

基于加权最小二乘法的红外多站定位的研究*

曹正文 赵 健 高宝建

(西北大学电子科学系, 西安 710069)

摘 要 基于加权最小二乘法,建立了红外多站无源系统定位算法的数学模型,给出了方程的求解过程,并讨论了算法的实现.采用加权最小二乘法可有效的融合多个站点的信息,从而可提高系统的定位精度和可靠性.仿真结果表明:定位时所使用的站点数目越多,定位目标与站点的相对位置越好,距离越近,定位精度就越高,这对近程高精度定位的研究具有借鉴作用.

关键词 红外多站;无源定位;加权最小二乘法;定位精度

中图分类号 TN911 **文献标识码** A

0 引言

众所周知,雷达的工作机理是向空中辐射大功率的电磁波,通过收集目标回波来探测目标并对其进行定位的.这种大功率的有源探测,信号容易被敌方侦测、截获,特别是在综合性电子干扰、反辐射导弹、隐身技术、低空和超低空突防等技术水平日益提高的情况下,对雷达的生存提出了严重的挑战.

红外无源系统是通过飞行器辐射的红外线进行探测来定位的,由于其本身不辐射能量,因而不可能被敌方侦察到,从而克服了有源定位的问题.它的应用领域也很广阔,如美国反导系统的红外高、低轨空基雷达定位系统即将取代国防支持系统,我国的导弹发射试验等也已采用红外定位系统.

近几年来对红外无源定位的研究广泛展开,文献[1~3]研究的对象是单站和双站系统;又因为目前世界各国的各种红外侦察告警装备大都能通过被动探测目标的红外辐射,来提供目标的方向信息,却无法提供目标的距离信息,所以文献[1,2,4]中的定位算法多是讨论如何利用目标的方位、俯仰角以及红外探测器对目标辐射的响应信息,来解算目标相对站点的距离;而采用多站点系统可以方便地得到测量目标的三维坐标,真正地实现目标定位,文献[5]介绍了多站点系统的几何定位算法,但其计算过程比较复杂,且系统的定位精度较差;文献[6]论证了采用最小二乘法来提取观测目标信息的可行性.本文提出了一种基于加权最小二乘法的定位算法,在采用多个红外探测器对空间同一目标进行定位时,可有效地融合多个信息,从而提高了三维空间目标的定位精度,同时也提高了系统的抗毁能力.

1 系统定位数学模型

1.1 系统定位原理

系统定位示意图如图 1,定位的原理是根据各探测器测出的方位角 α_i 与俯仰角 β_i ,得出目标点到各个探测器的距离 R_i ,再用加权最小二乘法计算出被测目标的位置值 (X, Y, Z) .

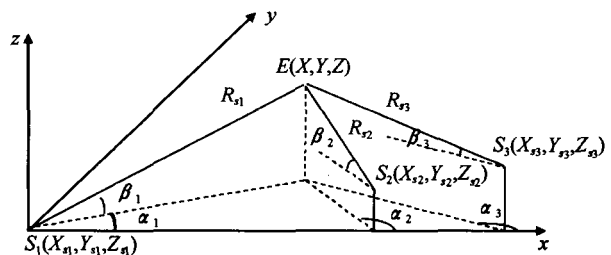


图 1 系统定位

Fig. 1 Schematics illustration of system location

1.2 系统定位方程组的建立

假设已知在空间坐标系中三个探测器的坐标分别为 $S_1(X_{s1}, Y_{s1}, Z_{s1})$ 、 $S_2(X_{s2}, Y_{s2}, Z_{s2})$ 和 $S_3(X_{s3}, Y_{s3}, Z_{s3})$,测得 t 时刻目标点到各探测器的距离为 R_{s1} 、 R_{s2} 和 R_{s3} ,测量时的距离误差分别为 ϵ_1 、 ϵ_2 和 ϵ_3 ,目标点坐标为 (X, Y, Z) ,则可建立如下方程组

$$\begin{cases} R_{s1} = [(X_{s1} - X)^2 + (Y_{s1} - Y)^2 + (Z_{s1} - Z)^2]^{1/2} + \epsilon_1 \\ R_{s2} = [(X_{s2} - X)^2 + (Y_{s2} - Y)^2 + (Z_{s2} - Z)^2]^{1/2} + \epsilon_2 \\ R_{s3} = [(X_{s3} - X)^2 + (Y_{s3} - Y)^2 + (Z_{s3} - Z)^2]^{1/2} + \epsilon_3 \end{cases} \quad (1)$$

解上述非线性方程组,就可以得到 t 时刻目标的位置 (X, Y, Z) .

1.3 定位方程组的解算

因式(1)是非线性方程组,不容易直接求解,在这里介绍一种近似的求解方法.

设探测器的位置坐标为 (X_a, Y_a, Z_a) , $A_0(X_0, Y_0, Z_0)$ 是目标所在真实位置, $A_g(X_g, Y_g, Z_g)$ 是 A_0 的一个近似位置称为概位,设为已知, $A_i(X_i, Y_i, Z_i)$ 是目标的实测位置,定位共用了 n 个探测器,其

*西安市科技局攻关计划(GG9907);陕西省教育厅科技立项项目(04JK257)

Tel:029-88302790 Email:caozhw@pub.xaonline.com

收稿日期:2005-01-05

中 R_{i0} 代表 A_0 到各探测器的距离, R_{ig} 代表 A_g 到各探测器的距离, R_i 是实测点 A_i 到各探测器的距离, $i=1, 2, \dots, n$, ϵ_i 代表 R_i 中含有的实测误差, 则式(1)可写成

$$R_i = R_{i0} + \epsilon_i \tag{2}$$

将 R_{i0} 在 A_g 处展开为泰勒级数, 并取至一阶项, 可得

$$R_{i0} = R_{ig} + \frac{\partial R_{i0}}{\partial X} \Big|_{x=x_g} (X_0 - X_g) + \frac{\partial R_{i0}}{\partial Y} \Big|_{y=y_g} (Y_0 - Y_g) + \frac{\partial R_{i0}}{\partial Z} \Big|_{z=z_g} (Z_0 - Z_g) \tag{3}$$

将式(2)代入式(3)得

$$R_i - R_{ig} = \frac{\partial R_i}{\partial X} \Big|_{x=x_g} (X_0 - X_g) + \frac{\partial R_i}{\partial Y} \Big|_{y=y_g} (Y_0 - Y_g) + \frac{\partial R_i}{\partial Z} \Big|_{z=z_g} (Z_0 - Z_g) + \epsilon_i \tag{4}$$

令 $X_0 = X_g + \Delta X, Y_0 = Y_g + \Delta Y, Z_0 = Z_g + \Delta Z$, 并引入向量和矩阵表示形式, 式(4)又可写为

$$R = HF + V \tag{5}$$

式中

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial X} \Big|_{x_1=x_g} & \frac{\partial R_1}{\partial Y} \Big|_{y_1=y_g} & \frac{\partial R_1}{\partial Z} \Big|_{z_1=z_g} \\ \frac{\partial R_2}{\partial X} \Big|_{x_2=x_g} & \frac{\partial R_2}{\partial Y} \Big|_{y_2=y_g} & \frac{\partial R_2}{\partial Z} \Big|_{z_2=z_g} \\ \frac{\partial R_n}{\partial X} \Big|_{x_n=x_g} & \frac{\partial R_n}{\partial Y} \Big|_{y_n=y_g} & \frac{\partial R_n}{\partial Z} \Big|_{z_n=z_g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{X_{s1}-X_g}{R_{1g}} & -\frac{Y_{s1}-Y_g}{R_{1g}} & -\frac{Z_{s1}-Z_g}{R_{1g}} \\ -\frac{X_{s2}-X_g}{R_{2g}} & -\frac{Y_{s2}-Y_g}{R_{2g}} & -\frac{Z_{s2}-Z_g}{R_{2g}} \\ -\frac{X_{sn}-X_g}{R_{ng}} & -\frac{Y_{sn}-Y_g}{R_{ng}} & -\frac{Z_{sn}-Z_g}{R_{ng}} \end{bmatrix}_{n \times 3}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 - R_{1g} \\ R_2 - R_{2g} \\ \vdots \\ R_n - R_{ng} \end{bmatrix}_{n \times 1}; V = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}_{n \times 1}; F = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{3 \times 1} \tag{6}$$

因为 R 向量是实测距离与概位距离之差, 故 R 是已知的; H 矩阵的元素是固定的各探测器到目标点的距离关于目标点位置的偏导数, 并且在已知的概位上取值, H 矩阵也是已知的. 在实际定位时, 大部分情况下可采用 $n > 3$ 个探测器, 设各测量值 R_i 有不同的测量精度, 且每次的测量误差 ϵ_i 是随机变量, 设其均值为零, 方差为 σ_i^2 , 它一般可根据探测器的分布、有效作用距离、信号强度、设备误差等内容

预先估计求得, 则可得向量 V 的均值亦为零, 即 $EV=0$, 方差阵 $DV=M$ 可表示为

$$M = DV = E[VV^T] \tag{7}$$

通常情况下, 方差阵可表示为

$$M = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & K_{12}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & K_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ K_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & K_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1}\sigma_n\sigma_1 & K_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

式中 K_{ij} 是相关系数, 则其加权误差平方和为

$$\epsilon = p_1\epsilon_1^2 + p_2\epsilon_2^2 + \cdots + p_n\epsilon_n^2 = \sum_{i=1}^n p_i\epsilon_i^2 = (R - HF)^T W (R - HF) \tag{8}$$

式中 p_i 是依某种经验或知识预先给定的加权系数, 将式(8)写成矩阵的形式为

$$\epsilon = (R - HF)^T W (R - HF) \tag{9}$$

$$W = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

式中 W 是正定加权矩阵, 可证明取 $W = M^{-1}$ 可得到精度最高的估算值^[7], 根据最小二乘估计理论, 求使 ϵ 为极小的解 \hat{F} 是使

$$\epsilon = \min$$

$$\frac{d\epsilon}{dF} = -2H^T W (R - HF) = 0 \tag{10}$$

可解出

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{X} \\ \Delta \hat{Y} \\ \Delta \hat{Z} \end{bmatrix} = (H^T W H)^{-1} H^T W R \tag{11}$$

则系统定位结果为: $X_g + \Delta \hat{X}, Y_g + \Delta \hat{Y}, Z_g + \Delta \hat{Z}$.

2 系统定位算法的实现及仿真

2.1 定位算法的实现

由于初次给出的概位 $A_g(X_g, Y_g, Z_g)$ 的位置误差较大, 加上线性化带来的误差, 使得上面初次求得的 \hat{F} 经计算得到的定位结果与真实的位置 A_0 之间有一定的偏差. 为此采用迭代法, 即以 $X_g + \Delta \hat{X} \rightarrow X_g, Y_g + \Delta \hat{Y} \rightarrow Y_g, Z_g + \Delta \hat{Z} \rightarrow Z_g$, 作为新的概位, 重新计算新概位具有的 R_g 和新概位上的偏导数矩阵 H 以及新的 R , 再次代入式(11)中求解, 获得新的 $X_g + \Delta \hat{X}, Y_g + \Delta \hat{Y}, Z_g + \Delta \hat{Z}$. 迭代的计算使满足 $\Delta \hat{X} \rightarrow 0, \Delta \hat{Y} \rightarrow 0, \Delta \hat{Z} \rightarrow 0$, 从而使最后的定位结果趋于某一点, 即有

$$\hat{X} = X_g + \sum \Delta \hat{X} \rightarrow X_R; \hat{Y} = Y_g + \sum \Delta \hat{Y} \rightarrow Y_R;$$

$$\hat{Z} = Z_g + \sum \Delta \hat{Z} \rightarrow Z_R$$

这里的 (X_R, Y_R, Z_R) 是非常接近 A_0 的一点, 不

一定就是 A_0 点, 两点的靠近程度由本次实测值 R_i 中包含的误差项 ϵ_i 决定, 一般进行三次迭代就能得到满意的结果^[7,8].

2.2 系统定位的仿真

通常用均方根值 $d_{rms} = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2}$ 来描述定位精度, 假设共有 5 个探测器, 它们在第一象限内围成 1/4 圆形, 其坐标值分别为:

$$\begin{aligned} x_{s1} &= 40, y_{s1} = 0, z_{s1} = 0; x_{s2} = 40, y_{s2} = 25, \\ z_{s2} &= 0; x_{s3} = 30, y_{s3} = 40, z_{s3} = 0; x_{s4} = 15, \\ y_{s4} &= 50, z_{s4} = 0; x_{s5} = 0, y_{s5} = 50, z_{s5} = 0. \end{aligned}$$

假设各个红外探测器的性能相同, 每条路径的测距误差都一样, 测量误差为高斯白噪声, $\sigma = 0.001$, 规定单位为 km, n 为探测器的个数, 分别采用前 3 个、前 4 个和全部 5 个探测器对目标点进行定位, 表 1~4 列出了不同区域内目标定位精度的仿真值.

表 1 对第一象限区域目标点定位精度的测试 (d_{rms})

目标点坐标	(20, 25, 10)	(25, 30, 10)	(30, 35, 10)
$n=3$	9.01×10^{-3}	5.85×10^{-3}	4.33×10^{-3}
$n=4$	4.54×10^{-3}	3.18×10^{-3}	2.58×10^{-3}
$n=5$	2.93×10^{-3}	2.20×10^{-3}	1.89×10^{-3}

表 2 对第二象限区域目标点定位精度的测试 (d_{rms})

目标点坐标	(-20, 25, 10)	(-25, 30, 10)	(-30, 35, 10)
$n=3$	66.82×10^{-3}	77.06×10^{-3}	88.49×10^{-3}
$n=4$	26.40×10^{-3}	29.44×10^{-3}	32.92×10^{-3}
$n=5$	11.85×10^{-3}	12.50×10^{-3}	13.41×10^{-3}

表 3 对第三象限区域目标点定位精度的测试 (d_{rms})

目标点坐标	(-20, -25, 10)	(-25, -30, 10)	(-30, -35, 10)
$n=3$	105.07×10^{-3}	124.63×10^{-3}	145.93×10^{-3}
$n=4$	53.20×10^{-3}	63.34×10^{-3}	74.42×10^{-3}
$n=5$	32.46×10^{-3}	38.73×10^{-3}	45.59×10^{-3}

表 4 对第四象限区域目标点定位精度的测试 (d_{rms})

目标点坐标	(20, -25, 10)	(25, -30, 10)	(30, -35, 10)
$n=3$	30.87×10^{-3}	28.51×10^{-3}	26.37×10^{-3}
$n=4$	18.08×10^{-3}	17.71×10^{-3}	17.58×10^{-3}
$n=5$	12.82×10^{-3}	13.13×10^{-3}	13.68×10^{-3}

由表 1~4 可以看出: 1) 测量目标与各红外探测器的相对位置越好, 定位的精度越高, 这一点对红外多站的合理布局提供了理论基础; 2) 由于采用的加权最少二乘法, 可有效地融合所测量的多个信息, 从而使得探测器的数目越多, 所获得的信息越多, 定位精度就越高, 且当测量目标与各红外探测器距离越近时, 定位效果越好. 而常规的雷达系统如双(多)基地系统(T-R 或 T-Rⁿ 型), 对低空目标的定位精度低于高空目标的定位精度, 这说明红外定位系统在抗低空突防方面有较大的优越性; 3) 探测器的数目对定位精度影响非常明显, 增加一个探测器, 大约可提高

一倍左右的定位精度, 这点对于远距离目标的定位尤其重要, 但同时站点数的增加会使算法中矩阵的计算复杂度增加, 影响系统的处理速度, 从而影响定位精度, 实际应用中探测器的个数常取 4 或 5.

当然, 实际定位误差还与其他因数有关, 如探测器位置误差和测向误差及非线性方程线性化所带来的误差等. 通过提高探测器位置精度和测向精度, 增加组合方程求解的迭代次数或采用更精确的求解方法等都可在不同程度上提高整个系统的定位精度.

另外, 由于在建立红外探测多站系统之前, 需要在总体上考虑如何布局和进行多种备选方案的比较. 尤其是对一些特别的区域是否能提供足够精度的覆盖, 是否需要增加或减少探测器的数量, 或根据环境, 传播条件等因素的综合考虑调整探测器的位置分布等, 这些都可通过对计划中的系统进行定位性能的比较来确定. 因此上述计算过程为工程的预研提供了坚实的理论基础.

3 结论

传统的测向定位方法是无源定位的主要方法, 但是这种定位方法的定位误差大. 本文提出了利用加权最小二乘法对多站系统进行定位, 充分利用了多个探测器的测量信息, 因此大大提高了系统的定位精度和抗毁性. 从仿真结果可以看出, 在一定的范围内, 定位精度可控制在 10 m 左右, 是一种高精度定位方法, 它对近程高精度定位的研究具有深远的影响.

参考文献

- 1 谢邦荣. 机载红外被动定位方法研究. 红外技术, 2001, 23(5): 1~3
Xie B R. *Infrared Technology*, 2001, 23(5): 1~3
- 2 王莲芬, 何俊发. 单、双站被动定位技术在军事探测中的应用. 光子学报, 2002, 31(9): 1135~1137
Wang L F, He J F. *Acta Photonica Sinica*, 2002, 31(9): 1135~1137
- 3 唐自立, 马彩文, 刘波, 等. 单站光测图像确定空间目标三维姿态. 光子学报, 2004, 33(12): 1480~1484
Tang Z L, Ma C W, Liu B, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(12): 1480~1484
- 4 钱铮铁. 一种用于红外警戒系统的被动测距方法. 红外与毫米波学报, 2001, 20(4): 311~314
Qian Z T. *J Infrared Millim Waves*, 2001, 20(4): 311~314
- 5 韦毅, 杨万海, 李红艳. 红外三维定位精度分析. 红外, 2002, 2: 11~14
Wei Y, Yang W H, Li H Y. *Infrared*, 2002, 2: 11~14
- 6 范伟军, 周必方, 夏良正, 等. 基于最小二乘法准则的光学综合孔径观测目标傅里叶信息提取. 光子学报, 2004, 33

- (4):472~475
Fang W J, Zhou B F, Xia L Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4):472~475
- 7 杨致友. 罗兰导航数学方法. 西安:西北工业大学出版社, 1991, 289~329
- Yang Z Y. *Loran Navigate Mathematics Method*. Xi'an: Northwest Industrial University Press, 1991, 289~329
- 8 Rao S K. Pseudo-linear estimator for bearings-only passive target tracking. *IEE Proc Radar Sonar Navig*, 2001, **148**(1):16~22

The Research of Location About the Infrared Multi-sites System Based on the Weighted Least Square Method

Cao Zhengwen, Zhao Jian, Gao Baojian

Department of Electronic Science, Northwest University, Xi'an 710069

Received date: 2005-01-05

Abstract Based on the weighted least square method, the mathematics model of the location algorithm about infrared multi-sites passive system is established, meanwhile the equation is offered and the realization of the algorithm is discussed. Because of the weighted least square method, much detected information can be combined efficiently, and the positional accuracy and reliability of system can be raised. The simulation result show that a large number of sites relates to a proper relative position to the sites, and a short distance between the target and sites corresponds with a accurate position.

Keywords Infrared multi-sites; Passive location; Weighted least square Method; Positional accuracy

Cao Zhengwen was born in 1969, in Hu'nan. She received her B. S. degree in Telecommunication Engineering from Xidian University, in 1990, and her M. E. degree in Electronics and Communication Engineering from Northwest Industrial University, in 1996. Currently, she works at Northwest University. Her major research fields are passive location and optical high-speed communication.