

混沌系统的递次错位反馈控制方法研究*

吕 翎 李 义 邱东超 刘 艳

(辽宁师范大学物理系, 大连 116029)

摘 要 设计了一种递次错位反馈控制(SDF)方法来实现混沌控制. 介绍了 SDF 方法的控制原理, 以单模激光 Lorenz 混沌系统作为典型的例子, 验证了这种控制方法的有效性. 比较单模激光 Lorenz 混沌系统受控前后相图、功率谱和相空间重构等刻划混沌系统的特征量. 数值模拟结果显示, 受控系统的相图和相空间重构中由具有无穷嵌套自相似结构并限定在有限相空间内的混沌吸引子转变为周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数) 的周期轨道; 同时, 功率谱也由连续谱转变为具有独立单峰的分立谱.

关键词 非线性动力学; 混沌控制; 递次错位反馈; 单模激光 Lorenz 系统; 周期轨道

中图分类号 O437 **文献标识码** A

0 引言

自从 1990 年 Ott, Grebogi 和 Yorke 提出控制混沌的参数微扰(OGY)方法^[1]以来, 混沌控制的理论研究在国际上取得了突破性的进展, 由此产生了诸多控制方法, 如参数共振法^[2]、间隙线性反馈方法^[3]、自适应反馈方法^[4]、延时反馈方法^[5]以及外力反馈方法^[6]等. 这些控制方法能使各种混沌系统达到以下主要的控制目标: 一是对混沌吸引子内存在的无穷个不稳定周期轨道中的某个周期轨道进行有效的稳定控制; 二是将混沌系统控制在任意的周期轨道, 使系统获得新的动力学行为; 三是实现两个或多个相同动力学系统的周期同步、混沌同步或超混沌同步. 随着混沌控制理论研究的不断深入, 带动了其实验研究的开展, 同时, 也向人们展示了诱人的应用前景, 从而使混沌及混沌控制的研究成为目前国内外科学研究的前沿课题^[7~15]. 本文设计了一种递次错位反馈控制(SDF)方法来实现混沌控制. 介绍了 SDF 方法的控制原理, 以单模激光 Lorenz 混沌系统作为典型的例子, 验证了这种控制方法的有效性. 比较单模激光 Lorenz 混沌系统受控前后相图、功率谱和相空间重构等刻划混沌系统的特征量. 数值模拟结果显示, 受控系统的相图和相空间重构中由具有无穷嵌套自相似结构并限定在有限相空间内的混沌吸引子转变为周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数) 的周期轨道; 同时, 功率谱也由连续谱转变为具有独立单峰的分立谱.

1 控制方案的设计

设 N 维非线性连续系统的动力学方程具有如下形式

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(\{x_k\}, \{g_l\}) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(\{x_k\}, \{g_l\}) \\ \dots \\ \frac{dx_N}{dt} = f_N(\{x_k\}, \{g_l\}) \end{cases} \quad (k=1, 2, \dots, N; l=1, 2, \dots, M) \quad (1)$$

这里 f_k (f_1, f_2, \dots, f_N) 为非线性函数, $\{x_k\}$ 为系统变量, $\{g_l\}$ 为系统参数.

对非线性连续系统的动力学式(1)施加递次错位反馈控制, 将式(1)中第 1 个变量 x_1 的一部分 ax_1 反馈到第 2 个方程的右边, 将第 2 个变量 x_2 的一部分 ax_2 反馈到第 3 个方程的右边 \dots , 依次递推, 最后, 将第 N 个变量 x_N 的一部分 ax_N 反馈到第 1 个方程的右边, 即

$$\begin{matrix} f_1(\{x_k\}, \{g_l\}) & \leftarrow & \alpha_N x_N \\ f_2(\{x_k\}, \{g_l\}) & \leftarrow & \alpha_1 x_1 \\ f_3(\{x_k\}, \{g_l\}) & \leftarrow & \alpha_2 x_2 \\ \dots & \leftarrow & \dots \\ f_N(\{x_k\}, \{g_l\}) & \leftarrow & \alpha_{N-1} x_{N-1} \end{matrix} \quad (2)$$

受控后的非线性连续系统的动力学方程变成

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = f_1(\{x_k\}, \{g_l\}) + ax_N \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(\{x_k\}, \{g_l\}) + ax_1 \\ \dots \\ \frac{dx_N}{dt} = f_N(\{x_k\}, \{g_l\}) + ax_{N-1} \end{cases} \quad (3)$$

这里 a 是反馈参数, 这便是递次错位反馈(SDF)控制方法.

*国家自然科学基金(No. 10175032)及辽宁省教育厅自然科学基金(No. 202122023)资助

Tel: 0411-84259566 Email: lshdgd@sina.com.cn

收稿日期: 2004-07-09

若系统参数 g_l 在 g_{l0} 处有不稳定不动点 $x_k^{(F)}$, 附近作 Taylor 展开, 求得其 Jacobi 矩阵为将受控后的非线性连续系统的动力学式(3)在 $x_k^{(F)}$

$$L = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & a + \frac{\partial f_1}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} \\ a + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_N}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \dots & a + \frac{\partial f_N}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \frac{\partial f_N}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} \end{vmatrix} \quad (4)$$

则本征值方程为

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} - \lambda & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & a + \frac{\partial f_1}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} \\ a + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_N}{\partial x_1} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \dots & a + \frac{\partial f_N}{\partial x_{N-1}} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} & \frac{\partial f_N}{\partial x_N} \Big|_{x_k^{(F)}, g_{l0}} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

可以看出, 由于反馈的加入, 导致相应的 Jacobi 矩阵及本征值 λ 与原混沌系统不同, 使系统受控前后相图、功率谱和相空间重构等刻画混沌系统的特征量发生变化, 从而使系统动力学性质发生了改变.

用单模激光 Lorenz 混沌系统对此方法进行了数值模拟, 取得了理想的控制效果. 单模激光 Lorenz 混沌系统是一个三变量动力学方程组^[16]

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(x-y) \\ \frac{dy}{dt} = (\mu-z)x-y \\ \frac{dz}{dt} = xy-bz \end{cases} \quad (6)$$

其中 σ, μ, b 为参数, $\sigma=10, \mu=30, b=8/3$.

2 控制结果与分析

通过数值模拟结果对单模激光 Lorenz 混沌系统受控前后的动力学行为进行了比较. 在控制过程中系统本身的参数 σ, μ, b 值保持不变, 调节反馈参数 a , 作 2.0×10^4 次迭代, 计算步长取 0.01, 比较系统受控前后相图、功率谱和相空间重构等刻画混沌系统的特征量的变化.

系统受控前后相图如图 1、图 2. 图 1 为受控前的相图, 可以看到其轨迹存在于有界的区间内, 轨线表现出遍历性并具有特殊的自相似结构, 轨线在某些部位十分密集而形成带, 带与带之间又有空隙, 若将相空间放大, 可以发现带内还有被不同层次小的空隙隔开的带, 他们的结构形状与原来的带和空隙

相似, 这是混沌吸引子的典型特征. 而图 2 (a)、(b)、(c)和(d)为受控后的相图, 明显地轨线变为 n 条封闭曲线, 这是周期轨道的典型特征. 这表明受控系统由具有无穷嵌套自相似结构并限定在有限相空间内的混沌吸引子转变为周期轨道, 模拟发现可以将系统控制到的周期轨道数目为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数).

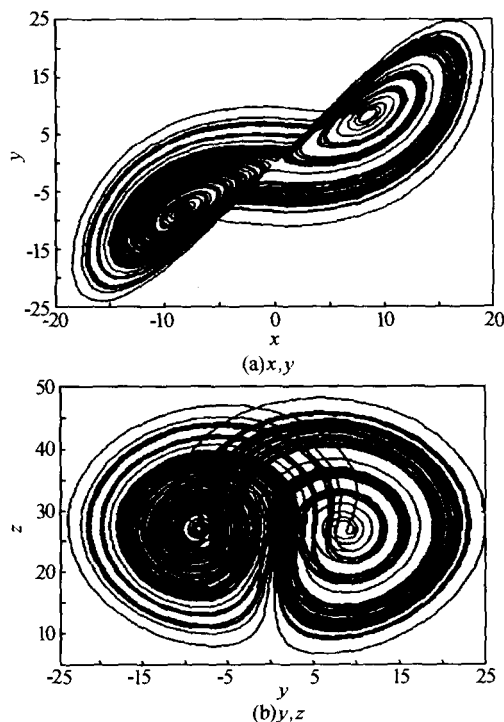


图 1 相平面的混沌吸引子
Fig. 1 The chaotic attractor of phase space

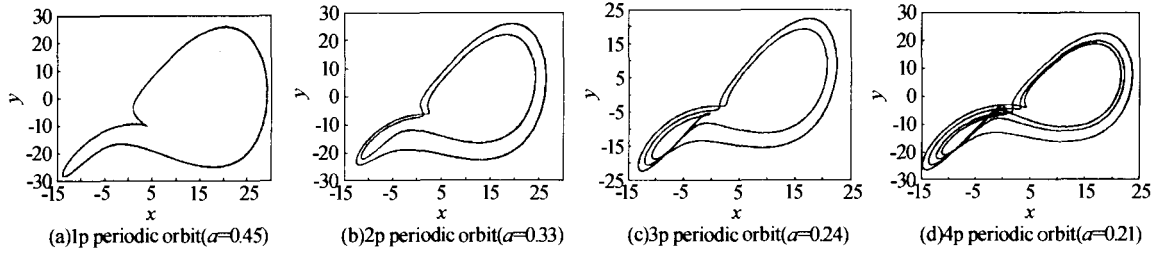


图 2 受控系统的周期轨道
Fig. 2 The periodic orbits in the controlled system

功率谱中具有独立单峰和具有单峰的宽带是区分周期运动与混沌的主要标志,利用快速 Fourier 变换算法计算单模激光 Lorenz 混沌系统受控前后的功率谱如图 3、图 4. 可以看到,系统受控前的功率谱是具有单峰和噪声背景的分立谱,表示系统处于混沌状态;图 4 是受控后 4p 周期轨道的功率谱,噪声背景完全消失,变为仅存在单峰的分立谱,这是周期运动的典型特征.

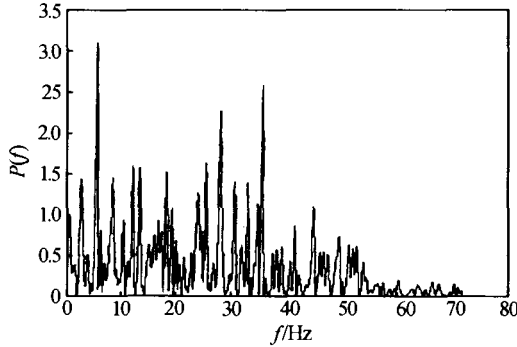


图 3 混沌系统的功率谱
Fig. 3 The power spectrum in the chaos system

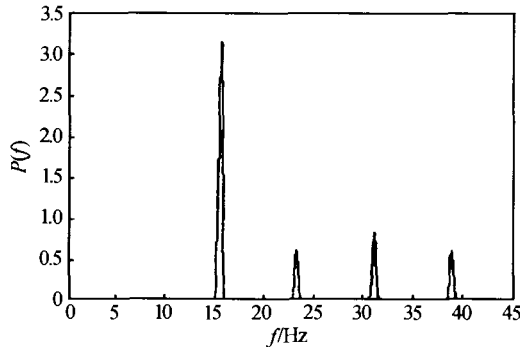


图 4 4p 轨道的功率谱
Fig. 4 The power spectrums of periodic orbit

选取 (x, \dot{x}) 组成相空间的坐标,这里 \dot{x} 是 x 对时间的一阶导数,这样重构的相空间虽然是用一个变量在不同时刻的值构成的相空间,但整个混沌系统中一个变量的变化必然与该变量和系统中的其它变量的相互作用有关,该变量随时间的变化隐含着整个系统的变化规律,因此,重构的相空间中轨线的分布和结构也能够反映出整个系统的运动特征.图 5 给出单模激光 Lorenz 混沌系统受控前重构相空间中的轨线,发现它表现出和受控前混沌吸引子相

类似的特征.图 6 是受控后系统重构相空间中的 2p 周期轨道,它是两条封闭曲线,说明系统由混沌态转变为周期态.

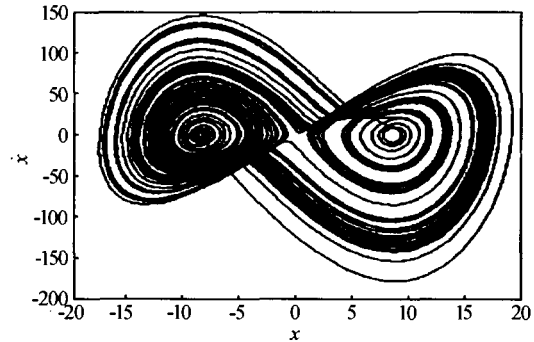


图 5 混沌系统的相空间重构
Fig. 5 The reconstruction of phase space in the chaos system

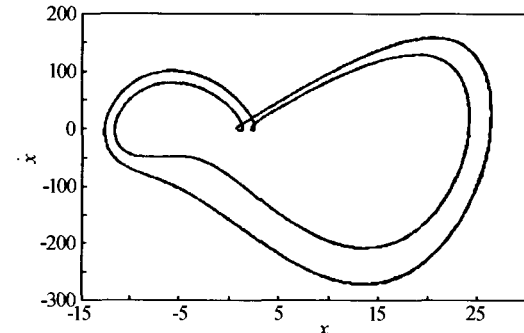


图 6 受控后系统的相空间重构(2p 轨道)
Fig. 6 The reconstruction of phase space in the controlled system (2p periodic orbit)

3 结论

单模激光 Lorenz 混沌系统在本文设计的 SDF 控制方法下得到了有效控制.通过仿真模拟系统受控前后相图、功率谱和相空间重构等刻画混沌系统特征量的变化发现,递次错位反馈控制使 Lorenz 混沌系统的功率谱由具有尖峰和噪声背景的分立谱转变为仅存在尖峰的分立谱,相图和相空间重构中系统的轨迹由混沌吸引子转变为周期数为 $2^n \times 3^m p$ (n, m 为整数)的周期轨道.同时, SDF 控制方法的控制参数是系统的外部参数而不是受控系统的内部参数,控制操作过程中易于调节,这为该方法的应用研究提供了方便可行的有效途径.

参考文献

- 1 Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**(11):1196~1199
- 2 Roy R, Murphy Jr T W, Maier T D, et al. Dynamical control of chaotic laser: experimental stabilization of a globally coupled system. *Phys Rev Lett*, 1992, **68**(9):1259~1262
- 3 Gumez J, Matias M A. Controlling of chaos in unidimensional map. *Phys Lett(A)*, 1993, **181**(1):29~32
- 4 Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback. *Phys Lett(A)*, 1992, **170**(6):421~428
- 5 Dressler U, Nitsche G. Controlling chaos using time delay coordinates. *Phys Rev Lett*, 1992, **68**(1):1~4
- 6 吕翎, 李钢. 周期扰动位相对化学振荡的调制效应. *化学物理学报*, 2003, **16**(3):193~196
Lü L, Li G. *Chin J Chem Phys*, 2003, **16**(3):193~196
- 7 Osipov G V, Kozlov A K, Shalfeev V D. Impulse control of chaos in continuous systems. *Phys Lett(A)*, 1998, **247**(1-2):119~128
- 8 Yang T Y, Yang L B, Yang C M. Theory of control of chaos using sampled data. *Phys Lett(A)*, 1998, **246**(3-4):284~288
- 9 Chen L Q. An open-plus-closed-loop control for discrete chaos and hyperchaos. *Phys Lett(A)*, 2001, **281**(5-6):327~333
- 10 Tian Y C, Tade M O, Levy D. Constrained control of chaos. *Phys Lett(A)*, 2002, **296**(2-3):87~90
- 11 Alvarez-Ramirez J, Espinosa-Paredes G, Puebla H. Chaos control using small-amplitude damping signals. *Phys Lett(A)*, 2003, **316**(3-4):196~205
- 12 吕翎, 栾玲, 杜增. 控制单模激光 Haken-Lorenz 系统混沌的一种有效方法. *光子学报*, 2004, **33**(4):416~419
Lü L, Luan L, Du Z. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4):416~419
- 13 吕翎, 杜增, 栾玲. 状态反馈控制声光双稳系统的倍周期分岔和混沌. *光子学报*, 2004, **33**(11):1401~1404
Lü L, Du Z, Luan L. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(11):1401~1404
- 14 Trimper S, Zabrocki K. Delay-controlled reactions. *Phys Lett(A)*, 2004, **321**(4):205~215
- 15 吕翎, 李钢, 曹海静. 声光双稳系统混沌的控制. *中国激光*, 2004, **31**(2):161~163
Lü L, Li G, Cao H J. *J Chin Laser*, 2004, **31**(2):161~163
- 16 吕翎, 李成仁, 陆博翹. 单模激光混沌特性的理论研究. *光学技术*, 1998, **24**(2):35~43
Lü L, Li C R, Lu B Q. *Opt Tech*, 1998, **24**(2):35~43

The Study on Successive Dislocation Feedback Method of Chaos System

Lü Ling, Li Yi, Qiu Dongchao, Liu Yan

Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029

Received date: 2004-07-09

Abstract The successive dislocation feedback (SDF) method is proposed to control chaos system. Controlling principle is introduced, and single-mode laser Lorenz system is taken as a typical example to demonstrate the effectiveness of this method. The characteristic quantity of the uncontrolled and controlled system (phase figure, power spectrums, reconstruction of phase space etc.) is compared with each other. The numerical simulation results show that the phase figure and reconstruction of phase space in the system can be changed into the periodic states from the chaotic attractor which has self similar structure of infinite embedment and is restricted within terminate phase space, and the periodic numbers of different periodic orbits are $2^n \times 3^m p$ (n, m are integers); meanwhile the power spectrums of the system can also be changed from the continuous spectrum into the discrete spectrums with some separation single peaks.

Keywords Nonlinear dynamics; Chaotic control; Successive dislocation feedback; Single-mode laser Lorenz system; Periodic orbit

Lü Ling was born in 1960. She received the M. S. degree in theoretical physics from Liaoning Normal University, in 1988. Now she is a professor at Department of Physics, Liaoning Normal University. Her research interest is in nonlinear physics.

