

模拟退火算法在无端偏振控制器中的应用*

李伟文^{1,2} 章献民¹ 陈抗生¹ 邹英寅^{1,2}

(1 浙江大学信息与电子工程学系, 浙江杭州 310027)

(2 Boston Applied Technologies, Inc. Woburn, MA 01801, USA)

摘 要 构造了由四个相移范围在 $0 \sim 2\pi$ 的电光晶体波片组成的偏振控制器, 利用模拟退火法作为其反馈控制算法. 仿真计算表明, 该偏振控制器是无端的, 在较优的控制参量下, 其输出的偏振态是稳定的, 光强波动小于 1%. 对于四波片偏振控制器, 模拟退火算法的控制参量研究表明, 为得到较佳的控制效果, 可把内外循环次数各限制为 3 次, 以减少处理器时间; 其初温 T_0 应取在 0.1 附近; 温度更改常数 p 宜取在 0.2 左右; 状态产生常数 s 对输出的稳定性影响最大, 仿真说明设在 0.005~0.01 间为好.

关键词 光通信; 无端偏振控制器; 模拟退火算法; 控制参量; 偏振态

中图分类号 TN929.11 **文献标识码** A

0 引言

1983 年, Kirkpatrick 等将热力学中的退火思想引入了组合优化领域, 提出一种解大规模组合优化问题的模拟退火算法 SA(simulated annealing)^[1,2]. 它是基于 Monte Carlo 迭代求解策略的一种随机寻优算法: 在某一初温下, 伴随温度参量的下降, 结合概率突跳特性在解空间中随机寻找目标函数的全局最优解, 即局部最优解能概率性地跳出并最终趋于全局最优, 目前已在工程中得到广泛的应用.

偏振控制器(PC)是当今高速光通信网络中不可缺少的一种偏振控制器件^[3~9]. 基于固定轴的偏振控制器是利用多个波片的相对相位延迟变化达到控制输出偏振态的目的. 由于每个波片的相移范围是有限的, 在控制过程中当达到相移极限时需要进行无端复位^[10~15]. 目前无端偏振控制器的控制算法多是基于单步搜索法, 而在无端复位时常是假定输入不变延时重置, 这样就会引起复位时输出偏振态的波动, 而且搜索速度较慢. 本文提出了利用模拟退火算法进行反馈控制的无端偏振控制算法. 由于模拟退火法中一些重要参量的设置对收敛性影响很大, 本文进一步确定了其在偏振控制器运用时最佳参量值.

1 模拟退火算法

在物质缓变退火过程中, 要经过许多温度点, 在每个温度点上都有一个准平衡过程, 达到稳定后继续降温, 如此重复直至低温. 在某一温度点的热平

衡过程, 状态的接受与 Metropolis 准则相似. 设初始状态为 i , 能量为 E_i , 随机摄动产生状态 j , 其能量为 E_j , 则处于状态 i 和 j 的概率比为

$$p_r = \exp\left(-\frac{E_j - E_i}{kT}\right) \quad (1)$$

式中 k 为玻尔兹曼常数, 在模拟退火法中常取为 1, T 为状态温度. 如 $E_j < E_i$, 则接受新状态 j 为当前状态; 如 $E_j > E_i$, 由 p_r 与 $[0, 1]$ 间的随机数 n 进行比较, 如 p_r 大于随机数 n , 则仍接受新状态 j 为当前状态, 否则保留原状态为当前状态. 经过多次这种状态迁移过程, 就可达到某一温度点的平衡态, 然后继续降温, 重复上述的状态平衡过程, 多次循环使温度趋于零, 这时系统的内能 E 最小, 它相当于模拟退火算法中的目标函数.

基于此, 模拟退火法的步骤可描述如下

- 1) 随机产生一个初始解, 以此作为当前最优点, 并计算目标函数值;
- 2) 设置初始温度、终止温度, 温度更新函数: T_0, T_f 及 $f(T_k)$;
- 3) 循环计数器 k 置初值: $k = 1$;
- 4) $T_k = f(T_{k-1})$;
- 5) 对当前最优点作一随机扰动, 产生一新解, 并计算其目标函数值及目标函数的增量;
- 6) 内循环计数器 l 置初值: $l = 1$; 设置内循环次数 l_f ;
- 7) 如增量小于零, 则接受新解为最优解, 并以此为当前解; 如增量大于零, 当 $p_r > n$, 则以新解为当前解, 否则保留原解为当前解;
- 8) 若 $l < l_f$, 则 $l = l + 1$, 并由当前解扰动产生新解, 同时计算目标函数增量, 返回到(7);
- 9) 若 $T > T_f$, 则 $k = k + 1$ 回到(4);
- 10) 结束运算, 输出最优解.

模拟退火法具有对初值不依赖的鲁棒性, 但一些关键参量的设置对算法的实现有很大的影响, 主要有初温 T_0 , 温度更新函数, 状态产生函数, 内外循环的终止准则.

*浙江省科技计划重点项目(No. 2004C21G2010007)资助
Tel: 0571-85527829 Email: zhangxm@zju.edu.cn
收稿日期: 2004-04-26

2 偏振控制器分析

偏振光经过电光晶体波片时,由于波片的相对相位延迟作用,会使其偏振态发生改变,不同的相移量得到不同的偏振态,偏振控制器就是利用外加电场改变波片的相移来实现偏振态的控制.光的偏振态可用琼斯矢量 E 表示为

$$E = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ e^{i\delta} \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 θ 为偏振光与水平参考方向的夹角, δ 为两个垂直方向光矢量分量间的位相差. 而电光晶体波片,可用 2 阶琼斯矩阵 J 表示,矩阵中的元素由具体波片给定,其形式如下

$$J = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \exp(-i\Psi) & \cos \phi \sin \phi [1 - \exp(-i\Psi)] \\ \cos \phi \sin \phi [1 - \exp(i\Psi)] & \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \exp(-i\Psi) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 ϕ 为波片快轴与水平参考方向的夹角, Ψ 为波片的相对相位延迟量.

基于固定轴偏振控制器,可由四块电光晶体波片组成,它们的快轴与水平参考方向分别成 0° 、 45° 、 0° 、 45° . 当输入偏振光 E_1 通过该偏振控制器时,其输出偏振光的琼斯矢量 E_2 可表示为

$$E_2 = J_4 * J_3 * J_2 * J_1 * E_1 = J_{\text{total}} * E_1 \quad (4)$$

这样任一输入偏振光,通过四个相对相位延迟已确定的波片,其输出偏振态也是确定的,可用琼斯矢量表示为

$$E_2 = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

其在 x 、 y 轴方向的光强分别为

$$\begin{aligned} I_x &= E_x E_x^* \\ I_y &= E_y E_y^* \end{aligned} \quad (6)$$

式中 E_x^* 、 E_y^* 分别为 E_x 、 E_y 的复共轭. 可见 I_x 、 I_y 都是各波片相对相位延迟的函数,通过四个波片的相位组合可得到某一期望方向的输出线偏振态,这时该方向的光强应为最大,在不考虑光在波片等光路中的损耗时,其值应等于输入偏振光的光强,而与之正交方向的光强应等于零. 因此在数学上就是使在期望的偏振方向上光强这一目标函数最大的优化问题,基于此,可设想用模拟退火法来实现偏振控制器的反馈控制.

由于电光晶体的相移范围在 $0 \sim 2\pi$, 因此是属于有界解空间的优化,其状态产生函数采用如下形式

$$x_{i+1} = \begin{cases} x_i + s \cdot r \cdot (2\pi - x_i) & x_i \leq 0 \\ x_i + s \cdot r \cdot c \cdot x_i & 0 < x_i < 2\pi \\ x_i + s \cdot r \cdot (0 - x_i) & x_i \geq 2\pi \end{cases} \quad (7)$$

式中 r 为 $0 \sim 1$ 间随机数, c 为随机 -1 和 $+1$, s 为小于 0.05 的正常数,使邻域的最大搜索步长不至太大. 在光纤通信中偏振态的变化是连续的,即输入的是连续信号,后一个搜索点可以依赖前一次搜索结果,这样每个最佳值的搜索最大循环次数可大为减少,

这里取 6 次,内外循环各为 3 次,虽然开始的收敛过程会变长,但在搜索过程中不会引起大的波动. 温度更新函数采用 $T_{k+1} = p \cdot T_k$, p 为小于 0.95 的正常数.

3 仿真结果

由四个电光晶体波片构成无端偏振控制器,假设每个波片相对相位延迟范围都在 $0 \sim 2\pi$. 波片 1、2、3、4 的快轴与水平参考方向分别成 0° 、 45° 、 0° 、 45° ,使任意输入偏振态通过偏振控制器后变为垂直方向输出偏振态,即要求经过偏振控制后在水平方向的输出光强趋于 0. 下面就模拟退火法中各关键参量对无端偏振控制器控制性能的影响作一分析. 用于仿真的主机 CPU 主频为 566MHz , 内存为 256M .

3.1 初温对收敛的影响

根据模拟退火算法的渐近收敛性,算法收敛于最优解集是随控制参量—温度 T 值的缓慢减少渐近地进行,只有在终值温度 T_f 充分小时,才有可能得出高质量的最终解. 在实际偏振控制中,由于偏振态的变化是连续的,前一采样点的搜索结果是后一采样点的初值,减少内外循环次数是可行的,虽然可能引起开始过程的收敛速度减慢,但只表现在偏振控制器开始工作阶段;同时考虑减少处理器的处理时间,以便在偏振态没有大的变化前完成处理,减少循环次数也是必要的,这里选择外循环的次数为 3 次.

在模拟退火法中,虽然只要初温 T_0 充分大,就会立即达到准平衡,但由于退火过程中温度下降是缓慢的,要达到较小的终值温度 T_f ,必然要增加外循环的次数和处理时间. 综合考虑以上因素,在实际控制器中采用较低的初始温度,选取 T_0 在 1 以下,这是以控制器开始工作的收敛速度为代价的. 图 1 为选取不同初温对控制器收敛影响的仿真结果,其它常数分别取: $s = 0.006$, $p = 0.9$.

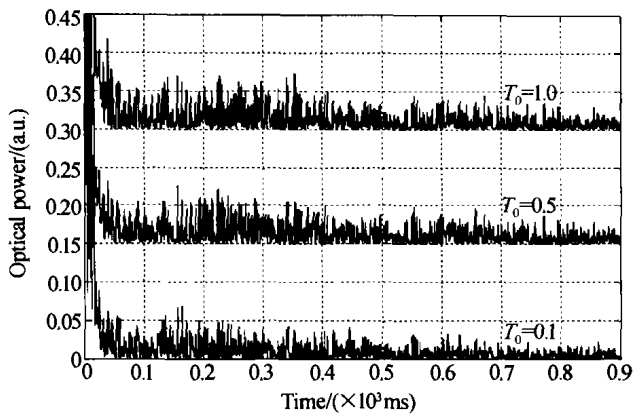


图1 分别取初温 $T_0 = 0.1, 0.5, 1.0$ 时对控制结果的影响
Fig. 1 Initial temperature T_0 effect on convergence,
 $T_0 = 0.1; 0.5; 1.0$

由图1可以看出,开始阶段控制器的收敛速度较慢,相对而言,随着初温 T_0 的下降,收敛速度有所增加.由概率 p_r 公式可知,当目标函数增量大于零时,较小的初温 T_0 对应的概率 p_r 也较小,接受新状态的可能性也小,而当目标函数增量大于零时,其对应的概率 p_r 较大,接受新状态的可能性也大,这与收敛过程相符.因此较低的初温对应应有较快的收敛速度,但从整体上看,初温对控制器的收敛影响不大,根据以上实验结果,可取初温 $T_0 = 0.1$.

3.2 温度更新函数的 p 参量对收敛性的影响

在模拟退火法中,目前常用的温度更新函数为指数退温,即 $T_{k+1} = p \cdot T_k$,其中 $0 < p < 1$.模拟退火过程是一个温度缓降过程,因此控制参量 T_k 的衰减量以小为宜,即 p 要较大,但为达到充分小的终止温度,小的衰减量必然导致循环次数的增加.基于实际偏振控制中各次搜索的依赖性以及所取的较低初温和较小的循环次数,这里可以取较小的 p 值.图2为不同 p 值对控制器收敛性的影响,其它常数分别取: $s = 0.006, T_0 = 0.1$.

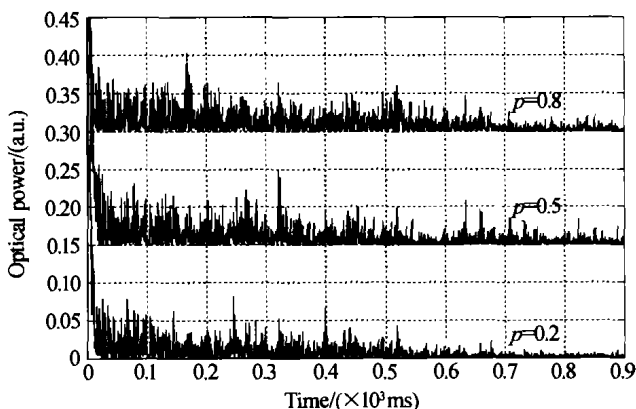


图2 分别取温度控制参量 $p = 0.2, 0.5, 0.8$ 时对控制结果的影响
Fig. 2 Temperature constant p effect on convergence,
 $p = 0.2; 0.5; 0.8$

图2的结果显示,随着 p 的下降,控制器的收敛速度有所加快,收敛后的稳定性也有提高.因初温

T_0 取为 0.1,而外循环次数只有 3,较大的 p 值达不到使终止温度足够小的要求,如 $p = 0.9$ 时,经过三次循环后终止温度为 $T_f = 0.0729$,而当 $p = 0.2$ 时,终止温度为 $T_f = 8 \times 10^{-4}$,可见这里的温度控制参量不能取得过大.实验还显示,当 p 小到一定值后,对收敛性的影响不大,可取 $p = 0.2$.

3.3 状态产生函数中常数 s 对收敛性的影响

状态产生函数(即邻域函数)决定了能否在整个解空间搜索最佳解,它常由两部分组成,即产生候选解的方式和候选解产生的概率分布.考虑到解空间的有界性,必须在产生候选解的方式中加边界限制条件,而概率分布采用均匀分布方式.状态产生函数中的常数 s 决定了在邻域搜索的最大步长,因此不能过大,以免在未达到最佳解的搜索过程产生较大的目标函数波动.图3、4为不同的 s 值对收敛过程的仿真结果,其它常数分别取: $p = 0.2, T_0 = 0.1$.

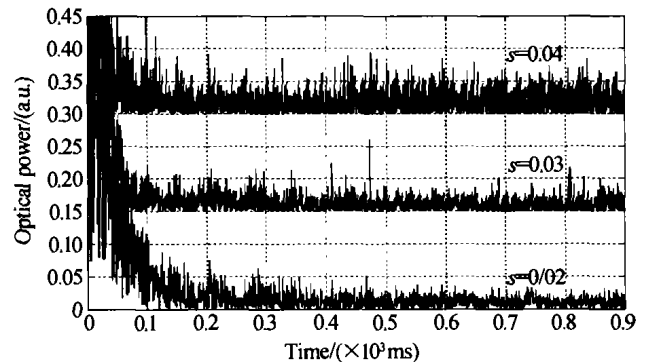


图3 状态产生函数常数分别取 $s = 0.02, 0.03, 0.04$ 时对收敛性的影响

Fig. 3 State generating constant s effect on convergence,
 $s = 0.02; 0.04; 0.04$

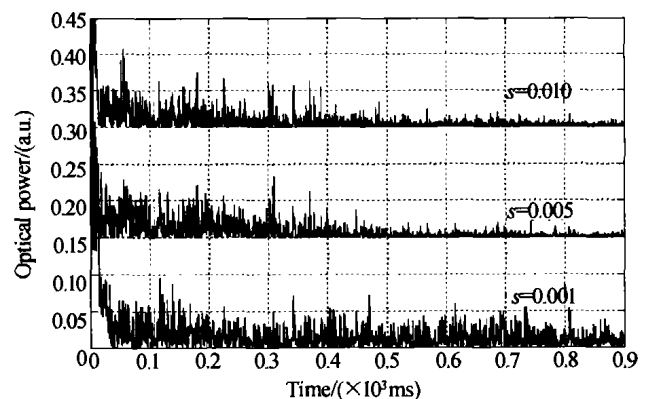


图4 状态产生函数常数分别取 $s = 0.001, 0.005, 0.010$ 时对收敛性的影响

Fig. 4 State generating constant s effect on convergence,
 $s = 0.001; 0.005; 0.010$

由图3、4可以看出,常数 s 对收敛性有很大的影响.当 $s = 0.03$ 时,其在邻域可能的最大搜索步长为 10.8° ,因此目标函数的波动较大,而当 $s = 0.01$ 时,最大搜索步长为 3.6° ,目标函数即输出光强的波动较小,这由上图得到明显印证.但 s 的减少,会引起收敛速度的下降,同时控制器分辨率也相应也

要更高,而且当搜索步长过小时,由于循环次数的限制,经过一个寻优周期后不能保证有收敛性,反而会有大的输出波动,即如 $s=0.001$ 时的情况.因此 s 的值取在 0.005 到 0.01 间较佳,这里取 $s=0.006$,即最大搜索步长为 2.16° .

3.4 综合仿真

按照以上分析,分别取各关键控制参数的最优值:初温 $T_0=0.1$,温度更新常数 $p=0.2$,状态产生常数 $s=0.006$.在输入变化幅度不同的连续偏振态:波动不大,波动很大,稳定输入,其仿真结果如图5.

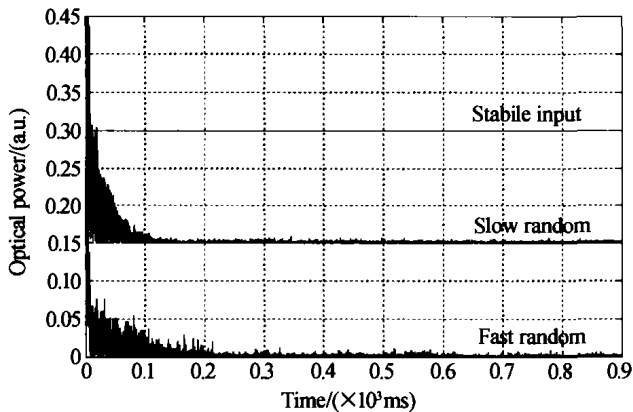


图5 经过偏振控制器三种情形的水平方向输出偏振态
Fig.5 Output light intensity after controlling

图5为三种输入偏振态经过偏振控制器控制后输出偏振态光强在水平方向分量的变化.可以看出该利用模拟退火法进行反馈控制的偏振控制器对各种偏振态都具有较佳的控制功能,其输出光强波动小于1%,这是一般偏振控制器所不能做到的.也应看到,在控制器刚投入运行的开始阶段,其收敛速度是较慢的,但这不影响控制器的使用.在上述所有实验中,波片的相移变化都没有超出 $0\sim 2\pi$ 的相移限制范围.

4 结论

用模拟退火法进行反馈控制的无端偏振控制是可行的.对于四波片控制器,控制过程中各波片的相移量不会超出波片的相移限制范围: $0\sim 2\pi$;对任意输入偏振态都有很好的控制作用,其输出偏振态光强波动可小于1%,即在期望方向能得到较好的线偏振态;在控制器投入使用的开始阶段,需要有一个稳定过程,但在宏观时间上并不长,由图5可以看出,其稳定时间在 $5\sim 10$ s左右,因此不影响使用.

通过仿真实验总结出了模拟退火控制算法中关键控制参数的较佳范围:初温 T_0 应在 0.1 附近;温度更改常数 p 宜取在 0.2 左右;状态产生常数 s 对输出的稳定性影响最大,仿真说明设在 $0.005\sim 0.01$ 间为佳.

参考文献

- 1 Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, **220**(4598): 671~680
- 2 Vecchi M P, Kirkpatrick S. Global wiring by simulated annealing. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, 1983, **2**(4): 215~222
- 3 Noe R. Endless polarization control in coherent optical communications. *Electronics Letters*, 1986, **22**(15): 772~773
- 4 Noe R, Heidrich H, Hoffmann D. Endless polarization control systems for coherent optics. *Journal of Lightwave Technology*, 1988, **6**(7): 1199~1208
- 5 Yan L S, Yu Q, Willner A E. Demonstration of in-line monitoring and compensation of polarization-dependence loss for multiple channels. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2002, **14**(6): 864~866
- 6 Ono T, Yamazaki S, Shimizu H, et al. Polarization control method for suppressing polarization mode dispersion influence in optical transmission systems. *Journal of Lightwave Technology*, 1994, **12**(5): 891~898
- 7 张晓光, 于丽, 郑远, 等. 光纤通信系统中偏振模色散自适应补偿实验研究. *光子学报*, 2003, **32**(12): 1474~1478
Zhang X G, Yu L, Zheng Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(12): 1474~1478
- 8 王海晏, 安毓英, 杨廷梧. 偏振模色散的偏振主态旋转补偿. *光子学报*, 2003, **32**(11): 1302~1305
Wang H Y, An Y Y, Yang T W. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(11): 1302~1305
- 9 陈林, 张晓光, 张茹, 等. 偏振模色散对多信道光纤通信系统信号的影响. *光子学报*, 2004, **33**(4): 443~447
Chen L, Zhang X G, Zhang R, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4): 443~447
- 10 Rysdale L J. Method of overcoming finite-range limitation of certain state of polarization control devices in automatic polarization control schemes. *Electronics Letters*, 1986, **22**(2): 100~102
- 11 Scott H R, Michael D J, Lee W C. Polarization control for coherent fiber-optic systems using nematic liquid crystals. *Journal of Lightwave Technology*, 1990, **8**(3): 459~495
- 12 Martinelli M, Russell A C. Endless polarization control algorithm using adjustable linear retarders with fixed axes. *Journal of Lightwave Technology*, 2003, **21**(9): 2089~2096
- 13 Heismann F. Analysis of a reset-free polarization controller for fast automatic polarization stabilization in fiber-optic transmission systems. *Journal of Lightwave Technology*, 1994, **12**(4): 690~699
- 14 Ikeda K, Take T, Hatano T, et al. Endless tracking

- polarization controller. *Furukawa Review*, 2003, 23 (2): 32~38
- 15 Aarts W H J, Khoe G D. New endless polarization control method using three fiber squeezers. *Journal of Lightwave Technology*, 1989, 7(7):1033~1043

Application of Simulated Annealing Algorithm on Endless Polarization Controller

Li Weiwen¹, Zhang Xianmin¹, Chen Kangsheng¹, Zou Yingyin^{1,2}

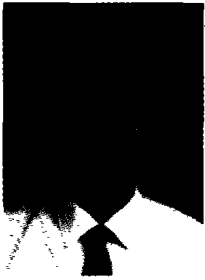
¹ Department of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, 310027

² Boston Applied Technologies, Inc. Woburn, MA 01801, USA

Received date:2004-04-26

Abstract A polarization controller composed of four electro-optic crystal plates which phase delay can vary from 0 to 2π is proposed, and simulated annealing algorithm is taken on as feedback control in this controller. Simulated research shows that this controller is endless and the output polarization state is stable while the light intensity fluctuates less than 1%. The research on control parameters indicates that the initial temperature about 0.1 and the temperature transforming function $T_{k+1}=0.2T_k$ are required for this controller. The state generating constant s sharply influences the convergence and its better range is between 0.005 and 0.01. To reduce running time, the repeat number 9 is introduced for once search.

Keywords Optical communication; Endless polarization controller; Simulated annealing algorithm; Control parameter; Polarization state



Li Weiwen was born in June 1968, in Zhejiang, China. He received his B. S. in 1993 from Jilin University and his M. S. in 2002 from Zhejiang University. Now he is a Ph. D. candidate of Department of Information and Electronic Engineering in Zhejiang University. His research interests include fiber communication devices and systems.