

一维光子晶体非线性色散特性的分析

黄晓琴^{1,2} 崔一平¹

(1 东南大学电子工程系光电子技术研究室, 南京 210096)

(2 南京师范大学物理科学与技术学院, 南京 210097)

摘要 从无限周期一维光子晶体的色散关系和有限周期光子晶体的透射系数两个方面, 对有限和无限周期光子晶体有效折射率的实部和虚部特性曲线分别进行了计算和分析. 结果表明一维光子晶体的色散曲线与弹性电偶极子的经典色散曲线类似, 在光子晶体的导带为正常色散, 而在禁带呈现反常色散. 并且用简约布里渊区和扩展布里渊区色散曲线对文献报道中存在的两种矛盾的计算结果进行了理论的探讨. 解释了导致对一维光子晶体有效折射率计算存在两种不同结果的原因.

关键词 光子晶体; 有效折射率; 色散; 布里渊区

中图分类号 O43; TN2 **文献标识码** A

0 引言

在过去的十多年中光子晶体的理论和实验研究引起了人们极大的兴趣. 光子晶体是介电系数在空间周期变化的人工晶体, 它对波长在晶体周期量级范围的电磁波具有强烈的调制作用, 形成电磁波的导带和禁带^[1,2]. 光子晶体的许多特性, 如近带边大的光学色散、全方向的反射、光子局域化、光波导、光学双稳态等^[3~5]使光子晶体成为实现全光通讯的极佳载体. 特别是近年来纳米技术的发展, 如精细加工、胶体溶液自组织生长技术、光刻蚀术、反应离子束刻蚀术等技术, 光子晶体实验可用的电磁波波长已从微波段拓展到了红外光以及可见光, 使得光子晶体的应用前景更加广泛与实际. 由于电磁波在光子晶体中的行为可以用麦克斯韦(Maxwell)方程精确描述, 理论研究和模拟计算已成为光子晶体的重要内容, 它对开发光子晶体的新的特性、指导光子晶体器件的设计起着非常重要的作用.

光子晶体的许多应用如材料的色散补偿、光孤子传播、超短光脉冲的压缩、非线性过程的相位匹配等都是基于光子晶体的大的非线性光学色散特性^[6~8]. 许多文献^[9~12]报道了光子晶体的超折射现象, 负的折射率, 高的几何色散特性. 有些现象的物理机理还有待于进一步的深入研究. 文献[14~16]对一维光子晶体色散特性的研究引入了有效折射率的概念, 但文献[14]和文献[15,16]对有限周期一维光子晶体的有效折射率计算所得结果有很大的差异. 本文从无限周期一维光子晶体的色散关系和有限周期光子晶体的透射系数两个方面对一维光子晶体有效折射率的特性曲线进行了进一步的计算

A

和分析, 所得的结果与文献[14]一致, 并进一步从物理意义上解释了文献[14]和文献[15,16]两种结果产生分歧的原因.

1 一维无限周期和有限周期光子晶体的色散关系和等效介质理论

由于一维光子晶体具有结构简单易于制作且与二维和三维光子晶体具有许多共同的光学特征, 因此常常作为理论和实验研究的重要对象^[9,19].

考虑由介电系数分别为 ϵ_a 、 ϵ_b , 厚度分别为 a 、 b ($a+b=d$)的两种介质构成的理想一维光子晶体, 晶体的总厚度为 $D=Nd$, N 是晶体的周期数. 在此忽略材料本身的色散, 即 ϵ_a 、 ϵ_b 均为常数, 仅考虑光子晶体的结构色散. 根据文献[14,16]定义的有效折射率的概念, 将光子晶体视为具有有效折射率 \tilde{n}_{eff} , 厚度为 D 的均匀介质. 透射场总的复相移为

$$\phi = k(\omega)D = \frac{\tilde{n}_{\text{eff}}\omega}{c}D \quad (1)$$

(i) 对于有限周期的光子晶体, 将光子晶体的复透射系数表示为

$$t(\omega) = \sqrt{T(\omega)}e^{i\phi_t} = e^{i(\phi_t - i\ln\sqrt{T(\omega)})} \quad (2)$$

式中 $T(\omega) = |t(\omega)|^2$ 为光子晶体的透射率, ϕ_t 为透射光场的实相移, 总的复相移为

$$\phi = \phi_t - i\ln\sqrt{T(\omega)} \quad (3)$$

比较式(1)和式(3)可以得到 \tilde{n}_{eff} 的实部和虚部分别为

$$n_{\text{eff}} = \frac{c}{\omega D}\phi_t, n'_{\text{eff}} = -\frac{c}{\omega D}\ln(\sqrt{T(\omega)}) \quad (4)$$

实部反应了光子晶体的色散特性, 虚部反应了入射光场的散射衰减. 式(4)表明有效折射率的实部 n_{eff} 正比于光子晶体的实相移 ϕ_t , 而虚部决定于透射率 T .

(ii) 对于无限周期的一维光子晶体, 运用 Maxwell 电磁波方程和 Bloch 理论可以直接得到其色散关系的解析式^[17]

$$\cos [k(\omega)d] = \left[\cos\left(\frac{n_a\omega a}{c}\right)\cos\left(\frac{n_b\omega b}{c}\right) - \frac{n_a^2 + n_b^2}{2n_a n_b} \sin\left(\frac{n_a\omega a}{c}\right)\sin\left(\frac{n_b\omega b}{c}\right) \right] \quad (5)$$

式中 $n_a = \sqrt{\epsilon_a}$, $n_b = \sqrt{\epsilon_b}$ 分别为介质 a 、 b 的折射率. 由式(5)可得到色散 $k(\omega)$. 在此有效折射率可以定义为真空中的光速与光波在介质中的等效相速度之比

$$\tilde{n}_{\text{eff}}(\omega) = \frac{c}{\omega} k(\omega) = \frac{c}{\omega} [k(\omega) + ik'(\omega)] \quad (6)$$

$k(\omega)$ 、 $k'(\omega)$ 分别为波矢的实部与虚部. 根据式(6)得到 \tilde{n}_{eff} 的实部和虚部分别为

$$n_{\text{eff}} = \frac{c}{\omega} k(\omega), n'_{\text{eff}} = \frac{c}{\omega} k'(\omega) \quad (7)$$

2 等效折射率的模拟计算结果和分析

分别计算了有限周期和无限周期一维光子晶体的有效折射率. 取介质层 a 为 ZnS, 折射率 $n_a = 2.35$, 介质层 b 为 MgF_2 , $n_b = 1.38$. 两介质层的厚度满足 $n_a a = n_b b$, 即由 $1/4$ 波片堆组成的一维光子晶体. 禁带中心频率出现在 $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, 7\omega_0 \dots$, 其中 $\omega_0 = c\pi/(n_a d_a + n_b d_b)$ 为第一禁带中心频率^[13].

图 1 中曲线 (a) 是用传输矩阵法^[13] 对 10 个有限周期的光子晶体的透射系数 $t(\omega)$ 进行计算, 再利用式(4)得到的有效折射率实部的色散曲线. 图 1(b) 是利用色散关系式(5) (带结构图 2(a)) 和式(7) 计算得到的无限周期光子晶体的有效折射率实部的色散曲线. 由图 1 可见, 两条曲线的结果基本一致. 在频率 $1\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0$ 附近 n_{eff} 随 ω 的增大迅

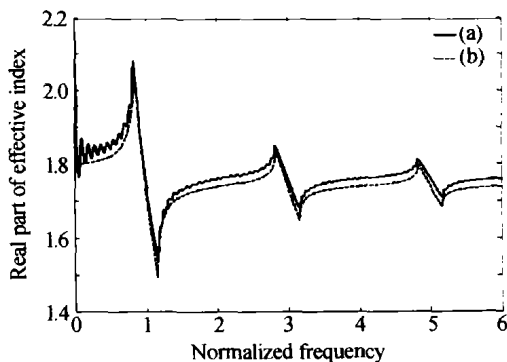


图 1 (a) 有限周期结构一维光子晶体的有效折射率实部 (实线); (b) 无限周期结构一维光子晶体的有效折射率实部 (虚线)

Fig. 1 (a) Real part of the effective index for finite one-dimensional photonic crystals (dotted line); (b) Real part of the effective index for infinite one-dimensional photonic crystals (dashed line)

速下降的反常色散区域对应于光子晶体的禁带. 在透射带区, 有限周期光子晶体的等效折射率振荡变化, 这与透射率的振荡变化相对应. 每一导带中间部分等效折射率的变化缓慢, 但在带边附近具有较大的色散, 尤其是在第一禁带带边色散最大. 该结果与文献[14]对有限周期光子晶体计算的结果相似. 但与文献[15,16]所得的结果有较大的差异. 后者在导带中的 $2\omega_0, 4\omega_0, 6\omega_0$ 处光子晶体等效折射率的实部为零.

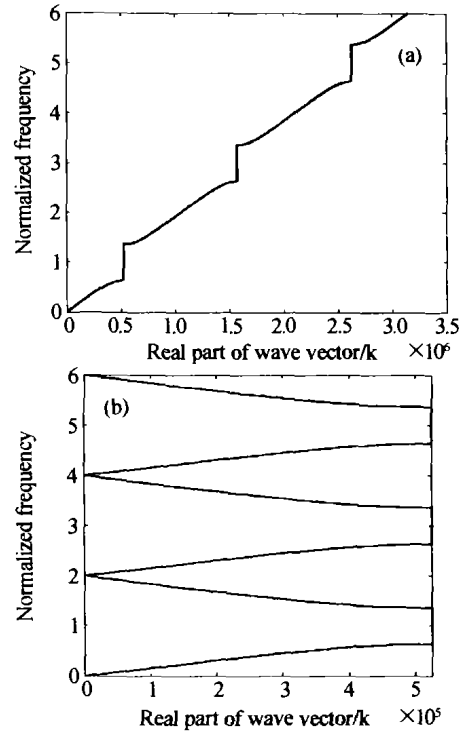


图 2 (a) 波矢全空间色散曲线; (b) 简约布里渊区色散曲线

Fig. 2 (a) Dispersive curve of one-dimensional photonic crystal in complete space of wave vector; (b) Dispersive curve of one-dimensional photonic crystal in simplified space of wave vector

由于一维光子晶体透射光场的实部 ϕ_r 是单调增函数, 根据式(4)得到的有效折射率的实部 n_{eff} 在导带中不应该等于零. 另外从无限周期光子晶体的色散曲线 $\omega \sim k(\omega)$ 进行分析, 波矢全空间 (扩展布里渊区) 的带结构图 2(a) 显示, 波矢的实部 $k(\omega)$ 是 ω 的单调增函数. 而简约布里渊区带结构图 2(b) 中是将波矢限制在第一布里渊区中, 带结构曲线全部平移到第一布里渊区中, 因此波矢的实部 $k(\omega)$ 是 ω 的多值函数. 对无限周期光子晶体等效折射率 n_{eff} 的计算结果 (图 1(b)) 即是用扩展布里渊区色散曲线 $\omega \sim k(\omega)$ 得到. 该结果与文献[14]对有限周期光子晶体的计算结果一致. 若用简约布里渊区色散曲线 (图 2(b)) 对 n_{eff} 进行模拟计算, 所得结果与文献[15,16]相似. 因此文献[15,16]所得的结果可能是由于将波矢限制在简约布里渊区所致, 图 1

的结果和文献[14]的结果更符合等效折射率的物理意义.

图3(a)、3(b)是利用式(4)、(7)计算得到的有限和无限周期一维光子晶体等效折射率的虚部. 从图中可以看出在光子禁带中折射率具有较大的虚部,它反映了在此范围内入射波在光子晶体中具有很大的散射衰减. 第一禁带中心频率 ω_0 处折射率虚部具有最大峰值,在禁带中心 $3\omega_0$ 、 $5\omega_0$ 处的峰值依次减小. 这个结果也与文献[16]的结果有所区别. 文献[16]中每一禁带中折射率虚部的峰值相同. 根据式(4)折射率虚部与频率 ω 成反比,与 $\ln T$ 成正比. 而对四分之一波堆片组成的光子晶体的计算得到每一禁带中心处透射率 T 近似相等,因此在各禁带中折射率虚部的峰值应该随频率的增大而依次减小.

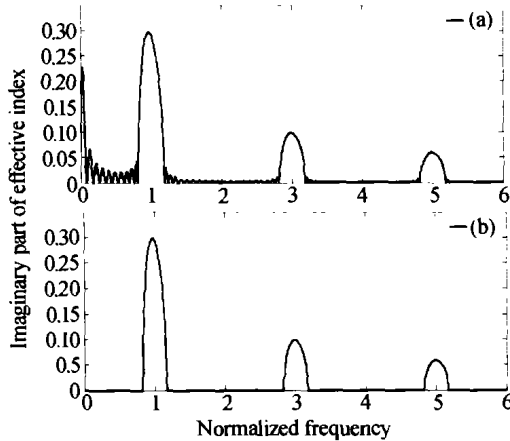


图3 (a)有限周期结构光子晶体的有效折射率虚部 ($N = 10$);(b)无限周期结构光子晶体的有效折射率虚部

Fig.3 (a) Imaginary part of the effective index for finite one-dimensional photonic crystals;(b) Imaginary part of the effective index for infinite one-dimensional photonic crystals

由图1、3还可以发现一维光子晶体的有效折射率曲线的形状与弹性电偶极子的色散曲线^[18]类似. 一维光子晶体的导带和禁带分别对应于弹性电偶极子的正常色散区与反常色散区,而禁带中心频率处大的折射率虚部与弹性电偶极子的共振吸收相对应.

3 结论

本文运用无限周期数一维光子晶体的色散关系和有限周期数光子晶体的透射系数分别对无限和有限周期光子晶体的有效折射率进行了数值计算. 结果显示,一维光子晶体的导带呈现正常色散,而在禁带呈现反常色散. 在光子禁带的带边,有效折射率的实部迅速变化. 在带边两侧高频端的有效折射率实部远小于低频端,尤其是第一禁带带边两侧的折射率对比最大. 而反映光子晶体介电系数周期性变化导致电磁波散射衰减的有效折射率虚部在带隙中

有较大的值. 运用波矢全空间色散曲线和简约布里渊区色散曲线分析了对有效折射率计算的两种不同结果产生分歧的原因. 理论计算结果及分析表明,若将波矢限制在简约布里渊区进行模拟计算得到的有效折射率实部与文献[15,16]的结果相似. 此结果导致四分之一波堆光子晶体的导带中心处(而非带边)有效折射率为零. 本文的计算是在波矢全空间(扩展布里渊区)进行,得到的结果与文献[14]类似,在近带边具有最大的色散,这更符合有效折射率的定义及物理意义.

参考文献

- 1 Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state Physics and electronics. *Phys Rev Lett*, 1987, **58** (20): 2059 ~ 2062
- 2 Fink Y, Winn J N. A dielectric omnidirectional reflector. *Science*, 1998, **282**: 1679 ~ 1682
- 3 Megurn A R. Intrinsic localized modes in nonlinear photonic crystal waveguides: Dispersive modes. *Phys Lett A*, 1999, **260**(4): 314 ~ 321
- 4 Krauss T F, Richard M. Photonic crystals in the optical regime-past, present and future. *Progress in Quantum Electronics*, 1999, **23**(2): 51 ~ 96
- 5 Chutinan A, Noda S. Waveguides and waveguide bends in two-dimensional photonic crystal slabs. *Phys Rev B*, 2000, **62**(7): 4488 ~ 4492
- 6 Imhof A, Willem L V, Rudolf S. Large dispersive effects near the band edges of photonic crystals. *Phys Rev Lett*, 1999, **83**(15): 2942 ~ 2945
- 7 Sukhorukov A A, Kivshar Y S. Spatial optical solitons in nonlinear photonic crystals. *Phys Rev E*, 2002, **65** (3): 036609(1 ~ 14)
- 8 Koroteev N I, Magnitskii S A, Tarasishin A V. Compression of ultrashort light pulses in photonic crystals: when envelopes cease to be slow. *Optics Communications*, 1999, **159**(1): 191 ~ 202
- 9 Enoch S, Tayeb G, Maystre D. Numerical evidence of ultrarefractive optics in photonic crystals. *Optics Communications*, 1999, **161**(4): 171 ~ 176
- 10 Lin S Y, Hietala V M, Wang L. Highly dispersive photonic band-gap prism. *Opt Lett*, 1996, **21**(21): 1771 ~ 1773
- 11 Gralak B, Enoch S, Tayeb G. Anomalous refractive properties of photonic crystals. *J Opt Soc Am A*, 2000, **17** (6): 1012 ~ 1020
- 12 Kosaka H, Kawashima T, Tomita A. Superprism phenomena in photonic crystals. *Phys Rev B*, 1998, **58** (16): 10096 ~ 10099
- 13 王辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构. *物理学报*, 2001, **50** (11): 2172 ~ 2178

- Wang H, Li Y P. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50** (11): 2172 ~ 2178
- 14 Centini M, Sabilia C, Scalora M, *et al.* Dispersive properties of finite, one - dimensional photonic band gap structures; Applications to nonlinear quadratic interactions. *Phys Rev E*, 1999, **60**(4): 4891 ~ 4897
- 15 Dowling J P, Bowden C M. Anomalous index of refraction in photonic bandgap materials. *J of Modern Optics*, 1994, **41**(2): 345 ~ 351
- 16 陈慰宗, 卜涛, 付灵利, 等. 一维光子晶体的有效折射率及色散特性. *光子学报*, 2002, **31**(9): 1124 ~ 1127
Chen W Z, Bo T, Fu L L, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9): 1124 ~ 1127
- 17 Smith D R, Dalichaouch R, Kroll N. Photonic band structure and defects in one and two dimensions. *J Opt Soc Am B*, 1993, **10**(2): 314 ~ 321
- 18 余守宪. 导波光学物理基础. 北京: 北方交通大学出版社, 2002. 20 ~ 22
She S X. *Physics fundamentals On Guided-wave Optics*. Beijing: Northern Jiaotong University Press, 2002. 20 ~ 22
- 19 张登国, 倪娜, 安鹤南, 等. 一维磁性光子晶体的电磁场分析和数值计算. *光子学报*, 2004, **33**(8): 1007 ~ 1010
Zhang D G, Ni N, An H N, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8): 1007 ~ 1010

Analysis of Nonlinear Dispersive Properties of one Dimensional Photonic Crystals

Huang Xiaoqin^{1,2}, Cui Yiping¹

¹ Department of Electronic Engineering, Southeast University, Nanjing 210096

² Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097

Received date: 2004-01-05

Abstract The characteristic curves of effective refractive index of infinite and finite photonic crystal are calculated and analyzed by using the dispersive relation and transmission coefficients respectively. The results show the dispersive curve of one-dimensional photonic crystals have the normal dispersion in the transmitted bands and abnormal dispersion in the band gaps which is similar with that of elastic electronic dipolar. Based upon our calculations, the explanation of some contradictive places or the difference in the relative literatures is given out.

Keywords Photonic crystals; Effective refractive index; Dispersive; Brillouin zones



Huang Xiaoqin was born in Dec. 1963. She received her Master degree of solid state physics from Southeast University in 1986. Since then, she has worked in physics department of Nanjing Normal University. Now she is a part time Ph. D. student at electronic engineering department of Southeast University. Her main research fields include nonlinear optics and photonic crystals.