

全息干板互易律失效规律的理论研究与数值模拟*

郑贤旭 李泽仁 李作友 罗振雄 叶雁 钟杰

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川 绵阳 621900)

摘 要 本文根据 Gurney-Mott 原理建立了一个新型随机模型用于分析全息干板在激光辐照下的互易律失效规律, 概述了互易律失效的原因, 提出了建模思路, 数值模拟出了互易律失效曲线以及曲线形状随曝光强度的变化.

关键词 全息照相; 感光材料; 时间响应; 互易律失效

中图分类号 O438. TB877 **文献标识码** A

0 引言

近年来, 随着全息技术的不断发展, 其研究领域已扩展到航空航天、医学、瞬态过程诊断等领域. 伴随着全息技术研究对象的不断增加, 全息记录材料面临着更大的挑战. 目前用于全息记录的载体主要有 CCD 芯片、全息干板以及部分晶体, CCD 芯片记录具有较高的灵敏度和动态范围, 但像元尺寸的大小限制了它的分辨率, 用于全息记录的一些晶体又主要用于全息存储, 因此全息干板仍是一种重要的全息记录载体, 但是全息干板在感光过程中存在互易律失效^[1], 特别是在短脉冲强曝光或长脉冲弱曝光时, 互易律失效是必须考虑的^[4], 它将影响干板的黑密度以及干涉条纹的对比度, 特别是用全息技术研究高速运动粒子场时, 由于粒子运动速度快, 要较好地记录粒子运动的全息图就必须使用超短脉冲激光器^[2], 全息干板在超短脉冲辐照下互易律失效比较严重^[3], 因此建立理论模型研究全息干板互易律失效的规律对全息照相具有重要的意义.

1 理论基础及建模思路

1.1 理论基础

目前对于感光材料互易律失效机理的解释主要是基于实验所得的特征曲线所作出的, 很多科学家都提出了自己对互易律失效的看法, 包括 Gurney 和 Mott 所提出的 Gurney-Mott 原理, Mitchell 提出的重卤化原理, Bayer 和 Hamilton 提出的竞争成核原理, Burton 和 Berg 提出的多原子稳定结构原理等^[1]. 这些原理在一定程度上解释了互易律失效曲线的特征, 其中 Gurney-Mott 原理更多地被人们所接受, 同时它也与大多数实验结果相符. 本文根据 Gurney-Mott 原理建立感光材料互易率失效的理论模型.

Gurney-Mott 原理的主要内容为: 作为曝光产物的银是由于感光材料吸收了光而被提高到感光颗粒导带的可动光电子与曝光前就存在的可动填隙银离子这两者向颗粒内的优先部位迁移而形成的, 这些光电子与银离子结合而形成银微粒, 而后者又有效的捕获随后释放出来的光电子, 就这样, 只要由于感光材料吸收了光而不断有光电子提供, 银微粒就不断生长至最后形成稳定的可显影银微斑. 其具体过程参照文献[5, 6].

1.2 感光材料互易律失效理论模型的建立

当光作用到感光乳胶颗粒上时会产生光电子, 光电子在“电子陷阱”的作用下向“电子陷阱”移动, 光电子到达某“电子陷阱”的时间是一随机变量 X , 其分布函数为

$$F(t) = \Pr\{X \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t} \quad (1)$$

λ 为曝光功率密度. “dead time”和“decay time”也是服从指数分布的随机变量^[6], 分别设为 τ_d, τ_0 , 其分布函数分别为

$$P(t) = \Pr\{\tau_d \leq t\} = 1 - e^{-\beta t} \quad (2)$$

$$Q(t) = \Pr\{\tau_0 \leq t\} = 1 - e^{-\delta t}, t \geq 0$$

一般来说 τ_0 的均值大于 τ_d 的均值, 否则形成的银原子总会在形成稳定结构之前分解. $F(t), P(t), Q(t)$ 的概率密度函数分别为 $f(t), r(t), q(t)$.

针对干板上某一个可显影的区域建立随机模型, 取可显影的最小微斑为两个银原子形成的簇团^[9], 并将形成稳定双原子结构这一事件称为 W 事件, 因此干板上的光学密度与发生 W 事件的相对概率是成正比的, 当曝光功率密度为 λ , 曝光时间为 t , 所得的光学密度可用式(3)表示^[10]

$$D(t, \lambda) = \Pr\{W \leq t\} \quad (3)$$

将 W 事件的实现分为两步, 设形成第一个银原子的事件为 U , 第二个银原子在同一区域形成的事件为 V , 其分布函数用 $M(t)$ 表示, $W = U + V$, U 是由事件 X 和 τ_d 决定, 即 $U = X + \tau_d$, 设 U 的概率密度函数为 $g(t)$, 根据各事件的逻辑关系建立随机模型: X 和

*中国工程物理研究院基金(20030434)资助
Tel: 0816-2484168 Email: zxxgoal109@sina.com
收稿日期: 2004-03-01

τ_d 是相互独立随机变量, 所以 U 的概率密度函数为

$$g(t) = f(t) * r(t) \quad (4)$$

式中“*”代表卷积, 下面考虑随机变量 V 的分布函数, 此时需要分两种情况来讨论. 如果在第二个光电子到达所研究区域之前预先形成的银原子没有分解, 即 $\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}$, 则 $U = X$, 如果银原子发生分解, 即 $\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}$, 则整个过程又回到初始状态, $\tau_0^{(1)}$ 和 $\tau_d^{(2)}$ 分别代表第一个银原子的“decay time”和第二个光电子的“dead time”, 根据全概率公式, V 的分布函数可写为

$$\begin{aligned} M(t) = \Pr\{V \leq t\} = & \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}, V \leq t\} + \\ & \Pr\{\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}, V \leq t\} = \Pr\{V \leq t | \tau_0^{(1)} > X + \\ & \tau_d^{(2)}\} \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} + \Pr\{V \leq t | \tau_0^{(1)} \leq X + \\ & \tau_d^{(2)}\} \Pr\{\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}\} \end{aligned} \quad (5)$$

满足条件 $\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}$ 时

$$\Pr\{V \leq t | \tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} = \Pr\{X \leq t\} \quad (6)$$

满足条件 $\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}$ 时, 事先形成的银原子要发生分解, 要在一个新的循环中发生事件 V , 仍需要条件 $\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}$, 所以

$$\Pr\{V \leq t | \tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}\} = \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)} | \Pr\{V \leq t\} \quad (7)$$

所以式(5)可表示为

$$\begin{aligned} M(t) = \Pr\{V \leq t\} = & \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} \Pr\{X \leq t\} + \\ & \Pr\{\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}\} \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} \Pr\{V \leq t\} \end{aligned} \quad (8)$$

结合公式

$$\Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} + \Pr\{\tau_0^{(1)} \leq X + \tau_d^{(2)}\} = 1 \quad (9)$$

则有

$$\begin{aligned} M(t) = \Pr\{V \leq t\} = & \frac{\Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} \Pr\{X \leq t\}}{1 - \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} + (\Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\})^2} \end{aligned} \quad (10)$$

因此问题就转化到求解 $\Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\}$ 的表达式, $\tau_0^{(1)}$ 和 $\tau_d^{(2)}$ 都满足指数分布, 根据其分布函数 $Q(t), P(t)$ 可求得其均值分别为 δ^{-1}, β^{-1} , 此处用均值 δ^{-1}, β^{-1} 代替 $\tau_0^{(1)}, \tau_d^{(2)}$, 因此

$$\begin{aligned} \Pr\{\tau_0^{(1)} > X + \tau_d^{(2)}\} = \Pr\{X < \tau_0^{(1)} - \tau_d^{(2)}\} = \\ 1 - e^{-\lambda(\delta^{-1} - \beta^{-1})} = 1 - e^{-\frac{E(\delta^{-1} - \beta^{-1})}{t}} \end{aligned} \quad (11)$$

将式(11)代入式(10)中可得

$$M(t) = \frac{(1 - e^{-\frac{E(\delta^{-1} - \beta^{-1})}{t}})(1 - e^{-E})}{e^{-\frac{E(\delta^{-1} - \beta^{-1})}{t}} + (1 - e^{-\frac{E(\delta^{-1} - \beta^{-1})}{t}})^2} \quad (12)$$

最后根据随机变量之间的关系, 由 $W = U + V$ 可推出

$$D(t, \lambda) = \Pr\{W \leq t\} = g(t) * M(t) \quad (13)$$

式中“*”代表卷积, 至此建立了曝光黑密度 D 与曝光时间的函数关系^[7].

2 模型的求解

模型的输入是曝光时间 t , 输出是黑密度的相对值 D , 要求式(11)的解析解是相当困难的, 因此本文在模型的求解过程中利用 Matlab 工具求模型的数值解, 因为研究的是全息干板的互易律失效特性, 所以在模型中固定曝光量 E 的值, 改变曝光功率密度 λ 和曝光时间 t 的值, 观察相对黑密度 D 的变化. 以 Slavich VRP-M 型干板为例, 根据该干板的感光灵敏度^[8], 选取曝光能量密度 $E = 100 \mu\text{J}/\text{cm}^2 = 1 \text{ J}/\text{m}^2$, $\tau_0^{(1)}$ 和 $\tau_d^{(2)}$ 的均值 δ^{-1}, β^{-1} 参照前人的实验结果^[5] 分别取 $0.1 \text{ s}, 1.5 \times 10^{-6} \text{ s}$, 先求出 $g(t)$ 的表达式

$$\begin{aligned} g(t) = f(t) * r(t) = \frac{-\lambda\beta(e^{-\lambda t} - e^{-\beta t})}{\lambda - \beta} = \\ \frac{-\lambda\beta(e^{-E} - e^{-\beta t})}{\lambda - \beta} \end{aligned} \quad (14)$$

要计算 $g(t)$ 与 $M(t)$ 的卷积, 先对 $g(t), M(t)$ 进行傅里叶变换, 将变换的结果以数组的形式相乘, 然后将乘积进行反傅里叶变换得到相对黑密度 D 的数值解. 计算时用 Matlab 的“logspace”函数在 $[-14, 2]$ 范围内对时间进行对数采样, 采样点数为 1024, 也就是说在 10^{-14} s 到 10^2 s 的范围内选取 1024 个时间点进行数值模拟, 依照数值计算结果得到的 D 对 $\log(\lambda)$ 和 D 对 $\log(t)$ 的曲线如图 1.

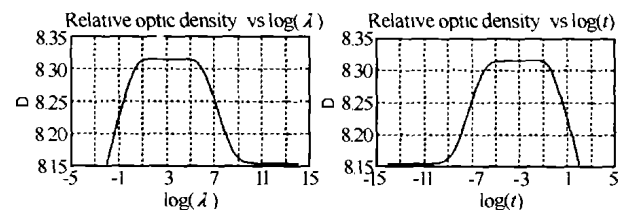


图 1 互易律失效曲线 ($E = 1 \text{ J}/\text{m}^2$)

Fig. 1 The reciprocity failure curve with $1 \text{ J}/\text{m}^2$ exposure

图中所示曲线是在同种曝光量下得到的. 从图中曲线可看出在曝光时间不同的情况下, 相同的曝光量并没有得到相同的黑密度, 说明互易律失效是存在的. 但从曲线的平顶部分来看, 对应所选定的曝光能量密度, 如果曝光时间在 10^{-6} s 到 10^{-1} s 范围内 (即从微秒到毫秒), 不存在互易律失效, 在其它时间范围内均存在互易律失效, 曝光时间短于 10^{-10} s 时基本达到干板的响应极限. 需要说明的是上述曲线是在所选参数条件下得到的, 如果改变曝光能量密度 E , 互易律失效曲线的形状也会发生改变, 特别是互易律失效的区域会发生变化, 如果取 $E = 100, E = 10000$ 及 $E = 10^{-2}$ 时, 其互易律失效曲线的形状分别如图 2、3、4 所示.

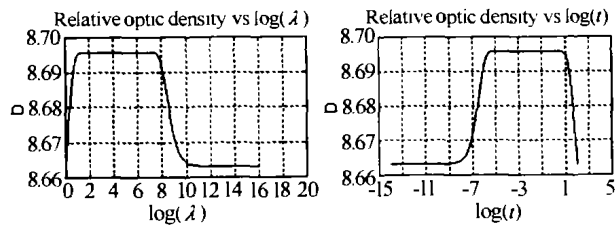


图2 互易律失效曲线 ($E = 100 \text{ J/m}^2$)

Fig. 2 The reciprocity failure curve with 100 J/m^2 exposure

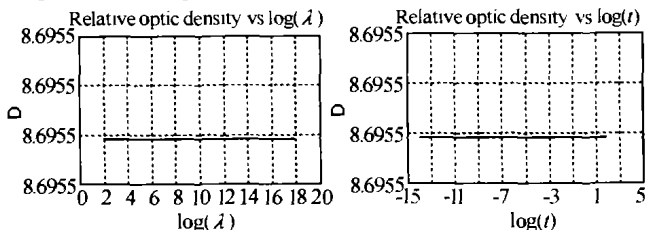


图3 互易律失效曲线 ($E = 10000 \text{ J/m}^2$)

Fig. 3 The reciprocity failure curve with 10000 J/m^2 exposure

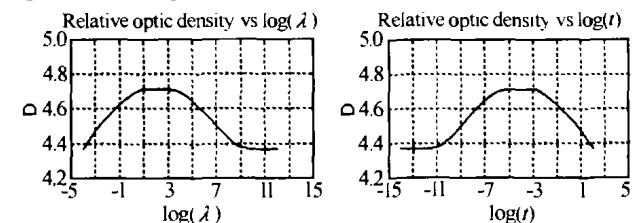


图4 互易律失效曲线 ($E = 0.01 \text{ J/m}^2$)

Fig. 4 The reciprocity failure curve with 0.01 J/m^2 exposure

从图中可以看出随着曝光能量密度的增加互易关系成立的区域会扩大,当曝光能量密度大到一定程度时,由于曝光饱和,使得互易律失效曲线变成直线,说明曝光饱和和掩盖了互易律失效效应。

3 结论

从理论模型的模拟结果来看,全息干板在总曝光量一定,曝光时间不同时在某些时间段存在互易律失效,特别是曝光时间过长或过短时,曝光产生的

光电子并没有高效地被感光颗粒吸收从而导致全息干板的互易律失效,理论模拟的曲线形状与 Rory O. Rice 等人的实验结果比较吻合^[4]。此外,本文的模型是建立在 Gurney-Mott 原理的基础上的,且模型是简化模型,因此模拟结果不一定满足所有的曝光情况。

参考文献

- 1 Mees C E K, James T H. in the Theory of the Photographic Process, 3rd ed., New York, Macmillan, 1966, ch. 7, part 1
- 2 Mcmillan C. Holographic measurement of ejecta from shocked metal surface. *Proc of SPIE*, 1988, **1032**:553 ~ 557
- 3 Hercher M, Ruff B. High-Intensity Reciprocity Failure in Kodak 649-F Plates at 6943", January 1967, Letters to the Editor
- 4 Rice R O, Macomber J D. Reciprocity failure in Kodak HIE film exposed to ruby-laser pulses, *JOSA*, 1975, **65**(12):1489 ~ 1493
- 5 Johnson K M. Holographic reciprocity law failure. *Applied Optics*, 1984, **23**(2):218 ~ 227
- 6 Anderson J. A multitrap model for high reciprocity law failure in the photographic grain. *J Appl Prob*, 1984, **21**:464 ~ 478
- 7 Webb J H. A mathematical model for photographic exposure and its experimental verification. *Photographic Science and Engineering*, 1970, **14**(4):217 ~ 227
- 8 计忠瑛,李育林,等. 国产 KL 全息干板感光特性研究. *光子学报*, 2003, **32**(1):51 ~ 54
Ji Z Y, Li Y L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(1):51 ~ 54
- 9 Berwart L. New method of determination of the characteristic curves of photographic emulsions exposed to very short-time light pulses generated by a laser device. *Journal of Imaging Science and Technology*, 1993, **37**(2):117 ~ 129
- 10 Anderson W J. Concerning the asymptotic behavior of high-Intensity reciprocity curve. *Photographic Science and Engineering*, 1980, **24**(6):283 ~ 289

A Probabilistic Model and Numerical Simulations for Reciprocity Law Failure of Holographic Plate

Zheng Xianxu, Li Zeren, Li Zuoyou, Luo Zhenxiong, Ye Yan, Zhong Jie

Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Sichuan Mianyang 621900

Received date:2004-03-01

Abstract Holographic plate will suffer reciprocity law failure when exposed to low intensity or short pulse laser, a probabilistic model based on the Gurney-Mott hypothesis was constructed to study the reciprocity law of holographic plate, the model yields reciprocity law failure curves with exposure time from 10-14 second to 102 second, and the curve changes with exposure energy is also discussed.

Keywords Hologram; Photographic materials; Pulse response; Reciprocity law failure

Zheng Xianxu was born in 1977, he got his bachelor degree from photoelectron technology specialty of Applied Physics Department of Science and Technology University of National Defense in 1999. He is currently pursuing his master degree in China academy of engineering physics. Now he is engaged in research on hologram.