

# 全反射棱镜式环形激光器耦合输出的理论分析

赵东洋<sup>1,2</sup> 石顺祥<sup>1</sup> 蒋军彪<sup>2</sup> 宋春峰<sup>2</sup>

(1 西安电子科技大学技术物理学院,西安 710071)

(2 西安陆星惯性技术有限责任公司,西安 710067)

**摘要** 对采用棱镜耦合器的全反射棱镜式环形激光器的耦合输出特性进行了理论研究,导出了有“楔形”间隙的棱镜耦合器的反射系数和透射系数表达式,给出了反射率和透过率随“楔形”间隙高度变化的理论计算曲线,进而研究了有关材料选取、腔内振荡分量的选取及减小棱镜耦合器对环形激光腔内模式的影响等问题. 这些研究对于全反射棱镜式环形激光器在激光陀螺、激光角速度传感器等实际应用中有重要意义.

**关键词** 环形激光器;全反射棱镜;棱镜耦合;楔形间隙

**中图分类号** O431.1 **文献标识码** A

## 0 引言

在激光陀螺、激光角速度传感器等应用中,为了检测环形激光器腔内正、反向行波的频差,需要将腔内部分正、反向行波引出腔外取样. 对于目前常用的反射镜式环形激光器<sup>[1]</sup>,通常采用有一定透过率的反射镜作为环形腔的输出反射镜,以获得输出光<sup>[2]</sup>,但对于全反射棱镜式环形激光器<sup>[3]</sup>中的输出取样却遇到了问题. 本文从理论上研究了采用棱镜耦合器从全反射棱镜式环形激光器中获得输出光的特性,所得到的结论对于全反射棱镜式环形激光器的实际应用有重要意义.

## 1 “楔形”间隙耦合器的理论分析

本文研究的采用棱镜耦合器输出的全反射棱镜式环形激光器谐振腔结构如图1. 将一块耦合棱镜靠近输出全反射棱镜放置,使两块棱镜的工作面间有波长量级的“楔形”间隙,构成了有“楔形”间隙的棱镜耦合器. 通过该棱镜耦合器即可获得采样输出光. 这种耦合方法类似于平板波导中的棱镜耦合<sup>[4]</sup>,所不同的是平板波导中传播的是TE模或TM模,而在环形激光器里存在的模式却是TEM模<sup>[5,6]</sup>;平板波导中的棱镜耦合是平板间隙,而这里却是“楔形”间隙.

假设有三种均匀、透明、各向同性的介质,其折射率分别为 $n_1, n_2, n_3$ . 介质1、2的界面与介质2、3的界面相交,构成了如图2所示的非常小的角度 $\gamma$ . 当不存在介质3时,光将在介质1和介质2界面上发生全反射. 在以下分析中,对下角标作如下规定:①1、2、3分别代表介质1、2、3;②r、t分别代表反射

光和透射光;③s、p分别代表相对于入射面振动的垂直分量和水平分量. 坐标系的选取如图2所示,坐标系原点为O点,介质1、2的界面与y-z面平行,入射面与x-z面平行.

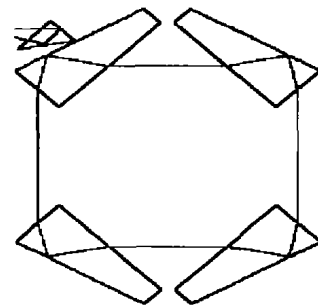


图1 全反射棱镜式环形激光器  
Fig. 1 Ring laser with total reflection prisms

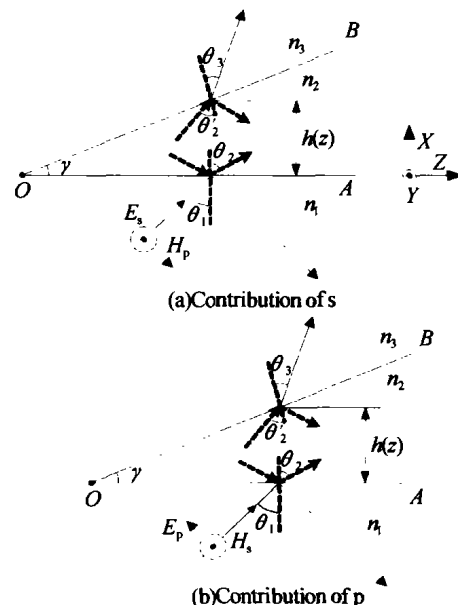


图2 耦合波束与坐标  
Fig. 2 Coupled wave versus coordinate

今有一平面光波由介质1以 $\theta_1$ 角度斜入射到介质1、2的界面上,发生全反射,入射角 $\theta_1$ 满足 $\theta_1 > \arcsin(n_2/n_1)$ ,“折射角” $\theta_2$ 为复数,且满足 $\cos \theta_2 = (\sqrt{(n_1 \sin \theta_1 / n_2)^2 - 1})i$ . 由于 $\gamma$ 角非常小,

可将  $\theta_2'$  近似为  $\theta_2$ .

设介质中的电场、磁场表示式为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{lm} = \mathbf{E}_{0lm} \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r})] \\ \mathbf{H}_{lm} = \mathbf{H}_{0lm} \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r})] \end{cases} \quad (1)$$

这里,  $l=1, 2, 3$ ;  $m=s, p$ . 由于楔角  $\gamma$  非常小, 因此可以近似认为沿  $z$  方向的传播常数相等, 即  $k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_3 = \beta$ , 故介质中的传播因子为  $\exp[-i(\omega t - k_{lx}x - \beta z)]$ . 为了简化电磁场的表达式, 将相同因子略去, 图 2 各介质的 TEM 型电场的表达式为

$$\mathbf{E}_{1m} = \mathbf{E}_{01m} \exp(ik_{1x}x) + \mathbf{E}'_{01m} \exp(-ik_{1x}x) \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_{2m} = \mathbf{E}_{02m} \exp(-\alpha x) + \mathbf{E}'_{02m} \exp(\alpha x) \quad (3)$$

$$\mathbf{E}_{3m} = \mathbf{E}_{03m} \exp\{ik_{3x}[x - h(z)]\} \quad (4)$$

式中上角标“'”代表反射波,  $h(z) = \gamma z$  是相应  $(0, 0, z)$  点处“楔形”间隙的高度,  $\alpha$  为正常数. 在介质 2 中, 电磁波是全反射的倏逝波, 其电磁场振幅沿  $x$  轴方向指数衰减.

将电场、磁场的表达式代入波动方程, 并利用界面上电磁场的边界条件, 可以解得“楔形”间隙棱镜耦合器界面上  $s, p$  分量的反射系数和透射系数为

$$r_s = \frac{E'_{01s}}{E_{01s}} = \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_3 \cos \theta_1 - \eta_1 \cos \theta_3) + (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_1 \eta_3 \cos^2 \theta_2 - \eta_2^2 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} / \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_3 \cos \theta_1 + \eta_1 \cos \theta_3) - (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_1 \eta_3 \cos^2 \theta_2 + \eta_2^2 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} \quad (5)$$

$$t_s = \frac{E_{03s}}{E_{01s}} = 4\eta_2 \eta_3 \cos \theta_1 \cos \theta_2 e^{-\alpha h} / \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_3 \cos \theta_1 + \eta_1 \cos \theta_3) - (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_1 \eta_3 \cos^2 \theta_2 + \eta_2^2 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} \quad (6)$$

$$r_p = \frac{E'_{01p}}{E_{01p}} = \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_1 \cos \theta_1 - \eta_3 \cos \theta_3) + (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_2^2 \cos^2 \theta_2 - \eta_1 \eta_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} / \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_3 \cos \theta_3) - (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_2^2 \cos^2 \theta_2 + \eta_1 \eta_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} \quad (7)$$

$$t_p = \frac{E_{03p}}{E_{01p}} = 4\eta_2 \eta_3 \cos \theta_1 \cos \theta_2 e^{-\alpha h} / \left\{ \eta_2 \cos \theta_2 (1 + e^{-2\alpha h}) (\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_3 \cos \theta_3) - (e^{-2\alpha h} - 1) (\eta_2^2 \cos^2 \theta_2 + \eta_1 \eta_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3) \right\} \quad (8)$$

式中,  $\alpha = k_2 \sqrt{(n_1 \sin \theta_1 / n_2)^2 - 1}$ ,  $n_l = \sqrt{\mu_l / \epsilon_l}$  ( $l=1, 2, 3$ ). 相应的功率反射率和透过率为

$$\begin{cases} R_m = |r_m|^2 \\ T_m = \frac{n_3 \cos \theta_3}{n_1 \cos \theta_1} |t_m|^2, \quad (m=s, p) \end{cases} \quad (9)$$

分析可知: ①  $R_s + T_s = 1, R_p + T_p = 1$ , 即反射波

和耦合输出波满足能量守恒定律; ② 介质 2 内的场是沿  $x$  方向做指数衰减, 沿  $z$  方向传播的慢波; ③ 若  $h(z) = 0$ , 相当于不存在介质 2, 得到的反射系数和透射系数公式即是只有介质 1、3 发生反射和折射时的菲涅尔公式, 而当  $h(z) \rightarrow \infty$  时, 相当于不存在介质 3, 得到的反射系数和透射系数公式即是只有介质 1、2 发生全反射现象时的表示式<sup>[7]</sup>; ④ 反射光和透射光的相位相对于入射光发生变化, 而且其  $s$  分量和  $p$  分量的相位变化不同, 因此, 反射光和透射光的偏振态将发生变化; ⑤ 由于反射系数和透射系数的振幅和相位都与“楔形”间隙的高度  $h(z)$  有关, 因此, 反射光和透射光将变为非均匀波.

## 2 耦合输出的特性分析

上述一般理论可以用到全反射棱镜式环形激光器的棱镜耦合输出中.

为分析方便, 忽略环形激光腔内高斯光束的横向分布, 采用平面波近似, 并且只给出  $p$  分量的讨论结果.

如图 1, 在输出全反射棱镜上放一块与全反射棱镜材料相同的棱镜作为耦合棱镜, 并且将二棱镜工作面之间的间隙制成“楔形”空气隙. 若“楔形”角度  $\gamma$  非常小, 则可将  $p$  分量的反射系数和透射系数的表达式(7)、(8)简写为

$$r_p = (e^{-2\alpha h} - 1)(n^2 \cos^2 \theta_2 - \cos^2 \theta_1) / \{ 2n \cos \theta_1 \cos \theta_2 (e^{-2\alpha h} + 1) - (e^{-2\alpha h} - 1)(n^2 \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_1) \} = |r_p| \exp i\phi_{rp} \quad (10)$$

$$t_p = 4n \cos \theta_1 \cos \theta_2 e^{-\alpha h} / \{ 2n \cos \theta_1 \cos \theta_2 (e^{-2\alpha h} + 1) - (e^{-2\alpha h} - 1)(n^2 \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_1) \} = |t_p| \exp i\phi_{tp} \quad (11)$$

其中  $n$  是棱镜的折射率,  $\phi_{rp}, \phi_{tp}$  分别是反射光和透射光相对于入射光相位的变化, 且

$$\phi_{rp} = \arctan \left\{ 2n \cos \theta_1 (e^{-2\alpha h} + 1) \sqrt{n^2 \sin^2 \theta_1 - 1} / (e^{-2\alpha h} - 1)(n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) \right\} \quad (12)$$

$$\phi_{tp} = -\arctan \left\{ (e^{-2\alpha h} - 1)(n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) / 2n \cos \theta_1 (e^{-2\alpha h} + 1) \sqrt{n^2 \sin^2 \theta_1 - 1} \right\} \quad (13)$$

相应“楔形”间隙棱镜耦合器的反射率和透过率表达式为

$$R_p = (n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 - \cos^2 \theta_1)^2 (e^{-2\alpha h} - 1)^2 \cdot \{ (e^{-2\alpha h} - 1)^2 (n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1)^2 + 4n^2 \cos^2 \theta_1 (n^2 \sin^2 \theta_1 - 1)(e^{-2\alpha h} + 1)^2 \} \quad (14)$$

$$T_p = 16n^2 \cos^2 \theta_1 (n^2 \sin^2 \theta_1 - 1) e^{-2\alpha h} / \{ e^{-2\alpha h} - 1 \}^2 \cdot (n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1)^2 + 4n^2 \cos^2 \theta_1 \cdot (n^2 \sin^2 \theta_1 - 1)(e^{-2\alpha h} + 1)^2 \} \quad (15)$$

由式(12)可见, 当  $n^2 - n^4 \sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1 = 0$

时,反射光的p分量相对于入射光有 $\pi$ 相位的突变.当 $\theta_1$ 一定时,p分量反射光相对于入射光发生相位突变所对应的介质折射率为

$$n_t = \frac{1}{\sin \theta_1} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \sin^2 2\theta_1}}{2}} \quad (16)$$

在实际工作中,环境的变化常常引起棱镜折射率变化,所以,若棱镜的折射率很接近上述 $n_t$ 值,则如图3, $\phi_p$ 将会发生阶跃变化,从而引起环形激光器谐振频率发生阶跃变化,将严重影响激光器频率的稳定性.因此,在选取棱镜材料时,应使其折射率远离 $n_t$ 值.

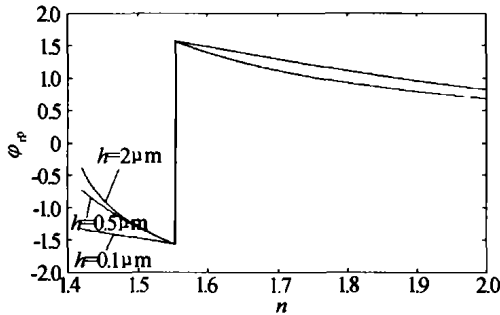


图3  $\phi_p$ 与棱镜折射率n的关系  
Fig. 3  $\phi_p$  versus refractive index of prisms n

由于反射光的振幅和相位是“楔形”空气隙高度 $h(z)$ 的函数,因此反射光的横向分布出现了不对称,从而使谐振腔内实际高斯光束的振幅和相位在横向上发生改变,这将导致子午面和弧矢面中的振荡条件变化.实际工作中,应该尽量减少输出系统对高斯光束振荡特性的影响.为此,考察式(12)、(14)可见,随着“楔形”空气隙高度 $h(z)$ 增大, $dR_p/dh, d\phi_p/dh$ 逐渐减小,故在满足一定输出功率的前提下,应该选取 $h(z)$ 较大的位置来耦合输出光,这样便可减小“楔形”空气隙棱镜耦合器对环形激光器模式的影响.

通常,可通过设计全反射棱镜使环形激光器工作于线偏振光.显然,为提高输出功率,应使透过率大的分量振荡.对s、p分量透过率表达式分析可知,s分量和p分量透过率的相对大小与入射角 $\theta_1$ 和棱镜的折射率n有关,与“楔形”间隙的高度 $h(z)$ 无关.

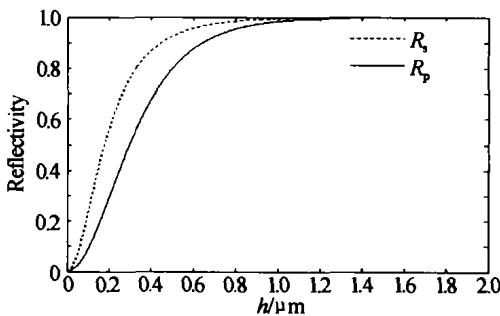


图4 反射率与“楔形”空气隙高度的关系  
Fig. 4 Reflectivity versus the height of cuniform clearance

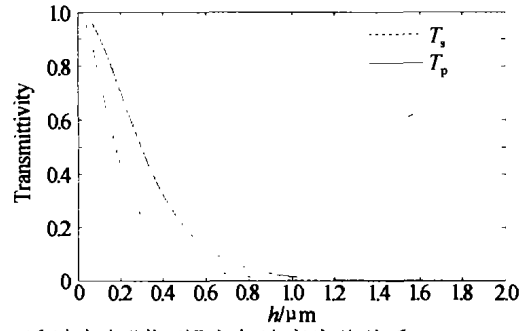


图5 透过率与“楔形”空气隙高度的关系  
Fig. 5 Transmittivity versus the height of cuniform clearance

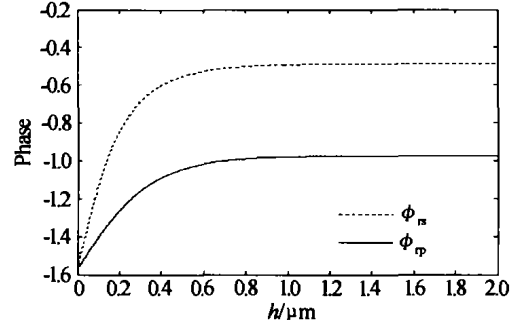


图6 反射光相对于入射光相位变化与“楔形”空气隙高度的关系  
Fig. 6 Phase variety of reflecting light relative to input light vs the height of cuniform clearance

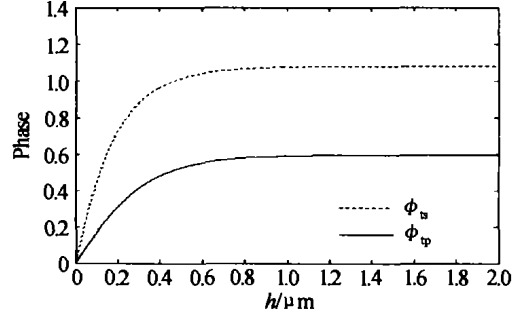


图7 透射光相对于入射光相位变化与“楔形”空气隙高度的关系  
Fig. 7 Phase variety of transmitting light relative to input light vs the height of cuniform clearance

下面,具体计算反射率和透过率随“楔形”空气隙高度 $h(z)$ 的变化规律.取 $n = 1.46, \theta_1 = \pi/4$ ,图4、图5分别给出反射率和透过率随“楔形”空气隙高度 $h(z)$ 的变化曲线;图6、图7分别给出反射光和透射光相对于入射光相位变化随 $h(z)$ 的变化曲线.

### 3 结论

由上面的理论研究,得到了平面光波斜入射到“楔形”间隙棱镜耦合器的反射系数、透射系数、反射率和透过率的表达式,由这些表达式可以得到如下结论:①反射光和透射光的振幅和相位都是“楔形”空气隙高度 $h(z)$ 的函数.随着 $h(z)$ 的增加,棱镜耦合器对环形激光器内高斯光束影响逐渐越小.因此,当采用“楔形”间隙棱镜耦合器时,应从“楔形”间隙的高度 $h(z)$ 较大的位置获取输出光.②分析表明,s分量和p分量透过率的相对大小与入射

角  $\theta_1$  和棱镜折射率  $n$  有关, 与“楔形”间隙的高度  $h(z)$  无关. 因此, 可根据  $\theta_1$  和  $n$  的大小来选择  $s$  分量或  $p$  分量, 以提高输出功率. ③当全反射棱镜的折射率接近式(16)所得到  $n_1$  值时,  $p$  分量的反射光相对于入射光将产生  $\pi$  相位的突变. 因此, 在选择棱镜材料时应使其折射率远离上述  $n_1$  值.

#### 参考文献

- 姚合宝, 韩宗虎, 陈林峰, 等. 抖动偏频激光陀螺速率阈值特性研究. 光子学报, 1999, 28(11): 1085 ~ 1087  
Yao H B, Han Z H, Chen L F, et al. *Acta Photonica Sinica*, 1999, 28(11): 1085 ~ 1087
- 姜亚南. 环形激光陀螺. 北京: 清华大学出版社, 1982. 214 ~ 217  
Jang Y N. *Ring Laser Gyro*. Beijing: Tsinghua University Press, 1982. 214 ~ 217
- Ю巴伊鲍罗金, П克里克松诺夫, О李特文年科. 激光技术手册. 北京: 机械工业出版社, 1986. 395 ~ 402  
Baiborina Y V, Kriksunova L Z, Litfinenko O N. *Manual of Laser Technology*. Beijing: Mechanical Industry Press, 1986. 395 ~ 402
- 叶陪大, 吴彝尊. 光波导技术基本理论. 北京: 人民邮电出版社, 1983. 410 ~ 424  
Ye P D, Wu Y Z. *Basic Theory of the Light Wave-guide*. Beijing: Posts and Telecommunications of People Press, 1983. 410 ~ 424
- 李隆, 张伟, 田来科, 等. 端面泵浦双 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光器中热效应对腔稳定性的影响. 光子学报, 2004, 33(1): 4 ~ 7  
Li L, Zhang W, Tian L K, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(1): 4 ~ 7
- 史彭, 李隆, 白晋涛, 等. 连续波激光腔内倍频晶体半解析分析方法的研究. 光子学报, 2004, 33(4): 400 ~ 403  
Shi P, Li L, Bai J T, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(4): 400 ~ 403
- 石顺祥, 张海兴, 刘劲松. 物理光学与应用光学. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000. 27 ~ 41  
Shi S X, Zhang H X, Liu J S. *Physics Optics and Application Optics*. Xi'an: Xi'an Electronic Science and Technology University Press, 2000. 27 ~ 41

## Theoretic Analysis of Coupled Output from Ring Laser with Total Reflection Prism

Zhao Dongyang<sup>1,2</sup>, Shi Shunxiang<sup>1</sup>, Jiang Junbiao<sup>2</sup>, Song Chunfeng<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Xi'an Electrical Univ. of Science and Technology Institute of Technology and Physics, Xi'an 710071

<sup>2</sup> Xi'an Luxing Company, Xi'an 710067

Received date: 2004-04-20

**Abstract** A way is studied to obtain output laser from ring laser with total reflection prisms by prism coupler. The expressions of the reflection coefficient and the transmission coefficient of the prism coupler constructed by cuniform clearance are deduced in theory, furthermore the theoretical curve of the reflectivity and the transmittivity VS the height of the cuniform clearance showed. Problems, such as selection of the corresponding stuff, selection of the surge ponderance in the cavity and the influence of the minishing prism couplers on the mode of the ring laser cavity are discussed. The study is considerably important for the laser gyros consist of total prisms in practical application as laser gyro and laser angle speed sensor.

**Keywords** Ring Laser; Total Reflection Prisms; Prism coupler; Cuniform clearance

**Zhao Dongyang** was born in 1979. He is reading for master in physical electrics in technological physics school of Xi'an Electrical University of Science and Technology. He mainly engaged in the research of laser gyro.

