

等离子体 / 色散吸收介质界面系统中光场量子起伏功率谱*

崔元顺

(淮阴师范学院物理系, 江苏 淮安 223001)

摘要 利用格林函数方法量子化色散吸收介质中的电磁场, 研究了等离子体/色散吸收介质系统光场的量子性质. 理论和数值计算表明, 系统的工作状态与所选光场频率密切相关, 等离子体介质的阻尼性明显地影响自身区域电场量子起伏功率谱, 并且对另一侧介质中电场量子起伏功率谱的变化有连带作用.

关键词 等离子体; 色散吸收介质; 界面系统; 光场量子起伏; 功率谱

中图分类号 O413 **文献标识码** A

0 引言

随着诸如光纤、光子晶体等近代光学材料的发展, 介质中电磁场量子化的问题成为一个重要而活跃的研究课题^[1-5]. 对于线性无耗散介质, 介电常数是实常数或是空间变量的实函数, 其中电磁场的量子化问题是简单而直接的. 但是, 对于色散吸收介质, 由于其介电常数是频率的函数且随时空变量而变化, 因而其中电磁场的量子化问题将变得复杂. 目前, 在该领域中就其研究方法大致列为两个方面: 其一是基于 Hopfield 体介质模型, 就量子化的电磁场与描述物质的量子谐振子集的耦合体系, 对系统 Hamilton 采用对角化技术完成正则量子化理论, 这一方法出色散吸收介质中电磁场量子化的自治理论, 但是该理论存在一定缺陷, 即如果介质分布在空间上非均匀, 则其量子化过程将变得十分繁杂, 并且对于不同性质的介质, 该理论缺乏普适性^[6-9]. 其二是从唯象的经典 Maxwell 方程组出发, 表征介质在空间上非均匀、依赖于频率的复介电常数满足 Kramers-Kronig 关系, 依据起伏-耗散定理的要求, 将噪声电流引入 Maxwell 方程组, 直接把电磁场量作为量子力学算符实现电磁场的正则量子化, 该方法的优点在于实际测量的介电函数值可直接地用于介质中量子光场的理论描述, 且可将理论扩展至磁性材料、各向异性介质等^[10-15]. 等离子体介质是典型的色散介质, 其工作状态明显地依赖于光场频率, 并且当光场频率在介质临界频率之下频段时, 介质表现出阻尼性; 本文运用格林函数方法量子化色散吸收介质中的电磁场, 研究等离子体/色散吸收介

界面系统光场的量子性质, 并且借助于数值计算结果讨论和分析电场量子起伏功率谱的变化规律.

1 体系格林函数

考虑等离子体 / 色散吸收介质界面一维系统. 设介质分界面为 $x=0$ 平面, $x < 0$ 区域为等离子体, 记为 1 区; $x > 0$ 区域为色散吸收介质, 记为 2 区, 介质分布函数为

$$n_j(\omega) = \sqrt{\epsilon_j(\omega)} = \beta_j(\omega) + i\gamma_j(\omega) \quad (j=1, 2) \quad (1)$$

式中 β_j 和 γ_j 分别为介质的折射系数和吸收系数. 考虑稀薄等离子体, 其折射率为 $n_1^2(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, ω 和 ω_p 分别为光波工作频率和等离子体特征频率. 当 $\omega > \omega_p$ 时, 等离子体透明, 此时 $\gamma_1(\omega) = 0$; 当 $\omega < \omega_p$ 时, 式(1)中 $\beta_1(\omega) = 0$, $n_1(\omega)$ 成为纯虚数, 虽然这种阻尼与通常吸收介质中的耗散不同, 但为研究介质色散性质, 在此我们唯象地把波在其中的衰减性视为等效损耗所致.

对于一维波动光场, 仅考虑垂直于介质界面传播的光场模式, 设线极化波沿 x 方向传播, 磁矢势和电流均沿 y 方向, 对于非均匀介质系统, 在频域中矢势 $A(x, \omega)$ 对应的格林函数 $G(x, x'; \omega)$ 满足方程

$$\frac{\partial^2 G(x, x'; \omega)}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(x, \omega) G(x, x'; \omega) = \delta(x - x') \quad (2)$$

式中复介电常数 ϵ 是变量 (ω, x) 的函数. 借助于均匀无限介质情况的格林函数表式, 并从物理上考虑, 可得等离子体 / 色散吸收介质界面一维系统格林函数.

对于 $x < 0$ 区域, 有

$$G_{11} = \frac{1}{2ik_1} [e^{ik_1|x-x'|} + r_{11}e^{-ik_1(x+x')}] \quad (x' < 0) \quad (3)$$

$$G_{21} = \frac{1}{2ik_2} t_{21}e^{i(k_2x' - k_1x)} \quad (x' > 0) \quad (4)$$

*江苏省教育厅自然科学基金资助项目

Tel: 0517-3511223 Email: cuiyuanshun@sina.com

收稿日期: 2004-02-13

对于 $x > 0$ 区域, 有

$$G_{12} = \frac{1}{2ik_1} t_{12} e^{i(k_2 x - k_1 x')} \quad (x' < 0) \quad (5)$$

$$G_{22} = \frac{1}{2ik_2} [e^{ik_2 |x - x'|} + r_{22} e^{ik_2(x + x')}] \quad (x' > 0) \quad (6)$$

式(3)~(6)中格林函数 $G_{ij}(x, x'; \omega)$ ($i, j = 1, 2$) 的前后足标分别地对应于 x', x 所在的区域, r_{ij}, t_{ij} 分别为介质界面处的反射率和透射率, 其形式为

$$r_{11} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = -r_{22}, t_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} = \frac{n_1}{n_2} t_{21} \quad (7)$$

2 光场正则量子化

计及介质色散与耗散性质的量子理论需考虑物质的量子性质, 电场 E 与电位移 D 之间的本构关系需要依赖于频率的复介电常数联系, 且引入与吸收性相联系的量子噪音电流来表达介质耗散对光场的影响^[10-13]. 令噪音电流为

$$\hat{J}_{ji}(x, \omega) = \frac{\omega}{c^2} \sqrt{\frac{2\hbar\beta_i\gamma_i}{\pi\epsilon_0 s}} \hat{f}_i(x, \omega) \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

式中 s 为垂直于光波传播方向的量子化面积, $f_i(x, \omega)$ 为噪音算符. 从而时域中磁矢势算符为

$$\hat{A}_j(x, t) = \int_0^\infty \left[\sum_{i=1}^2 \int_{-\infty}^\infty G_{ij}(x, x'; \omega) \hat{J}_{ji}(x', \omega) dx' \right] e^{-i\omega t} d\omega + H \cdot C \quad (9)$$

式中 $H \cdot C$ 表示厄米共轭项. 将式(3)~(6)代入式(9), 且注意分段积分, 可给出各区域磁矢势算符为

$$\hat{A}_j(x, t) = \int_0^\infty \sqrt{\frac{\hbar\beta_j}{4\pi\epsilon_0\epsilon_j\omega s c}} [\hat{C}_{jR}(x, \omega) + \hat{C}_{jL}(x, \omega)] e^{-i\omega t} d\omega + H \cdot C \quad (10)$$

其中系统算符取如下形式

$$\hat{C}_{1R}(x, \omega) = \left[\frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\gamma_1}{c}} \int_{-\infty}^x e^{-ik_1 x'} \hat{f}_1(x', \omega) dx' \right] e^{ik_1 x} \quad (11)$$

$$\hat{C}_{1L}(x, \omega) = \left\{ \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\gamma_1}{c}} \left[\int_x^0 e^{ik_1 x'} \hat{f}_1(x', \omega) dx' + r_{11} \int_{-\infty}^0 e^{-ik_1 x'} \hat{f}_1(x', \omega) dx' \right] + \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\beta_2\gamma_2}{c\beta_1}} t_{12} \int_0^\infty e^{ik_2 x'} \hat{f}_2(x', \omega) dx' \right\} e^{-ik_1 x} \quad (12)$$

$$\hat{C}_{2R}(x, \omega) = \left\{ \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\beta_1\gamma_1}{c\beta_2}} t_{21} \int_{-\infty}^0 e^{-ik_1 x'} \hat{f}_1(x', \omega) dx' + \frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\gamma_2}{c}} \left[\int_0^x e^{-ik_2 x'} \hat{f}_2(x', \omega) dx' + r_{22} \int_0^\infty e^{ik_2 x'} \hat{f}_2(x', \omega) dx' \right] \right\} e^{ik_2 x} \quad (13)$$

$$\hat{C}_{2L}(x, \omega) = \left[\frac{1}{i} \sqrt{\frac{2\omega\gamma_2}{c}} \int_x^\infty e^{ik_2 x'} \hat{f}_2(x', \omega) dx' \right] e^{-ik_2 x} \quad (14)$$

式中足标 R、L 分别表示向右、向左的传播. 运用关系

$\hat{E}(x, t) = -\partial\hat{A}(x, t)/\partial t, \hat{B}(x, t) = \partial\hat{A}(x, t)/\partial x$ (15) 不难给出两区域中电场、磁场的算符. 进一步, 在 $x = 0$ 处运用电场、磁场切向分量连续条件, 可得

$$\sqrt{\beta_1/\epsilon_1} [\hat{C}_{1R}(0, \omega) + \hat{C}_{1L}(0, \omega)] = \sqrt{\beta_2/\epsilon_2} [\hat{C}_{2R}(0, \omega) + \hat{C}_{2L}(0, \omega)] \quad (16)$$

$$\sqrt{\beta_1} [\hat{C}_{1R}(0, \omega) - \hat{C}_{1L}(0, \omega)] = \sqrt{\beta_2} [\hat{C}_{2R}(0, \omega) - \hat{C}_{2L}(0, \omega)] \quad (17)$$

由此可解出用 $\hat{C}_{1R}(0, \omega), \hat{C}_{2L}(0, \omega)$ 表达的 $\hat{C}_{1L}(0, \omega)$ 和 $\hat{C}_{2R}(0, \omega)$. 将式(16)、(17)作为系统算符在介质界面处的衔接条件, 可进一步用入射于界面的算符 $\hat{C}_{1R}(0, \omega), \hat{C}_{2L}(0, \omega)$ 表达出式(11)~(14).

噪音算符 $\hat{f}_i(x, \omega)$ 起因于介质的吸收性, 基于物质微观模型, 文献[6]给出噪音算符满足的对易关系为

$$[\hat{f}(x, \omega), \hat{f}^*(x', \omega')] = \delta(x - x') \delta(\omega - \omega') \quad (18)$$

而由式(11)~(14)可见, 在系统算符 $\hat{C}_{jR}(x, \omega), \hat{C}_{jL}(x, \omega)$ 表式中均含有噪音算符, 借助于式(18)可以给出系统算符的对易关系, 并进一步结合式(10)及式(15), 可以得到场量间的正则对易关系

$$[\hat{A}(x, t) - \epsilon_0 \hat{E}(x', t)] = \frac{i\hbar}{s} \delta(x - x') \quad (19)$$

结果表明上述光场正则量子化的过程是合理的.

3 电场量子起伏的功率谱

运用式(10)、(15), 在频域中相同空间点的电场关联函数为

$$\langle 0 | \hat{E}(x, \omega) \hat{E}(x, \omega') | 0 \rangle = 2\hbar\omega^2 \text{Im}[G(x, x; \omega)] \delta(\omega - \omega') = S(x, \omega) \delta(\omega - \omega') \quad (20)$$

式中电场关联函数功率谱为

$$S(x, \omega) = 2\hbar\omega^2 \text{Im}[G(x, x; \omega)] \quad (21)$$

其中 Im 表示对格林函数取虚部. 将式(3)、(6)代入式(21), 可给出 1 区和 2 区的场关联函数功率谱为

$$S_j(x, \omega) = \frac{S_0(\omega)}{|n_j|^2} \left\{ \beta_j \pm \frac{1}{|n_1 + n_2|^2} [(|n_1|^2 - |n_2|^2) \text{Re}(n_j^* e^{2ik_j|x|}) + i(n_1 n_2^* - n_1^* n_2) \cdot \text{Im}(n_j^* e^{2ik_j|x|})] \right\} \quad (22)$$

式中 $S_0(\omega) = -\hbar\omega c$ 为真空情况下场起伏功率谱, “ \pm ”号分别对应于 $j = 1, 2$. 由于在式(22)中均交叉地包含有两区域的介质参量, 故每一区域的介质参量将对另一区域中电场的量子起伏功率谱产生连带影响.

在式(22)中, 令 $x = 0$, 可以验证 $S_1(0, \omega) = S_2(0, \omega)$, 表明电场起伏功率谱在介质分界面处保持连续; 为考察 $|x| \rightarrow \infty$ 时场起伏功率谱的渐近行为, 由式(22)给出其稳态值或振荡中心值

$$S_1/S_0|_{x \rightarrow -\infty} = \beta_1/|n_1|^2, S_2/S_0|_{x \rightarrow +\infty} = \beta_2/|n_2|^2 \quad (23)$$

对于 1 区域,若介质无耗,则场起伏功率谱表现为等幅振荡性,振荡的幅度由式(22)可知决定于 β_1 和 2 区域的介质参量,且振荡中心值为 $1/\beta_1$; 若 $n_1 = i\gamma_1$,则场起伏功率谱单调衰减,其渐近值趋近于零. 对于 2 区,一般地 $\beta_2 \neq 0, \gamma_2 \neq 0$,但 $\gamma_2 \ll \beta_2$,则场起伏功率谱呈振荡性衰减,其渐近值为 $1/\beta_2$.

4 计算结果及分析

记 $\omega = \sigma\omega_p$,运用式(22)分别 $\sigma > 1$ 和 $\sigma < 1$ 情况计算两区域中电场起伏功率谱. 对于确定的 ω_p ,选用不同的 σ 值,即相当于考虑光波的不同工作频率,通过比较不同 σ 值下的结果,可以分析其对应功率谱的色散性质.

首先就 $\sigma > 1$ 情况给出算例. 选取 $\sigma = 1.25, 1.67$,此时有 $n_1 = 0.6, 0.8$,用 λ_0 表示真空波长,则 $k_1x = 1.20\pi x/\lambda_0, 1.60\pi x/\lambda_0$;同时,选用 2 区色散吸收介质的折射率 n_2 分别为: $2.0 + 0.005i, 2.0 + 0.01i, 2.0 + 0.05i$,计算结果如图 1(a)、(b),其中横坐标为 x/λ_0 ,纵坐标为相对起伏功率谱 S/S_0 .

其次就 $\sigma < 1$ 情况进行计算. 为了清楚等离子体介质的吸收性对 $x > 0$ 区域光场起伏功率谱的影响作用,我们选取 $\sigma = 0.67$ 和 0.99 进行计算比较,则分别地对应 $n_1 = 1.12i, 0.14i$,以及 $k_1x = 2.24\pi x/\lambda_0, 0.28\pi x/\lambda_0$;并且选用 n_2 分别为: $2.0 + 0.02i, 2.0 + 0.04i, 2.0 + 0.06i$,计算结果如图 1(c)、(d).

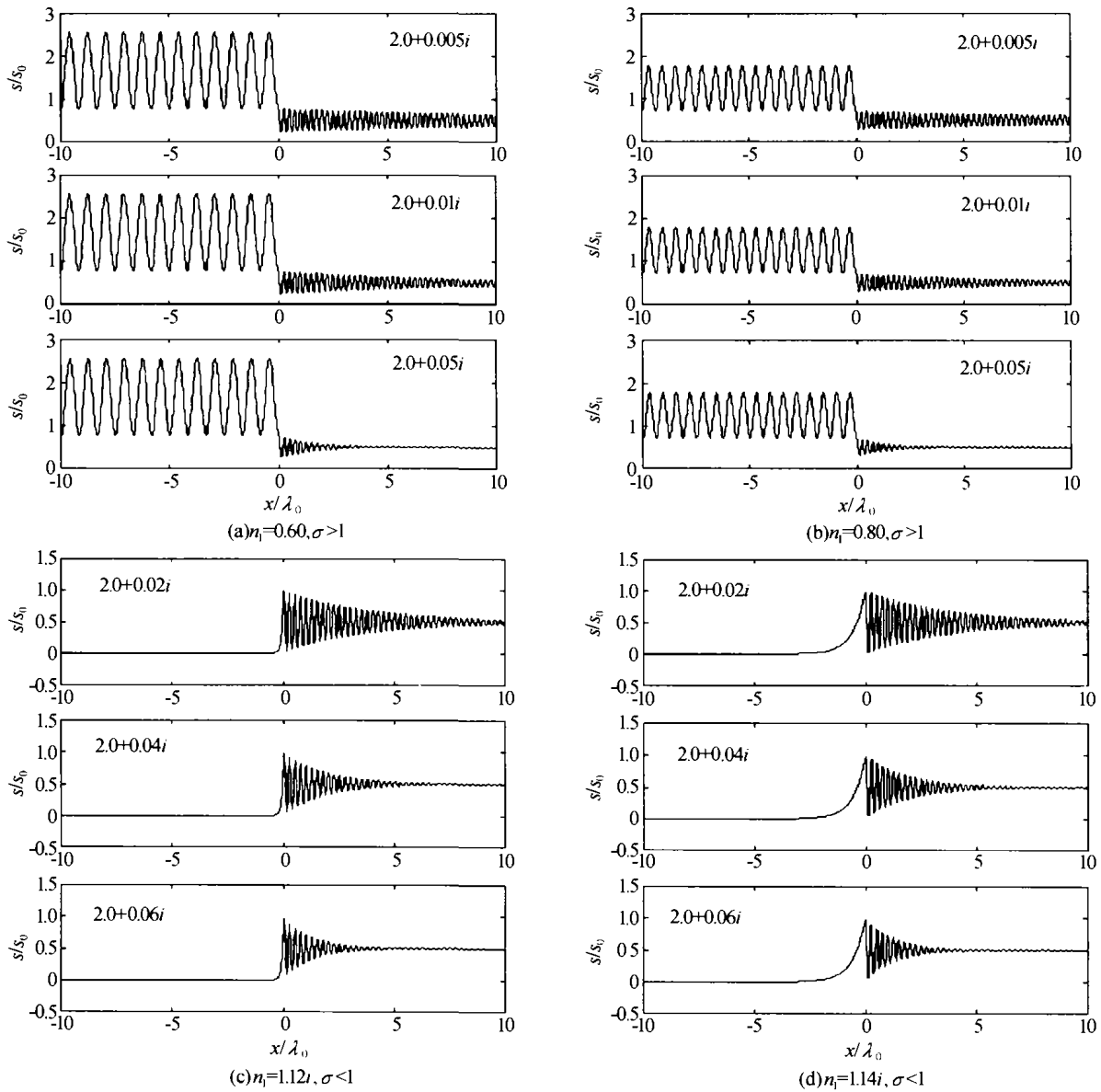


图 1 电场起伏功率谱的空间变化
Fig. 1 Spatial variation of the spectrum of electric field

分析计算结果表明,在图1(a)、(b)中,因为 $\sigma > 1$,而使 n_1 为实数,此时等离子体介质透明,随着 x 变化 $S(x, \omega)$ 在1区内作等幅振荡,其幅度随 β_1 的不同而不同;在2区内作衰减振荡,且幅度衰减的快慢程度依赖于 n_2 的虚部,即介质的吸收参量,同时可见,衰减振荡的中心较1区下移,随着 $x \rightarrow +\infty$,其值逐渐逼近于 $1/\beta_2 = 0.5$. 在图1(c)、(d)中,因 $\sigma < 1$,故 $S(x, \omega)$ 在 $x = 0$ 平面的两侧随 $|x|$ 增大均作衰减变化,但衰减的方式不同,在2区中作振荡式衰减,情况类似于图1(a)、(b);而在1区中则作单调式衰减,不呈现振荡性,衰减的快慢程度决定于 γ_1 值. 这些结果与理论值相一致.

5 结论

针对等离子体—色散吸收介质界面—维系统,通过引入噪音电流实现光场的正则量子化,给出系统中电场量子起伏功率谱的关系,该关系明显地依赖于光场的工作频率及各区域中的介质参量. 理论和数值计算结果均表明,对于确定的介质结构,当光场工作频率取不同值时,功率谱的空间变化行为将不同,反映出系统的色散性;当光场工作频率一定时,对于不同的介质参量分布,两区域中的功率谱有着不同的振荡性质. 这些结果对于研究光场通过介质光纤、多层介质光学器件等传播的量子性质,揭示和研制复杂的介质分布与结构体系在光学通信、现代光学工程、微波技术等领域中的实际应用有重要的指导意义.

参考文献

- 1 崔元顺. 量子化电磁场在色散吸收有限介质中的传播. 光子学报, 2000, **29**(7): 577 ~ 582
Cui Y S. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(7): 577 ~ 582
- 2 崔元顺, 周淮玲. 色散吸收非对称介质光腔中光场的量子理论. 光子学报, 2002, **31**(5): 513 ~ 519
Cui Y S, Zhou H L. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(5): 513 ~ 519
- 3 崔元顺, 周淮玲, 付浩. 色散吸收非对称介质光腔系统中光场量子起伏的功率谱. 光子学报, 2002, **31**(11): 1312 ~ 1316
Cui Y S, Zhou H L, Fu H. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(11): 1312 ~ 1316
- 4 Loudon R, Jedrkiewicz O, Barnett S M, et al. Quantum limits on noise in dual input-output linear optical amplifiers and attenuators. *Phys Rev*, 2003, **A67**(3): 033803
- 5 Artoni M, Loudon R. Propagation of nonclassical light through an absorbing and dispersive slab. *Phys Rev*, 1999, **A59**(3): 2279 ~ 2290
- 6 Huttner B, Barnett S M. Quantization of the electromagnetic field in dielectrics. *Phys Rev*, 1992, **A46**(7): 4306 ~ 4322
- 7 Huttner B, Barnett S M. Dispersion and loss in a Hopfield dielectric. *Europhys Lett*, 1992, **18**(6): 487 ~ 492
- 8 Schmidt E, Jeffers J, Barnett S M, et al. Quantum theory of light in nonlinear media with dispersion and absorption. *J Mod Optics*, 1998, **45**(2): 377 ~ 401
- 9 Dutra S M, Furuya K. Relation between Huttner-Barnett QED in dielectrics and classical electrodynamics: determining the dielectric permittivity. *Phys Rev*, 1998, **A57**(4): 3050 ~ 3058
- 10 Gruner T, Welsch D G. Green-function approach to the radiation-field quantization for homogeneous and inhomogeneous Kramers-Kronig dielectrics. *Phys Rev*, 1996, **A53**(3): 1818 ~ 1829
- 11 Matloob R, Loudon R. Electromagnetic field quantization in absorbing dielectrics. *Phys Rev*, 1995, **A52**(6): 4823 ~ 4838
- 12 Matloob R, Loudon R. Electromagnetic field quantization in absorbing dielectrics II. *Phys Rev*, 1996, **A53**(6): 4567 ~ 4582
- 13 Matloob R. Electromagnetic field quantization in an absorbing medium. *Phys Rev*, 1999, **A60**(1): 50 ~ 55
- 14 Artoni M, Loudon R. Quantum theory of optical pulse propagation through an absorbing and dispersive slab. *Phys Rev*, 1997, **A55**(2): 1347 ~ 1356
- 15 Tip A, Knoll L, Welsch D G. Equivalence of the Langevin and auxiliary-field quantization methods for absorbing dielectrics. *Phys Rev*, 2001, **A63**(4): 043806

The Power Spectrum of Quantum Fluctuations in the Plasma / Absorbing and Dispersive Dielectrics Interface System for One-dimension

Cui Yuanshun

Department of Physics, Huaiyin Teachers College, Huaian, Jiangsu 223001

Received date: 2004-02-13

Abstract The electromagnetic field in absorbing and dispersive dielectrics is quantized by the method of Green's function, the quantum properties of light field in the plane interface system with the plasma / absorbing and dispersive dielectrics for one-dimension are investigated. The results show that the working states of the system are related closely with the frequency of light, and the damping of plasma have not only the effects evidently on the power spectrum of electric-field quantum fluctuations in myself region, also in other region.

Keywords Plasma; Absorbing and dispersive dielectrics; Interface system; Light - field quantum fluctuations; Power spectrum

Cui Yuanshun was born in Oct. 1957. He graduated from Department of Physics, Xuzhou Normal University in 1982. As a visiting scholar, he studied the advanced electromagnetic theory and microwave technique in South-East University in 1989 and accepted training of Foreign Language in WSK class, Yangzhou University in 1994. Now he is a professor. His main research interests include the quantum electrodynamics, optics and the theory of electromagnetic. He has published about 80 articles.