

修正的光束传输法在阵列波导光栅中的应用*

刘 辛 鲁 平 刘 德 明

(华中科技大学光电子工程系, 武汉 430074)

摘 要 以亥姆赫兹方程为基础, 对传统的有限差分光束传播法进行修正, 提出一种修正后的新算法, 将修正后的算法与传统算法进行了比较, 并给出了用其计算阵列波导光栅中的传输光场的应用结果. 通过比较计算结果和应用结果得出结论: 修正后的算法可以准确计算光波场, 并提高了计算精确度, 有一定实用价值.

关键词 修正的有限差分光束传播法(MFD-BPM); 亥姆赫兹方程; 阵列波导光栅(AWG)

中图分类号 O436 **文献标识码** A

0 引言

随着光纤通信和光信号处理的发展, 人们越来越关注光集成技术, 现在有很多数值分析方法分析集成光波导, 包括线性法、模匹配法、耦合模理论、光束传输法、时域有限差分法、有效折射率法等. 由于光束传输法(BPM)简单方便, 准确性高, 因此在光波导数值分析中, BPM^[1]是主要方法.

本文提出了一种修正后的有限差分光束传输法(MFD-BPM), 提高了传统有限差分光束传输法(FD-BPM)的精度, 并将其应用于计算阵列波导光栅中的传输光场, 给出了模拟结果.

1 修正后的有限差分光束传输法推导

光的传输遵循的是亥姆赫兹方程, 考虑二维情况, 亥姆赫兹方程可以写为以下形式

$$a \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + bE \quad (1)$$

其中 $a = 2jkn_c$, $b = k^2[n^2(x, z) - n_c^2]$, k 是自由空间波数, $n(x, z)$ 是空间折射率分布, n_c 是参考折射率.

用 Crank-Nicholson 格式的有限差分对式(1)进行求解, 将横向坐标 x 和传输方向坐标 z 均进行离散化, 横向步长为 Δx , 纵向步长为 Δz . 在横向上设光场为 E_i ($i=0, 1, \dots, n$), 对 E_{i+1} 和 E_{i-1} 做六阶泰勒展开, 可得到式(2)、(3)^[2]

$$E_{i+1} = E_i + \Delta x \frac{\partial E_i}{\partial x} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{1}{6} \Delta x^3 \frac{\partial^3 E_i}{\partial x^3} + \frac{1}{24} \Delta x^4 \frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4} + \frac{1}{120} \Delta x^5 \frac{\partial^5 E_i}{\partial x^5} + \frac{1}{720} \Delta x^6 \frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6} \quad (2)$$

$$E_{i+1} = E_i - \Delta x \frac{\partial E_i}{\partial x} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} - \frac{1}{6} \Delta x^3 \frac{\partial^3 E_i}{\partial x^3} +$$

$$\frac{1}{24} \Delta x^4 \frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4} - \frac{1}{120} \Delta x^5 \frac{\partial^5 E_i}{\partial x^5} + \frac{1}{720} \Delta x^6 \frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6} \quad (3)$$

式(2)+(3)可以得到

$$E_{i+1} + E_{i-1} = 2E_i + \Delta x^2 \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} +$$

$$\frac{1}{12} \Delta x^4 \frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4} + \frac{1}{360} \Delta x^6 \frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6}$$

即

$$\frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} = \frac{E_{i+1} + E_{i-1} - 2E_i}{\Delta x^2} - \frac{1}{12} \Delta x^2 \frac{\partial^4 E_i}{\partial x^4} -$$

$$\frac{1}{360} \Delta x^4 \frac{\partial^6 E_i}{\partial x^6} \quad (4)$$

用式(4)右边三项来取代式(1)中的 $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$, 其中

$\Delta x^2 \frac{\partial^4 E}{\partial x^4}$ 和 $\Delta x^4 \frac{\partial^6 E}{\partial x^6}$ 项就是修正项, 它们提高了传统

FD-BPM 的精度. 反复代入式(1)和式(4), 并在横向上将 E 对 x 的偏导写成差分形式, $\Delta x^2 \frac{\partial^4 E}{\partial x^4}$ 和

$\Delta x^4 \frac{\partial^6 E}{\partial x^6}$ 项可以写成

$$\Delta x^2 \frac{\partial^4 E}{\partial x^4} = (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i+1} + (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i-1} - 2(a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_i + o(\Delta x)^4 \quad (5)$$

$$\Delta x^4 \frac{\partial^6 E}{\partial x^6} = 12[(a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i+1} + (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i-1} - 2(a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_i] + o(\Delta x)^2 \quad (6)$$

再将式(4)、(5)、(6)代入式(1), 其中式(5)和式(6)中的 Δx 的高阶无穷小量可以忽略, 得到式(7)

$$\frac{E_{i+1} + E_{i-1} - 2E_i}{\Delta x^2} = \frac{7}{60} (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i+1} + \frac{7}{60} (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_{i-1} + \frac{23}{30} (a \frac{\partial E}{\partial z} - bE)_i \quad (7)$$

将式(7)中的 $\frac{\partial E}{\partial z}$ 写成纵向上的差分形式, 得到式(8)

$$M \times E_{i-1}^{n+1} + N \times E_i^{n+1} + M \times E_{i+1}^{n+1} =$$

*武汉市科技攻关计划(编号:2002100513005)资助项目
Tel:027-87553481 Email:lxheroes@126.com
收稿日期:2004-06-01

$$P \times E'_{i-1} + Q \times E'_i + P \times E'_{i+1} \tag{8}$$

式中 $M = (\frac{7}{30} jkn_c - \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} - \frac{7}{120} \Delta z b)$

$$N = (\frac{23}{15} jkn_c + \frac{\Delta z}{\Delta x^2} - \frac{23}{60} \Delta z b)$$

$$P = (\frac{7}{30} jkn_c + \frac{\Delta z}{2\Delta x^2} + \frac{7}{120} \Delta z b)$$

$$Q = (\frac{23}{15} jkn_c - \frac{\Delta z}{\Delta x^2} + \frac{23}{60} \Delta z b)$$

$$b = k^2 [n^2(x, z) - n_c^2]$$

E 的上标代表纵向 z 上的离散点, 下标代表横向上的离散点.

式(8)即为 MFD-BPM 的最后表达式. 修正后的算法表现形式也是三对角线性方程组, 和传统算法的计算机解法是一样的. 在计算时, 边界上采用完全透明边界条件(TBC)^[3].

用模式失配损失 L_m 来评估算法的精确性, L_m 是反映算法精确度的重要指标, 二维波导结构中, L_m 的定义如下

$$L_m = -10 \log \left[\frac{|\int E_0 E^* dx|^2}{[\int |E_0|^2 dx]^2} \right]$$

式中 E_0 为基模场, E^* 为传输模场, 理想的单模传输时, $L_m = 0$, 但实际中 L_m 是不为 0 的, 它的大小反映了算法的准确性. 图 1 是取纵向步长为 $0.5 \mu\text{m}$, 用传统的 FD-BPM 和 MFD-BPM 算出的 L_m 随横向步长的变化, 从图中可以看出, 随着横向步长的增加, L_m 是逐渐增加的, 说明横向步长越小越精确, 而对同一个横向步长, MFD-BPM 算出的 L_m 比传统算法算出的 L_m 小, 因此修正后的算法精度比传统算法的精度提高了.

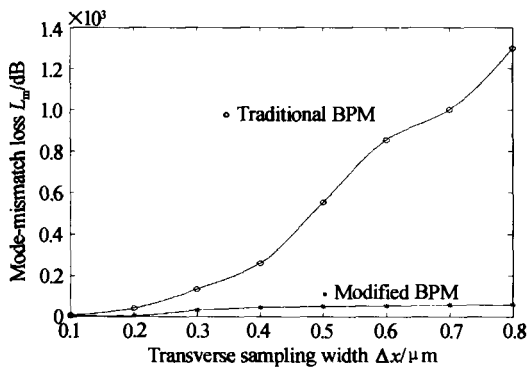


图 1 L_m 随横向步长的变化
Fig. 1 The change of the L_m by the horizontal step

2 MFD-BPM 在阵列波导光栅中传输光场计算上的应用

阵列波导光栅(AWG)主要是由输入/输出波导、阵列波导及连接它们的两个对称平板波导组成^[4]. 这里设入射光场为高斯光场^[5], 用 MFD=BPM 来计算 AWG 中的传输光场, 并在输入平板波

导的输入端、输出端、阵列波导的输入端、输出端、输出平板波导的输入端和输出端几个横截面上截取计算结果图形.

1) 输入平板波导的输入端

在截止波长附近基模的场形近似为高斯分布, 因而可用高斯函数进行模拟. 设入射光场为归一化高斯光场: $E_i = 4 \sqrt{\frac{2}{\pi w_i^2}} e^{-(\frac{x}{w_i})^2}$ ^[6], 其中 $w_i = W_i(0.321 + 2.1V^{-\frac{3}{2}} + 4V^{-6})$ 为模场半径, $W_i = 6 \mu\text{m}$ 为输入波导宽度, $V = \frac{2\pi W_i}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ 为归一化频率, $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ 为 AWG 中心波长, $n_1 = 1.455$ 为芯层折射率, $n_2 = 1.446$ 为包层折射率, 由有效折射率方法可求出基模的有效折射率 $n_{cl} = 1.453974$, x 为横向上所取点到光场中心点(原点)的距离, 根据上述参数, 在输入平板波导的输入端光场分布如图 2.

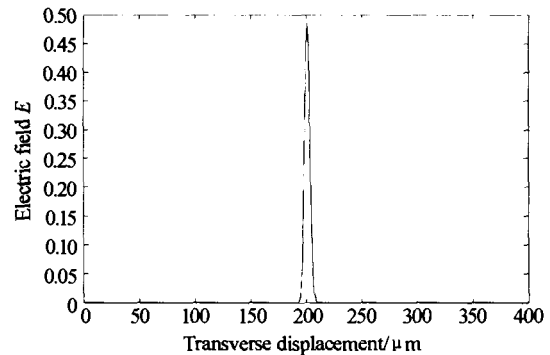


图 2 输入平板波导的输入端光场分布
Fig. 2 The light distributing at the input of the input slab

2) 输入平板波导的输出端

设输入平板波导长 $1000 \mu\text{m}$, 宽 $400 \mu\text{m}$, 用 MFD-BPM 计算输入平板波导中的光场传输, 取横向步长 $0.2 \mu\text{m}$, 纵向步长 $1 \mu\text{m}$, 在输入平板波导的输出端算出的光场分布如图 3.

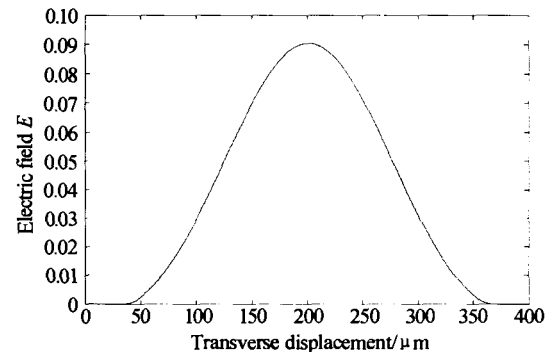


图 3 输入平板波导的输出端光场分布
Fig. 3 The light distributing at the output of the input slab

3) 阵列波导的输入端

在阵列波导^[7]的输入端, 每根阵列中的输入光场 $U(x)$ 应该是耦合系数^[8]与本阵列波导中的本征

模场的乘积： $U(x) = \alpha E_2(x)$ ，而耦合系数 $\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} E_1(x) E_2(x) dx$ ，其中 $E_1(x)$ 为输入平板波导的输出端光场，即上一步算出的光场， $E_2(x)$ 为阵列波导中的本征模场^[9]，在此仍取高斯光场，阵列波导数取 30，则每根阵列波导中的本征模场和输入平板波导输出端光场耦合进阵列波导后的光场分布分别如图 4 和图 5。

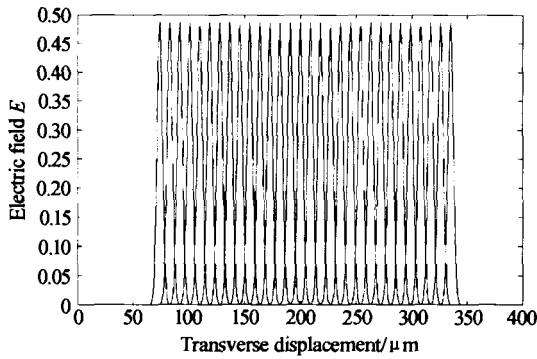


图 4 阵列波导中的本征模
Fig. 4 The light distributing of the fundamental mode in the array wave-guide

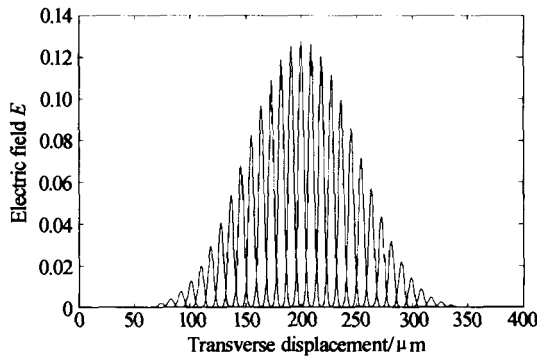


图 5 耦合后各个阵列波导输入端的场分布
Fig. 5 The light distributing of the fundamental mode in the array wave-guide after coupling

4) 阵列波导的输出端

光场在阵列波导中传输主要是引入了位相差，由于相邻阵列波导间的长度差 ΔL 是个定值，满足 $m\lambda_0 = n_c \Delta L$ ，其中 m 为衍射级， λ_0 为中心波长， n_c 为参考折射率，因此不同阵列波导引入的相位变化为

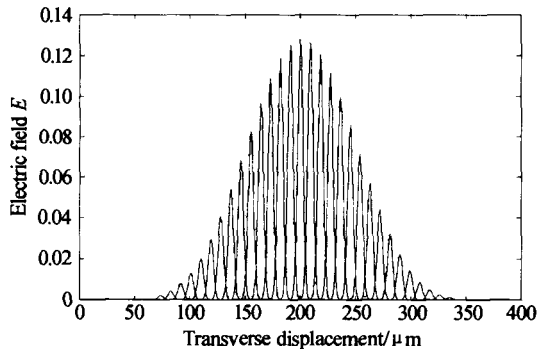


图 6 引入位相变化后各个阵列波导输出端的场分布
Fig. 6 The light distributing at each array wave-guide with the phase change

$$\Delta\Phi = e^{-2\pi i(\frac{n_c t_0}{\lambda} + m\frac{\lambda_0}{\lambda})} \tag{9}$$

其中 t_0 为最短阵列波导的长度， λ 为传输波长， $t = 0, 1, \dots, N-1$ 。将式(9)表示的相位变化引入到前面在阵列波导输入端算出的光场分布上，得到阵列波导的输出端光场分布，如图 6(这里没有考虑阵列波导的弯曲损耗)。

5) 输出平板波导的输入端

在输出平板波导的输入端光场分布为上面所有阵列波导输出端光场的叠加，如图 7。

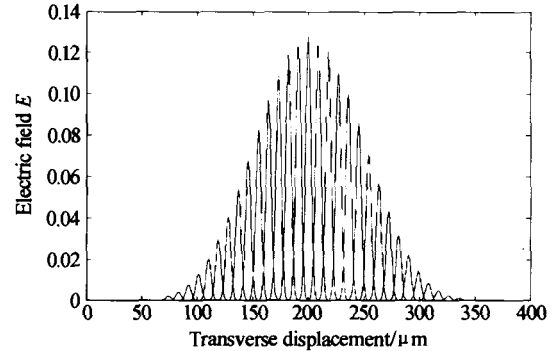


图 7 输出平板波导的输入端光场分布
Fig. 7 The light distributing at the input of the output slab

(6) 输出平板波导的输出端

用 MFD-BPM 计算输出平板波导中的光场传输，在输出平板波导的输出端算出的光场分布如图 8。

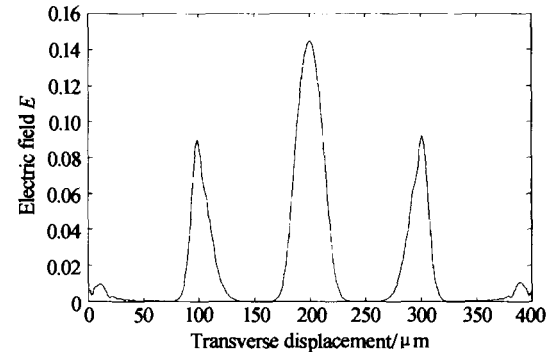


图 8 输出平板波导的输出端光场分布
Fig. 8 The light distributing at the output of the output slab

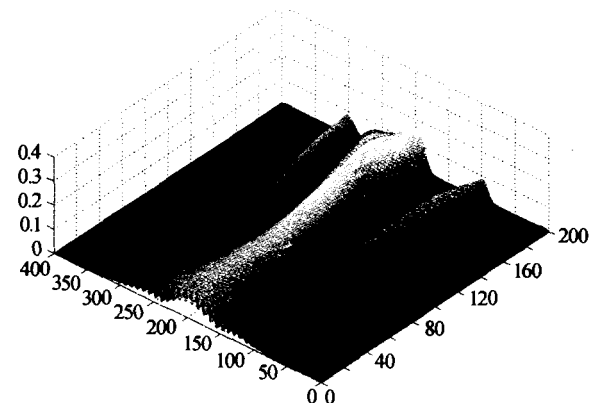


图 9 输出平板波导中光场传输三维图形
Fig. 9 The three-dimension light distributing at the output of the output slab

图8中间为主干涉峰,两边为次干涉峰,从图上可看出主次干涉峰间间隔大约为 $100\ \mu\text{m}$,这与用衍射方程算出的理论值 $99.6418\ \mu\text{m}$ 基本一致,由此可见用MFD-BPM计算光场分布是准确可行的.图9为用MFD-BPM计算输出平板波导中光场传输的三维图形,可以清楚的看出光的干涉效果.

3 结论

本文提出一种修正的有限差分传输方法,并将其运用于阵列波导光栅中光场的计算,具有一定实用价值.

参考文献

- 1 Youngchul C, Nadr D. An assessment of finite difference beam propagation method. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1990, **26**(8): 1335~1338
- 2 Yamauchi J, Shibayama J, Sekiguchi M, et al. Finite-difference beam propagation method based on the generalized douglas scheme for a nonuniform grid. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1997, **9**(1): 67~69
- 3 Hadley G R. Transparent boundary condition for the beam propagation method. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1992, **28**(1): 363~370
- 4 郑国兴,杜春雷.阵列波导光栅设计原理及优化.光子学报, 2002, **31**(1): 33~38
- 5 王科,王欣艺,林斌,等.阵列波导光栅解复用器的标量传输理论及其简化模型.光子学报, 2004, **33**(9): 1072~1076
- 6 Wang K, Wang X Y, Lin B, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(9): 1072~1076
- 7 Mufioz P, Pastor D, Capmany J. Modeling and design of arrayed waveguide gratings. *Journal of Lightwave Technology*, 2002, **20**(4): 661~674
- 8 Lu Ping, Liu Deming, Chen Jun, et al. Novel polarization-insensitive wavelength multiplexer/demultiplexer modules. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, **38**(1): 42~44
- 9 周勤存,吕俊,何建军,等.快速计算阵列波导光栅波导耦合系数的修正重叠积分方法.光子学报, 2002, **31**(8): 975~979
- 10 Zhou Q C, Lu J, He J J, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(8): 975~979
- 11 鲁平,刘德明,曹倩,等.阵列波导光栅线性系统理论分析及优化设计.光学学报, 2003, **23**(7): 804~808
- 12 Lu P, Liu D M, Cao Q, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **23**(7): 804~808

The Application of An Modified Finite-Difference Beam Propagation Method in the AWG

Liu Xin, Lu Ping, Liu Deming

Department of Optoelectronic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074

Received date: 2004-06-01

Abstract Based on the Helmholtz equation, the Finite-Difference Beam Propagation Method in the convention is modified and a new arithmetic is advanced. Comparing the modified method with the traditional method and calculating the transmission mode in the AWG by the new method, the conclusion is gotten; the modified method can calculate precision of the mode and improve the accuracy.

Keywords MFD-BPM; Helmholtz equation; AWG



Liu Xin was born in Wuhan in 1979. He received his Bachelor Degree from Department of Optoelectronic Engineering in Hua Zhong University of Science and Technology in 2002. Currently, he is a postgraduate student and his research activities are in optical communication field.