴大进³

(1) 长江大学物理科学与技术学院, 湖北荆434100)

(2) 华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(3) 华中科技大学物理系, 武汉 430074)

摘要 采用色抽运噪声和实虚部间关联的量子噪声驱动的单模激光损失模型, 运用线性化近似方法计算了周期性信号加性输入时激光系统的输出光强信噪比, 发现用信噪比与量子噪声实虚部间关联系数的关系曲线描述的随机共振现象。在抽运噪声自关联为短时关联情况下, 当信号振幅增大和频率增快、抽运噪声色关联时间增大时, 系统的随机共振加强; 而噪声强度的增加会削弱系统的随机共振。在抽运噪声自关联为长时关联情况下, 当信号振幅增大和量子噪声强度减弱时, 系统的随机共振加强; 而信号频率、抽运噪声强度、抽运噪声色关联时间的变化对系统随机共振的影响很小。

关键词 激光物理; 噪声; 信号; 信噪比; 随机共振

中图分类号 O410 **文献标识码** A

0 引言

20多年前, Benzi^[1] 和 Nicolis^[2] 发现了随机共振现象, 随着随机共振在多门学科中被实验所观察到, 对随机共振现象的研究已成为人们关注的课题^[3~8]。在激光系统中, 人们首先在双模环形激光器中观测到了随机共振^[9]。研究结果表明, 在激光系统中输入信号后, 由于噪声和信号之间的协作效应, 系统会出现随机共振现象^[10~12], 因此, 输入信号、驱动系统的噪声及其关联形式均对随机共振有很大的影响。研究色抽运噪声和实虚部间关联的量子噪声驱动下, 加性输入周期性信号后的单模激光系统的随机共振, 分析噪声、周期性信号等对随机共振特性的影响, 可以为应用随机共振设计和优化激光通讯系统提供理论依据, 具有十分广阔的应用前景。

本文采用线性化近似方法^[13], 计算了当抽运噪声为色噪声和量子噪声为实虚部间关联的白噪声时, 单模激光系统的输出光强信噪比, 发现信噪比与量子噪声实虚部间关联系数的关系曲线有极大值, 即系统存在随机共振现象。此外, 分别讨论了在抽运噪声自关联为短时关联(关联时间 $\tau \ll 1$)和长时关联(关联时间 $\tau \gg 1$)情况下, 输入信号振幅和频率、量子噪声和抽运噪声强度、抽运噪声自关联时间等对随机共振的影响。

1 输出光强的信噪比

单模激光损失模型的场幅朗之万方程为^[14]

$$\frac{dr}{dt'} = a_0 r - Ar^3 + \frac{P}{2r}(1 - |\lambda_q|) + rp_R(t') + \epsilon_r(t') \quad (1)$$

如果考虑周期性信号 $B\cos \Omega t'$ 对单模激光系统的影响, 则由式(1)可得单模激光损失模型输入信号后的光强方程为

$$\frac{dI}{dt'} = 2a_0 I - 2AI^2 + P(1 - |\lambda_q|) + 2Ip_R(t') + 2\sqrt{I}\epsilon_r(t') + B\cos \Omega t' \quad (2)$$

系统的噪声满足如下的统计性质

$$\begin{aligned} \langle p_R(t') \rangle &= \langle \epsilon_r(t') \rangle = 0 \\ \langle p_R(t') p_R(s) \rangle &= \frac{Q}{2\tau} e^{-\frac{|t'-s|}{\tau}} \\ \langle \epsilon_r(t') \epsilon_r(s) \rangle &= P(1 + |\lambda_q|) \delta(t' - s) \\ \langle p_R(t') \epsilon_r(s) \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

在式(1)、(2)和(3)中, a_0 、 A 分别为净增益系数和自饱和系数; I 、 B 、 Ω 分别为光强、输入信号振幅和频率; $p_R(t)$ 为抽运噪声实部; $\epsilon_r(t)$ 为相位锁定后的量子噪声; P 、 Q 分别是量子噪声和抽运噪声强度; τ 为抽运噪声自关联时间; λ_q 为量子噪声实虚部之间的关联系数, 其取值范围为 $-1 \leq \lambda_q \leq 1$ 。

设 $I = I_0 + \delta(t')$, $\delta(t')$ 为微小扰动项, 在定态光强 $I_0 = a_0/A$ 附近对式(1)线性化得

$$\frac{d\delta(t')}{dt'} = -\gamma\delta(t') + 2I_0 p_R(t') + 2\sqrt{I_0}\epsilon_r(t') + P(1 - |\lambda_q|) + B\cos \Omega t' \quad (4)$$

式(4)中 $\gamma = 2a_0$ 。

根据稳态平均光强关联函数的定义

* 国家自然科学基金(批准号: 10275025)和湖北省教育厅重点科研项目(批准号: 2003A001)资助的课题

Tel: 0716-8936086 Email: dhxu@jznu.net

收稿日期: 2004-07-14

$$C(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{\langle I(t')I(t'+t) \rangle - \langle I(t') \rangle^2}{\langle I(t') \rangle^2} =$$

$$\lim_{t' \rightarrow \infty} \left[\frac{\frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}} \langle I(t')I(t'+t) \rangle dt' - \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}} \langle I(t') \rangle^2 dt'}{\frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}} \langle I(t') \rangle^2 dt'} \right]$$

将式(4)代入上式,计算得稳态平均光强关联函数为

$$C(t) = \frac{A^2 P^2 (1 - |\lambda_q|)^2}{4a_0^4} + \left[\frac{AP(1 + |\lambda_q|)}{a_0^2} - \frac{Q}{a_0(4a_0^2\tau^2 - 1)} \right] e^{-2a_0|\tau t|} + \frac{2Q\tau}{4a_0^2\tau^2 - 1} e^{-\frac{|t|}{\tau}} + \frac{A^2 B^2 \cos \Omega t}{2a_0^2(4a_0^2 + \Omega^2)} \quad (5)$$

式中 $\tau \neq (2a_0)^{-1}$, 对式(5)作傅里叶变换可得到输出光强的功率谱

$$S(\omega) = S_1(\omega) + S_2(\omega) \quad (6)$$

式中 $S_1(\omega)$ 为输出信号功率谱, $S_2(\omega)$ 为输出噪声功率谱

$$S_1(\omega) = \frac{\pi B^2}{2(\gamma^2 + \Omega^2)} (\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)) \quad (7)$$

$$S_2(\omega) = \frac{4I_0 P(1 + |\lambda_q|)}{\gamma^2 + \omega^2} + \frac{4I_0^2 Q\tau^2}{(\gamma^2\tau^2 - 1)(1 + \omega^2\tau^2)} - \frac{4I_0^2 Q}{(\gamma^2\tau^2 - 1)(\gamma^2 + \omega^2)} \quad (8)$$

信噪比定义为输出信号总功率与 $\omega = \Omega$ 处的单位噪声谱的平均功率之比(仅取 $\omega > 0$ 的谱)

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega = \Omega)} \quad (9)$$

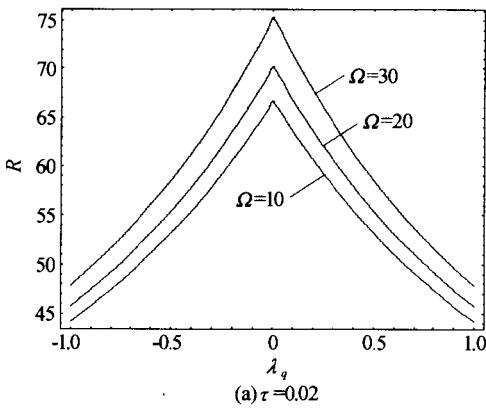


图 1 以信号频率 Ω 为参数的信噪比 R 与量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线

Fig. 1 The R vs. λ_q curve with different Ω

以信号振幅 B 为参数时由式(10)画出的 $R - \lambda_q$ 曲线如图2, 图中 $A=1, P=0.003, Q=0.003, a_0=1, \Omega=20$. 在图2(a)中可以看到, 在 $\tau \ll 1$ ($\tau = 0.02$) 时, 信噪比 R 在 $\lambda_q = 0$ 处出现共振峰, 且随着信号振幅 B 的增加, R 的峰值增加, 共振峰变得更加尖锐, 表明输入信号振幅越大, 随机共振越强. 从图2(b)

将 $P_s = \int_0^\infty S_1(\omega) d\omega = \frac{\pi B^2}{2(\gamma^2 + \Omega^2)}$ 和 $S_2(\omega = \Omega)$ 代入式

(9) 得输出光强信噪比

$$R = \frac{\pi B^2}{8I_0 P(1 + |\lambda_q|) + \frac{8I_0^2 Q}{\tau^2 \Omega^2 + 1}} \quad (10)$$

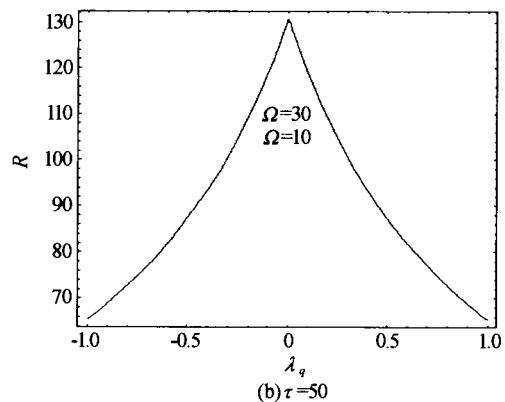
由于式(1)的导出应用了统一色噪声近似, 所以下面的讨论分 $\tau \ll 1$ 和 $\tau \gg 1$ 两种情况进行.

2 单模激光系统的随机共振现象

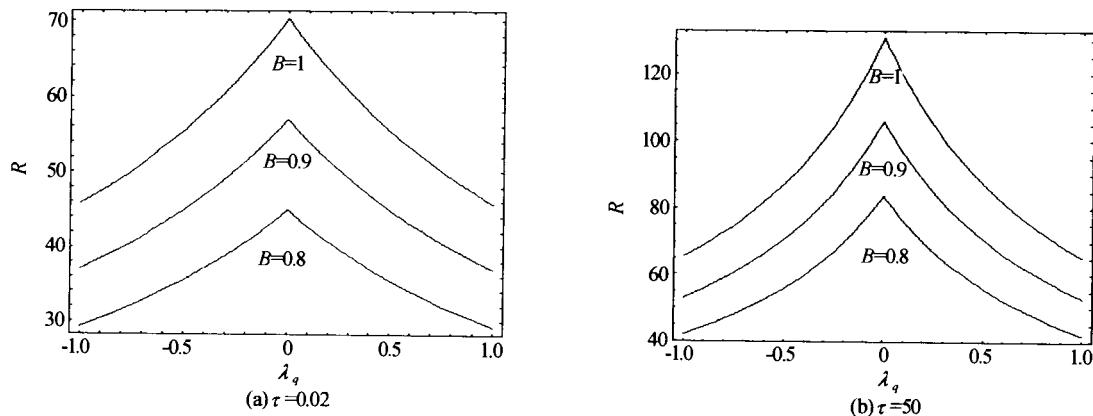
由式(10)作出的信噪比 R 和量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线出现了一个极大值, 即出现了单峰共振现象.

2.1 信号对随机共振的影响

图1为由式(10)以信号频率 Ω 为参数画出的 $R - \lambda_q$ 曲线, 图中 $A=1, P=0.003, Q=0.003, a_0=1, B=1$. 在图1(a)中可以看到, 在 $\tau \ll 1$ ($\tau = 0.02$) 时, 信噪比 R 在 $\lambda_q = 0$ 处出现共振峰, 且随着信号频率 Ω 的增加, R 的峰值增加, 共振峰变得更加尖锐, 表明输入信号频率越快, 随机共振越强. 从图1(b)可以看到, 在 $\tau \gg 1$ ($\tau = 50$) 情况下, $R - \lambda_q$ 曲线也出现共振峰, 但当信号频率 Ω 增加时, 共振峰的位置和峰值基本不变, 表明在色抽运噪声为长时关联时, 输入信号频率的变化对随机共振的影响减弱.



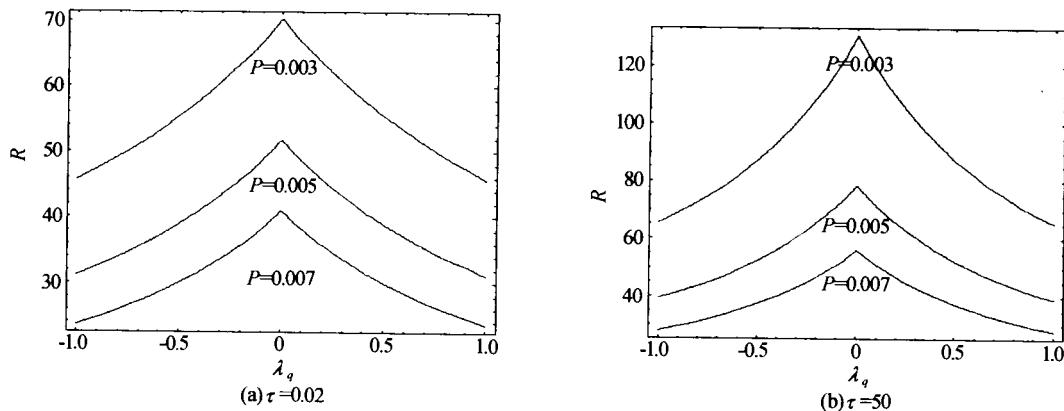
可以看出, 在 $\tau \gg 1$ ($\tau = 50$) 情况下, $R - \lambda_q$ 曲线在 $\lambda_q = 0$ 处出现共振峰, 当信号振幅 B 增加时, R 的峰值增加, 共振峰变得更加尖锐. 比较图2(a)和图2(b)可以发现, 在 B 取相同值(如 $B=1$)的情况下, 抽运噪声自关联为长时关联时 $R - \lambda_q$ 曲线的共振峰更高更尖锐.

图 2 以信号振幅 B 为参数的信噪比 R 与量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线Fig. 2 The R vs. λ_q curve with different B

2.2 噪声对随机共振的影响

以量子噪声强度 P 为参数由式(10)画出的 $R-\lambda_q$ 曲线如图 3, 图中 $A=1, Q=0.003, a_0=1, B=1, \Omega=20$. 在图 3 中我们可以看到, 在 $\tau \ll 1$ 和 $\tau \gg 1$

两种情况下, 信噪比 R 均在 $\lambda_q=0$ 处出现共振峰, 且随着 P 的减小, R 的峰值增加, 共振峰变得更加尖锐. 当量子噪声强度相同时, 抽运噪声自关联为长时关联时 $R-\lambda_q$ 曲线的共振峰更高更尖锐.

图 3 以量子噪声强度 P 为参数的信噪比 R 与量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线Fig. 3 The R vs. λ_q curve with different P

以抽运噪声强度 Q 为参数时由式(10)画出的 $R-\lambda_q$ 曲线如图 4, 图中 $A=1, P=0.003, a_0=1, B=1, \Omega=20$. 从图 4 可以看出: 在 $\tau \ll 1$ 和 $\tau \gg 1$ 两种情况下, 信噪比 R 均在 $\lambda_q=0$ 处出现共振峰; 在

$\tau \ll 1$ 情况下, 当抽运噪声强度 Q 减小时, 共振峰变高变尖锐, 系统的随机共振加强; 在 $\tau \gg 1$ 情况下, 当抽运噪声强度 Q 减小时, 共振峰的位置和高度基本不变, 即抽运噪声强度的变化对随机共振的影响很小.

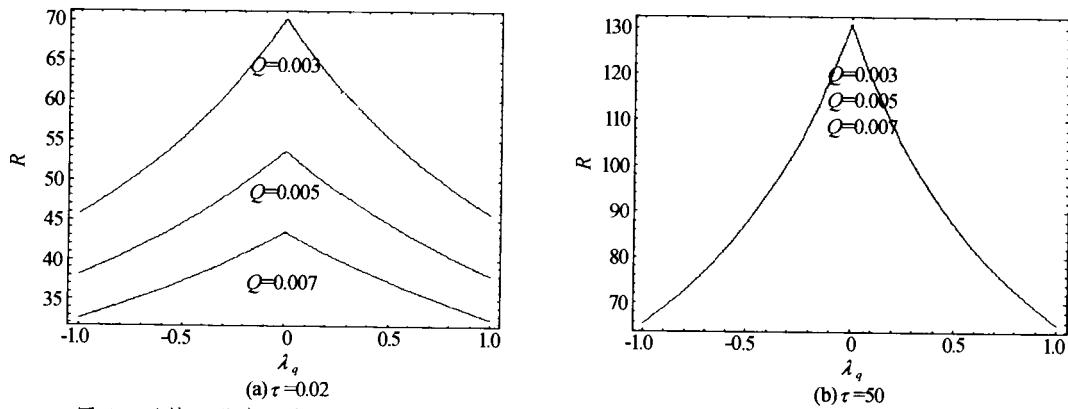
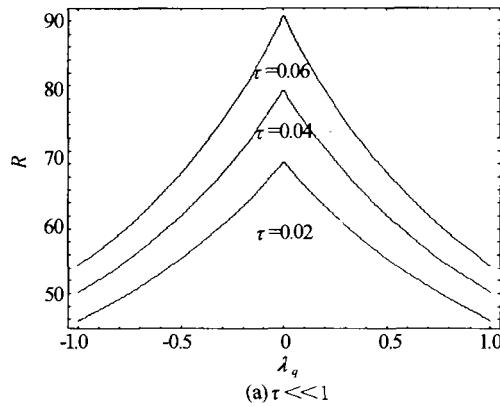
图 4 以抽运噪声强度 Q 为参数的信噪比 R 与量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线Fig. 4 The R vs. λ_q curve with different Q

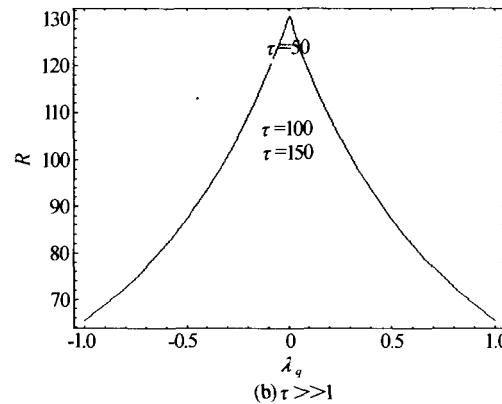
图 5 是根据式(10)以抽运噪声自关联时间 τ 为参数画出的 $R-\lambda_q$ 曲线, 图中 $A=1, P=0.003, \Omega=$

$0.003, a_0=1, B=1, \Omega=20$. 在 $\tau \ll 1$ 的情况下, 如图 5(a), 信噪比 R 在 $\lambda_q=0$ 处出现共振峰, 而且随着抽

运噪声自关联时间 τ 的增大, R 的极大值位置不变, 但大小增加, 使共振峰变得更加尖锐。在 $\tau \gg 1$ 的情况下, 如图 5(b), 信噪比 R 在 $\lambda_q = 0$ 处出现共振峰,

(a) $\tau \ll 1$

但 τ 变化时, 共振峰的位置和高度基本不变, 即抽运噪声自关联时间的变化对随机共振的影响很小。

(b) $\tau \gg 1$ 图 5 以抽运噪声自关联时间 τ 为参数的信噪比 R 与量子噪声实虚部间关联系数 λ_q 的关系曲线Fig. 5 The R vs. λ_q curve with different τ

3 结论

综合前面的讨论, 可以得到如下的结论: 1) 所讨论的激光系统出现了用 $R-\lambda_q$ 关系曲线描述的随机共振现象; 2) 在抽运噪声自关联为短时关联情况下, 当信号振幅增大和频率增快、抽运噪声色关联时间增大时, 系统的随机共振加强; 而噪声强度的增加会削弱系统的随机共振; 3) 在抽运噪声自关联为长时关联情况下, 当信号振幅增大时, 系统的随机共振加强; 当量子噪声强度增加时, 系统的随机共振减弱; 而信号频率、抽运噪声强度、抽运噪声色关联时间的变化对系统随机共振的影响很小。

文献[12]在量子噪声和抽运噪声均为白噪声的情况下, 研究了具有实虚部间关联的量子噪声和抽运噪声驱动的单模激光线性系统中的随机共振现象, 发现输出信噪比与输入信号频率无关。本文的研究表明, 信噪比与输入信号频率以及色抽运噪声自关联时间均有关系, 而且在抽运噪声自关联为短时关联情况下, 信号频率对系统的随机共振影响很大。因而可以通过改变输入信号的振幅和频率来对系统的随机共振现象进行调控, 这为应用随机共振优化激光通讯系统的设计提供了新的方法和理论依据。

参考文献

- 1 Benzi R, Stutera A, Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *J Phys A: Math Gen*, 1981, **14**(11): L453~L457
- 2 Nicolis G, Nicolis C. Stochastic aspects of climatic transits-additive fluctuations. *Tellus*, 1981, **33**: 225~234
- 3 Rozenfeld R, Freund J A, Neiman A, et al. *Phys Rev E*, 2001, **64**(5): 051107~051114
- 4 Luo X Q, Zhu S Q. Stochastic resonance driven by two different kinds of colored noise in a bistable system. *Phys Rev E*, 2003, **67**(2): 021104~021117
- 5 Tessone C J, Wio H S, Hanggi P. Stochastic resonance driven by time-modulated correlated white noise sources. *Phys Rev E*, 2000, **62**(4): 4623~4632
- 6 Luo X Q, Zhu S Q, Chen X F. Effects of colored noise on the intensity and phase in a laser system. *Phys Lett A*, 2001, **287**(1-2): 111~119
- 7 程庆华, 曹力, 吴大进, 等. 单模激光系统线性化近似适用范围的分析. 光子学报, 2004, **33**(5): 517~520
Cheng Q H, Cao L, Wu D J, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(5): 517~520
- 8 程庆华, 曹力, 吴大进, 等. 单模激光系统中信噪比对净增益的随机共振. 光子学报, 2004, **33**(8): 901~904
Cheng Q H, Cao L, Wu D J, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8): 901~904
- 9 Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, et al. Stochastic resonance. *Rev Mod Phys*, 1998, **70**(1): 223~287
- 10 Wang J, Cao L, Wu D J. Stochastic resonance in a bistable sawtooth potential driven by correlated multiplicative and additive noise. *Chin Phys Lett*, 2002, **19**(10): 1416~1419
- 11 Cheng Q H, Cao L, Xu D H, et al. Influence of the net gain on characteristic of stochastic resonance in a single-mode laser system. *Chin Opt Lett*, 2004, **2**(6): 331~333
- 12 程庆华, 曹力, 吴大进, 等. 关联噪声驱动下单模激光系统的随机共振现象. 华中科技大学学报, 2004, **32**(3): 32~42
Cheng Q H, Cao L, Wu D J, et al. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 2004, **32**(3): 32~42
- 13 Hernandez-Garcia E, Toral R, San Miguel M.

Intensity correlation functions for the colored gain-noise model of dye lasers. *Phys Rev A*, 1990, **42**(11):6823~6830

14 Ke S Z, Cao L, Wu D J. General laser intensity langevin equation in a single-mode laser model. *Chin Phys Lett*, 2001, **18**(3):370~372

Influence of the Input Signal and Noise on Characteristic of Stochastic Resonance in a Single-mode Laser System

Xu Dahai^{1,3}, Wu Zixia¹, Cao Li², Wu Dajin³

¹ School of Physics Science and Thchnology, Yangtze University, Jinzhou 434100

² State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

³ Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

Received date: 2004-07-14

Abstract Using the linear approximation method, the signal-to-noise ration of the output intensity for a loss-noise model of a single-mode laser driven by the colored pump noise and the quantum noise with cross-correlation between the real and imaginary parts have been calculated, when the laser system input an additive periodically signal, and detected the phenomenon of stochastic resonance in the laser system by virtue of the curve of signal-to-noise versus cross-correlation coefficient between the real and imaginary parts of the quantum noise. Moreover, when the pump noise self-correlation time is very short, with the increase of the amplitude and frequency of the signal, and pump noise self-correlation time, the stochastic resonance in the laser system will enhance, but with the increase of the noises intensity the resonance will decrease. When the pump noise self-correlation time is very long, with the increase of the amplitude of signal and quantum noise intensity, the stochastic resonance in the laser system will enhance, but the frequency of the signal, intensity of the pump noise, and the change of the pump noise self-correlation time influence the characteristic of stochastic resonance in the laser system little.

Keywords Laser physics; Noise; Signal; Signal-to-noise ration; Stochastic resonance



Xu Dahai was born on May. 8 1957, in Minggang, Henan Province. He graduated from Jingzhou Teachers College in 1981. He received his M. S. degree in theoretical physics from Huazhong Normal University in 2000. Now he is a professor in the School of Physics Science and Technology Yangtze University. He is engaged in optics teaching and the research work. His major research field includes quantum optics and laser physics.