

利用杨氏双缝干涉讨论 Talbot 效应

范希智

(鞍山师范学院物理系, 辽宁鞍山 114005)

摘 要 利用杨氏双缝干涉原理讨论了平行光垂直照射下光栅的 Talbot 及分数 Talbot 现象. 在成像平面上所观察到的光栅衍射条纹实质上是光栅中一定缝距的许多双缝对的杨氏干涉条纹的可除相干叠加条纹, 其条纹间距和明暗中心位置都未变化; 但是像相对于光栅即条纹分布相对于光栅刻线可能有半个周期的偏移, 这可由双缝对参数 α 的奇偶决定, 如果 α 为偶数则没有偏移, 如果 α 为奇数则有偏移.

关键词 双缝干涉; Talbot 效应; 光栅; 单色平行光

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A

0 引言

Talbot 在 1836 年报道了一种特殊的衍射成像现象^[1]: 当用单色平面波垂直照明一个具有周期性透过率函数的透明图片时, 在该透明片后的某些距离上出现该周期函数的像. 这种不用透镜就可对周期物体成像的现象称为 Talbot 效应或者自成像.

近二十多年来, 人们对 Talbot 效应重新进行了仔细地研究, 得出许多有益的结果^[2], 这种效应已经在光学的各个分领域里和电子显微镜等方面得到广泛的应用^[3,4].

在理论研究方面, 最有用的方法是利用菲涅耳—基尔霍夫积分对光栅后面的场分布进行分析, 从而得到 Talbot 效应的发生条件^[5-7]. 从普遍意义上讲, 杨氏双缝是最简单的光栅, 因而可以认为普通光栅是由一定数量的杨氏双缝光栅组成的, 因而 Talbot 效应能够用杨氏双缝干涉模型进行解释, 基于此, 本文针对平行光照明下光栅的 Talbot 效应进行讨论.

1 Talbot 效应的解释

如图 1, 波长为 λ 的相干单色平行光垂直入射于周期为 T 的透射光栅, 用特定的不透明遮挡屏将光栅盖住, 只留下两条相距为 $d = \alpha T$ (其中 α 为自然数) 的刻线, 很显然, 它们就是杨氏干涉实验中的双缝, 记作 (A, B) ; 于是在光栅的右侧空间便可观察到杨氏双缝干涉现象.

假设观察平面到光栅平面的距离为 Z (观察平面与光栅平面平行且 $Z \gg d$), 那么在观察平面上干涉条纹的间距 K 为

$$K = Z \left(\frac{\lambda}{d} \right) = \frac{Z\lambda}{\alpha T} \quad (1)$$

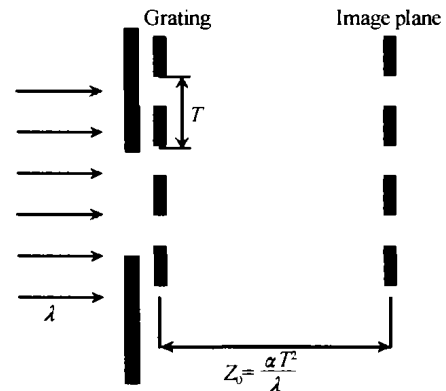


图 1 单色平行光照射杨氏干涉的光栅成像

Fig. 1 The image of grating from Young's interference under illumination of parallel homochromatic wave

可见, 随着距离 Z 的变化, 条纹的间距 K 也将发生变化, 而在某一距离 Z_0 处, 条纹的间距与光栅的刻线间距即周期光栅 T 相等, 即

$$K = \frac{Z_0 \lambda}{\alpha T} = T \quad (2)$$

于是有

$$Z_0 = \frac{\alpha T^2}{\lambda} \quad (3)$$

可见, 当平行光照射时, 在杨氏干涉的观察条件下, 出现 Talbot 效应.

如图 2, 如果再打开光栅上另外一对距 (A, B) 缝为 T 的距离也为 $d (= \alpha T)$ 的双缝 (这时将其记作 (A', B')), 显而易见, (A', B') 双缝也能生成与 (A, B) 缝完全相同的杨氏双缝干涉条纹系, 只是这组条纹系相对 (A, B) 缝的干涉条纹系平移了一个条纹间隔, 故此两组条纹系能够完全重合: 暗纹与暗纹叠合, 仍是暗纹, 亮纹与亮纹也能完全重合, 在亮纹中心各相干光的相位差或为零或为 2π 的整数倍, 叠加后亮度增大. 而在离开中心的各光束将有少量偏离零或 2π 整数倍的相位差, 多光束叠加产生多光

束干涉效应,条纹的边缘变陡. 显而易见,仅在满足式(3)的观察平面即成像平面上,两组条纹系才能完全重合,在其他距离 Z 处,两组条纹系因间距都不等于 T 且相互错开,叠合后条纹的对比度下降,甚至条纹完全消失. 以此类推,将光栅想象成这种一系列的缝对,当光栅上各缝全部被打开时,那么根据上述的分析可知,在观察平面上,由 (A, B) 、 (A', B') 、 (A'', B''') 等各缝对产生的干涉条纹系的亮、暗条纹都能完全无错位地叠合,形成细锐度很高的多光束干涉条纹. 显然,这样形成条纹的间距即为 T ,与光栅周期相同,这时相当于在观察平面上形成了光栅的像,可以称在距离光栅 Z_0 处的观察平面为自成像平面. 由式(3)可见,对于不同的自然数,有不同 Z_0 ,因而有一系列自成像平面.

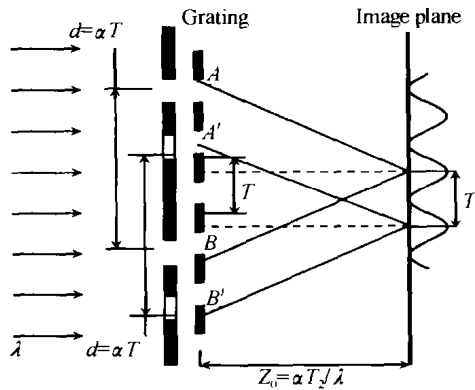


图2 光栅上的双杨氏双缝干涉
Fig. 2 Two Young's double-slit interferences on the grating

最简单的情况就是当 $\alpha = 1$ 时,取 (A, B) 、 (A', B') 是缝距为 T (此时 $d = T$) 的两对狭缝,且 $BA' = T$,如图3,可见,它们在观察平面即自成像平面上各自形成周期为 T 且明暗能完全叠合的两组杨氏干涉条纹. 对于其中任意的暗纹位置 Q ,假设其相邻的亮纹位置为 L ,那么在 Q 点,由于是暗纹叠加对应的光强分布仍是暗纹,而对于 L 点, BL 与 $A'L$ 的程差为的整数倍,所以 A, B, A', B' 到 L 点的相互程差必然为零或为 λ 的整数倍,所以 L 点处是亮纹与亮纹叠加,相干叠加后光强分布当然是亮纹. 可见两

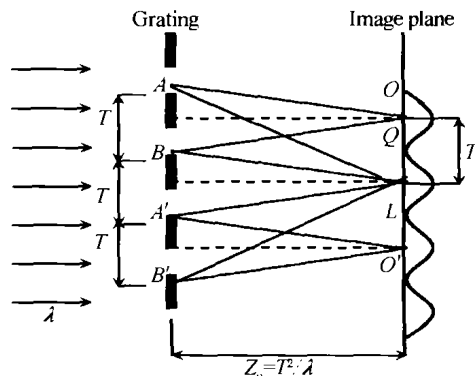


图3 $\alpha = 1$ 时光栅上的双杨氏双缝干涉
Fig. 3 Two Young's double-slit interferences for $\alpha = 1$ on the grating

组干涉条纹系相干叠加后,所得到的强度分布的明暗中心位置以及条纹间隔都没有改变,只是条纹的明暗对比变陡,即干涉条纹的细锐度增加,将这种相干叠加称作可除相干叠加. 显然,只有在自成像面上的相干叠加才是可除的.

2 自成像的偏移

如上所述,因为光栅可以被看成由一对对距离为 T 的缝对所构成,则如图4. 假设 (A, B) 就是其中的一个缝对,这时如果取 $\alpha = 2$,则其缝距 $d = 2T$,那么在对应的自成像面上亮纹的位置就是 (A, B) 双缝产生杨氏干涉的亮纹位置,故亮纹 O 与 AB 的中心位置相对应,而 AB 的几何中点显然是相邻双缝对的一条缝. 所以这种情况下出现的自成像与光栅的缝无相对位移,称为此时的自成像为正自成像;但是当取 $\alpha = 3$ 时,其缝距 $d = 3T$,与 $\alpha = 2$ 时的分析相类似,很容易看出这时的亮纹 O 所对应的 AB 几何中心必定是光栅上两缝的中心,故这种情况下出现的自成像相对于光栅平移了 $\frac{T}{2}$ 的距离,称为偏自成像.

由此类推得知,当 α 为偶数时,所形成的自成像均是正自成像,而当 α 为奇数时,所形成的自成像均是偏自成像. 可见,自然数 α 的奇偶性决定着光栅自成像的偏与正,因而 α 是 Talbot 效应中的重要参数. 这种偏自成像就是所谓的负自成像^[5].

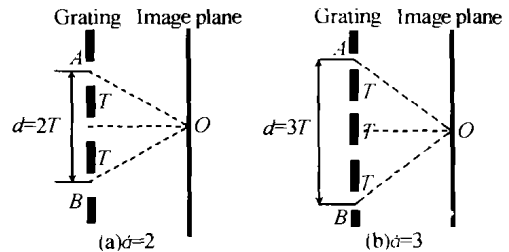


图4 α 为奇、偶数与光栅偏、正成像的关系
Fig. 4 The correspondence for the parity of parameter α to the excursion of the image of the grating, for instance of $\alpha = 2, 3$

3 分数 Talbot 效应的直观分析

在相同的情况下,即仍然是波长为 λ 的相干单色平行光垂直入射于周期为 T 的透射光栅,那么在光栅右侧的某观察平面(观察平面还是平行于光栅平面)上还能得到这样的干涉条纹分布,即条纹间距为 $\frac{T}{\beta}$,其中 β 为某一正整数,于是式(3)就变成

$$K = \frac{Z_0 \lambda}{\alpha T} = \frac{T}{\beta} \tag{4}$$

即

$$Z_0 = \frac{\alpha T^2}{\beta \lambda} \tag{5}$$

容易分析,如果光栅上的双缝平移一个 T ,则观察平面上的杨氏干涉条纹相对于原条纹移动过 β 个条纹,那么图 2 所示的两组双缝所形成的两组干涉条纹一定能够重合,即与自成像过程相类似,周期为 $\frac{T}{\beta}$ 的条纹仍将加强.可见在两个自成像面之间还存在着高频的与光栅形状相类的杨氏干涉条纹,这就是所谓的分数 Talbot 效应,它应是 Fresnel 衍射的结果^[7,8].

上述这种分析意味着在第一部分的自成像的杨氏干涉分析中,取杨氏干涉条纹的分布周期为光栅周期- T ,即利用杨氏双缝干涉也可分析分数式 Talbot 效应,当 $\beta = 1$ 时所讨论的就是 Talbot 效应.

4 结论

利用杨氏双缝干涉原理讨论了平行光垂直照射下光栅的 Talbot 及分数 Talbot 现象,经过分析,可以认为,在距离光栅平面 $Z_0 = \frac{\alpha T^2}{\lambda}$ 的自成像平面上所观察到的光栅衍射条纹实质上是光栅中缝距 $d = \alpha T$ 的许多双缝对的杨氏干涉条纹的可除相干叠加条纹,其条纹间距和明暗中心位置都未改变;但是像相对于光栅即条纹分布相对于光栅刻线可能有 $T/2$ 的偏移,这可由参数 α 的奇偶决定, α 为偶则无, α 为奇则有.

参考文献

- 1 Guerineau N, Harchaoui B, Primot J. Talbot experiment re-examined: demonstration of an achromatic and continuous self-imaging regime. *Optics Communications*, 2000, **180**(4): 199 ~ 203
- 2 张耀举. 离焦量和非单色光对二元相位光栅泰伯像的影响. *光子学报*, 2003, **32**(3): 348 ~ 351
Zhang Y J. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(3): 348 ~ 351
- 3 Patorski K. The self-imaging phenomenon and its applications, in: E. Wolf (Ed) *Progress in Optics*, vol. 27, North-Holland, Amsterdam, 1989, 1 ~ 10
- 4 Wragge M, Glas P, Leitner M, et al. Phase-locked and self-imaging properties of a Talbot resonator applied to circular structures. *Opt Commun*, 2001, **191**(3): 149 ~ 159
- 5 蒋秀明, 赵家驹, 黄维实. 高等光学. 上海: 上海交通大学出版社, 1996, (8): 138 ~ 146
Jiang X M, Zhao J J, Huang W S. *Higher Optics*. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1996, (8): 138 ~ 146
- 6 苏显渝, 李继陶. 信息光学. 北京: 科学出版社, 1999, (9): 45 ~ 46
Su X Y, Li J T. *Information Optics*. Beijing: Science Press, 1999, (9): 45 ~ 46
- 7 王淮生, 张志刚, 柴路, 等. 一般多值相位光栅菲涅耳衍射光场的分析. *光子学报*, 2003, **32**(11): 1402 ~ 1404
Wang H S, Zhang Z G, Cai L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(11): 1402 ~ 1404
- 8 Wang H, Zhou C, Liu L. Simple Fresnel diffraction equations of a grating for Talbot array illumination. *Opt Commun*, 2000, **173**(1): 17 ~ 22

Discuss of Talbot Effect Basing on Young's Double-slit Interference

Fan Xizhi

Department of Physics Anshan Normal University, Anshan 114005

Received date: 2004-02-17

Abstract Basing on Young's double-slit interference, the grating's Talbot and fractional Talbot phenomena under illumination of parallel homochromatic wave were discussed. The grating diffraction fringes on the imaging plane results virtually from the so-called erasable coherent superposition of many Young's interference fringes of double-slit with certain distance within the grating. Although the distance between fringes and the places of bright and dark fringe were not unvaried, there would be a shift of half period of the image versus the grating viz. fringe distribution versus scratches of grating. This shift would be determined by parity of parameter α of double-slit, namely that when α is even, the shift don't appear, while α is odd, it appear.

Keywords Double-slit Interference; Talbot Effect; Grating; Parallel Homochromatic Wave



Fan Xizhi was born in 1969 in Liaoning Province. He graduated from Hunan University with bachelor degree in 1992 and received master degree from East-Chinese University of Industry in 1995 and doctor degree from Zhejiang University in 2000. Now he is a post-doctor in Department of Physics, Nanjing University, and an associate professor of Department of Physics, Anshan Normal University. His research interests were in Tin film Optics, Fractal Fourier Optics, Nonlinear Optics, Organic Electroluminescence Thin Film, All-Optical Poling of Organic Thin Film etc.