

利用分数傅里叶变换相关实现散斑相关测量*

赵 玮¹ 赵晓铭¹ 王红霞¹ 王晓颖²

(1 第二炮兵工程学院物理教研室,西安 710025)

(2 西安工业学院数理系物理教研室,西安 710032)

摘 要 提出了一种在匹配滤波相关中利用分数傅里叶变换代替傅里叶变换实现散斑相关测量的方法. 利用分数傅里叶变换的指数性质,采用把移变后的散斑图像先进行相位调制,再进行分数傅里叶变换的方法,有效地解决了分数傅里叶变换的移变性带来的谱移问题. 编程模拟和拉伸试件位移场测量的结果表明,只要选择合适的分数傅里叶变换级次和相位调制函数,可以得到优于傅里叶变换相关的理想输出.

关键词 分数傅里叶变换相关;散斑;移变性质;指数性质

中图分类号 TN249 **文献标识码** A

0 引言

相干光照射漫反射物体的表面时,在物体的表面和附近空间会形成“散斑”. 由于散斑的分布和变化与物体性质有关,通常利用测量散斑图像的变化研究物体位移或形变,测量的方法主要有散斑照相法^[1]和散斑相关法. 数字散斑相关法通过对物体变化前后的两个散斑图进行相关运算^[2],利用相关峰位置确定检测试件的位移信息,对相关峰的锐度和位置准确度的要求比相关识别更高. 目前数字散斑相关的方法主要有空间域数字散斑相关法和频率域数字散斑相关法,空域相关法在搜索匹配位置时,由于目标子区是逐渐趋于最佳匹配位置,因此相关峰较为平滑,定位较为困难. 频域相关可以通过滤波、限幅处理得到尖锐的相关峰. 在相关运算中运用分数傅里叶变换代替傅里叶变换,通过引入分数级滤波^[3]、选择适当的变换级次等方法都可起到优化相关峰的作用,得到比傅里叶变换相关更为理想的相关输出. 根据分数傅里叶变换相关可以优化相关峰的性质,本文首次提出将分数傅里叶变换相关用于散斑相关测量中. 由于分数傅里叶变换存在平移可变性,为了解决散斑图像内在位移所产生的谱移问题,利用分数傅里叶变换的指数性质,提出通过对目标图像先进行相位调制,再进行分数傅里叶变换,达到把平移后的散斑分数傅里叶变换谱再移回原点的目的,从而实现散斑分数傅里叶变换相关测量. 对散斑分数傅里叶变换相关利用 Matlab 语言编程进行模拟,尖锐的相关峰输出很好的证明了这一理论的有效性. 应用这一程序对 CCD 拍摄的试件拉伸过程的一组散斑图像进行测量,得到的试件全场位

移矢量图与实际情况完全一致.

1 分数傅里叶变换

1.1 分数傅里叶相关

分数傅里叶变换相关的定义最早由 David Mendlovic 等提出^[4],对比于傅里叶变换匹配滤波相关,只需用分数傅里叶变换代替傅里叶变换^[5]即可

$$C_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}(x,y) = \iint F^{\alpha_1}(\mu,\nu) G^{\alpha_2}(\mu,\nu) \cdot \exp \left\{ \frac{i\pi}{\lambda f} \left[\frac{x^2 + \mu^2 + y^2 + \nu^2}{\tan(\alpha_3\pi/2)} - \frac{2(x\mu + y\nu)}{\sin(\alpha_3\pi/2)} \right] \right\} d\mu d\nu \quad (1)$$

式中 $F^{\alpha_1}(\mu,\nu)$, $G^{\alpha_2}(\mu,\nu)$ 分别为待识别图像 $f(x,y)$ 和参考图像 $g(x,y)$ 的 α_1, α_2 阶分数傅里叶变换. 分数傅里叶相关流程图如图 1. 对分数傅里叶变换相关进行分析,为了优化相关峰,对变换阶次的选取应满足: $\alpha_1 = -\alpha_2, \alpha_3 = -1$.

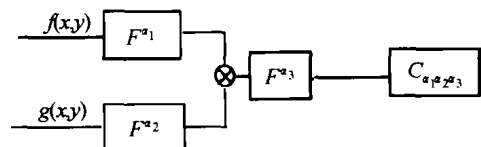


图1 傅里叶相关流程图

Fig. 1 The flow chart of fourier correlation

1.2 分数傅里叶变换的移变性和指数性

分数傅里叶变换的移变性:当输入图像发生平移时,分数傅里叶变换谱也将产生相应的平移.

$$F^\alpha \{ f(x + x_0, y + y_0) \} = \exp \left[ix_0 \sin \phi \left(u + \frac{x_0 \cos \phi}{2} \right) + iy_0 \sin \phi \left(v + \frac{y_0 \cos \phi}{2} \right) \right] F \{ (u + x_0 \cos \phi), (v + y_0 \cos \phi) \} \quad (2)$$

分数傅里叶变换的指数性:对输入图像进行相位调制,分数傅里叶变换谱将产生谱移.

$$F^\alpha \{ e^{imx} e^{iny} f(x,y) \} = \exp \left[im \cos \phi \left(u - \frac{m \sin \phi}{2} \right) + in \cos \phi \left(v - \frac{n \sin \phi}{2} \right) \right] F \{ (u - m \sin \phi), (v - n \sin \phi) \} \quad (3)$$

式中的 (x, y) 为图像输入面的坐标, (u, v) 为对应的 α 级分数傅里叶变换面的坐标.

2 散斑分数傅里叶变换相关

设 CCD 采集到的物体移位前后两张散斑图分别为 $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$, 大小均为 $m \times n$. 在 $f(x, y)$ 上取一子区 $q(x, y)$, 其余为其补区 $q_{\#}(x, y)$, 对应 $g(x, y)$ 上的子区为 $q(x + x_0, y + y_0)$, 补区为 $q_{\#}(x + x_0, y + y_0)$, 其中, x_0, y_0, x_0', y_0' 分别对应散斑区域的位移量. 则

$$f(x, y) = q(x, y) + q_{\#}(x, y) \tag{4}$$

$$g(x, y) = q(x + x_0, y + y_0) + q_{\#}(x + x_0, y + y_0) \tag{5}$$

把 $q(x, y)$ 作为待识别图像, $g(x, y)$ 作为参考图像, 在匹配滤波相关^[6]中, 用分数傅里叶变换代替傅里叶变换, 作频域数字散斑相关计算.

2.1 散斑分数傅里叶变换的谱移问题及解决方案

值得关注的是, 在对两幅散斑图作分数傅里叶变换时, 由于散斑的位移和分数傅里叶变换的移变性, 两幅散斑图的分数傅里叶变换谱的中心将产生相对分离, 使相关峰变得模糊^[7]. 为了解决这一问题, 先对参考图像做相位调制, 根据分数傅里叶变换的指数性质^[8], 相位调制可起到平移分数傅里叶变换谱的作用. 对应的流程图如图 2.

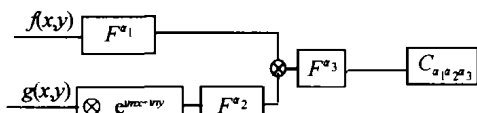


图 2 散斑分数傅里叶变换流程图
Fig. 2 The flow chart of speckle fractional fourier correlation
对待识别图像 $q(x, y)$ 做 α_1 级分数傅里叶变换

$$F^{\alpha_1} \{ q(x, y) \} = \iint q(x, y) \exp \left\{ \frac{i\pi}{\lambda f_e} \left(\frac{x^2 + y^2 + \mu^2 + \nu^2}{\tan(\alpha_1 \pi/2)} - \frac{2x\mu + 2y\nu}{\sin(\alpha_1 \pi/2)} \right) \right\} dx dy = Q_{\alpha_1}(\mu, \nu) \tag{6}$$

对参考图像 $g(x, y)$ 进行相位调制后, 再做 α_2 阶分数傅里叶变换

$$F^{\alpha_2}(\mu, \nu) = F^{\alpha_2} \{ g(x, y) e^{i\mu x + i\nu y} \} + F^{\alpha_2} \{ q(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \} + F^{\alpha_2} \{ q_{\#}(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \} \tag{7}$$

其中: $F^{\alpha_2} \{ q(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \}$ 是我们所关心的, 与待识别图像做相关运算时将出现相关点^[9], 而 $F^{\alpha_2} \{ q_{\#}(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \}$ 将产生卷积模糊像.

$$F^{\alpha_2} \{ q(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \} = \exp \left[ix_0 \sin \phi \left(u + \frac{x_0 \cos \phi}{2} \right) + im \cos \phi \left(u - \frac{m \sin \phi}{2} \right) + iy_0 \sin \phi \left(v + \frac{y_0 \cos \phi}{2} \right) + in \cos \phi \left(v - \frac{n \sin \phi}{2} \right) \right] \times Q \left(u + x_0 \cos \phi - m \sin \phi, v + y_0 \cos \phi - n \sin \phi \right) \tag{8}$$

令 $x_0 \cos \phi - m \sin \phi = 0, y_0 \cos \phi - n \sin \phi = 0$, 即 $m = x_0 \cot \phi, n = y_0 \cot \phi$, 则

$$F^{\alpha_2} \{ q(x + x_0, y + y_0) e^{i\mu x + i\nu y} \} = \exp \left[i \frac{(x_0^2 + y_0^2 - m^2 - n^2) \sin 2\phi}{4} + i\mu(x_0 \sin \phi + m \cos \phi) + i\nu(y_0 \sin \phi + n \cos \phi) \right] Q(u, v) \tag{9}$$

式(9)表明通过对参考图像进行相位调制, 可有效解决散斑分数傅里叶变换的谱移问题.

2.2 散斑位移量的获得

$$C_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}(x, y) = \iint F^{\alpha_1}(\mu, \nu) G^{\alpha_2}(\mu, \nu) \exp \left\{ \frac{i2\pi(x\mu + y\nu)}{\lambda f} \right\} d\mu d\nu = \exp \left[i \frac{(x_0^2 + y_0^2 - m^2 - n^2) \sin 2\phi}{4} \right] F^{-1} \{ Q^{\alpha_1}(\mu, \nu) Q^{\alpha_2}(\mu, \nu) \exp [iu(x_0 \sin \phi + m \cos \phi) + iv(y_0 \sin \phi + n \cos \phi)] \} \tag{10}$$

其相关峰位置坐标为

$(x_0 \sin \phi + m \cos \phi, y_0 \sin \phi + n \cos \phi)$, 把 m, n 的值代入为: $(x_0 / \sin \phi, y_0 / \sin \phi)$. 则根据相关峰位置和分数傅里叶变换阶数可计算出散斑位移量.

3 计算机模拟结果

3.1 分数傅里叶变换相关结果

计算机模拟得到傅里叶变换相关结果和分数傅里叶变换相关结果, 分别如图 3、图 5, 从图中可看出, 分数傅里叶变换得到的相关峰比傅里叶变换得到的相关峰更加尖锐. 模拟过程仅对散斑图像作了二值化处理, 傅里叶变换相关和分数傅里叶变换相关处理的两幅散斑图完全相同. 图 5 中的 4 幅图像分别是取位移值为 2 ~ 5 时, 对参考图像进行相应的

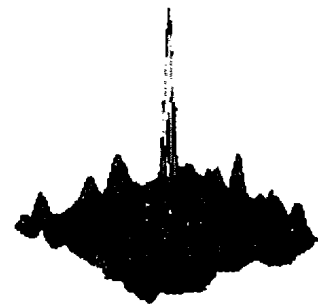


图 3 散斑傅里叶变换相关
Fig. 3 The result of speckle fourier transform correlation

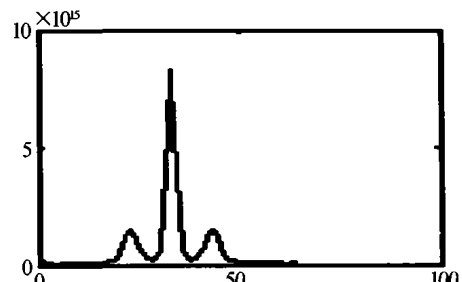


图 4 傅里叶变换切面图
Fig. 4 The section chart of fig. 3

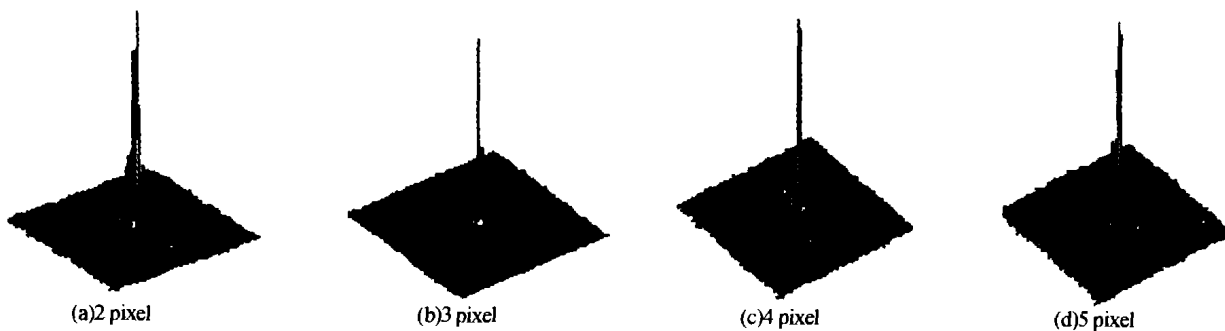


图5 散斑分数傅里叶变换相关
Fig. 5 The result of speckle fractional fourier transform correlation

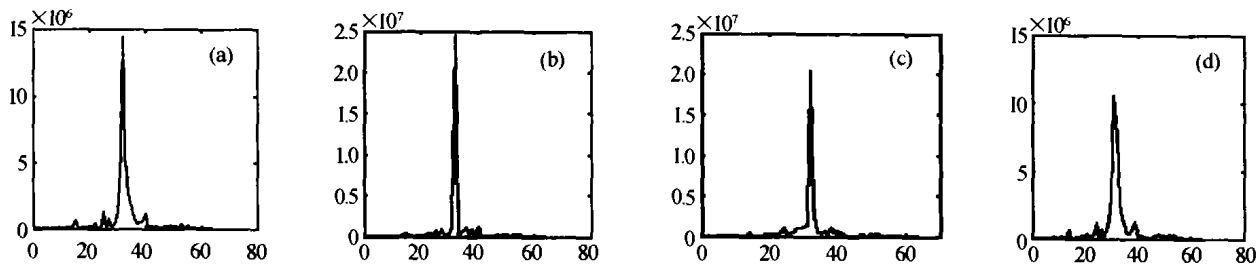


图6 散斑分数傅里叶变换相关切面图
Fig. 6 The section chart of fig. 5

相位调制所得的结果,根据相关峰能量(PCE)评价所得到的四个结果,3个像素的相位调制结果是最好的,这与傅里叶变换得到的位移结论一致.图4和图6分别对应图3和图5的最大值处切面图.从实验结果可看出当相位调制函数中的位移量与实际值相差越大时,相关结果越差.

3.2 测量实例

为了检测本文所提出的散斑分数傅里叶变换相关方法的有效性,对试件平移和均匀拉伸两种典型情况进行了测试.实验中,用CCD分别拍摄出试件在平移和一边均匀拉伸情况下表面变形前后的数字散斑图像,用matlab编制了散斑分数傅里叶变换相

关处理程序,对拍摄的数字散斑处理,得到的全场位移矢量图.如图7,其中,图(a)为试件平移时得到的位移矢量场;图(b)为左边固定,右边被均匀拉伸的试件位移矢量场.从以上两种测试实验可以看出,用散斑分数傅里叶变换相关方法提取的位移信息与实际情况是相符的.

4 结论

从模拟的结果看,散斑分数傅里叶变换相关得到的相关峰比傅里叶变换相关得到的相关峰更为尖锐,由于,分数傅里叶变换的移变性和散斑图像中的位移量之间的矛盾,必须先对参考图像进行相位调制,而调制函数又依赖于散斑的位移量,本文的设计思路是,在计算机处理过程中,根据估计量设置变化区域,取相关峰最好的值进行相位调制,模拟结果证明该方法是有效的,但耗时较长,如要在散斑相关测量领域引入分数傅里叶变换锐化相关峰,则需寻求更好的解决分数傅里叶变换移变性的方法.

参考文献

- 王勤,黄丽清,王永昌. 利用散斑照相检测微小位移的实时方法. 光子学报, 2003, 32(6): 1010 ~ 1012
Wang Q, Huang L Q, Wang Y C. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(6): 1010 ~ 1012
- 孙一翎,李善祥,李景镇. 数字散斑相关测量方法的研究与改进. 光子学报, 2001, 30(1): 54 ~ 57
Sun Y L, Li S X, Li J Z. *Acta Photonica Sinica*, 2001, 30(1): 54 ~ 57
- Bitran Y, Zalevsky Z, Mendlovic D, et al. Fractional correlation operation: performance analysis. *Appl Opt*, 1996, 35(2): 297 ~ 303

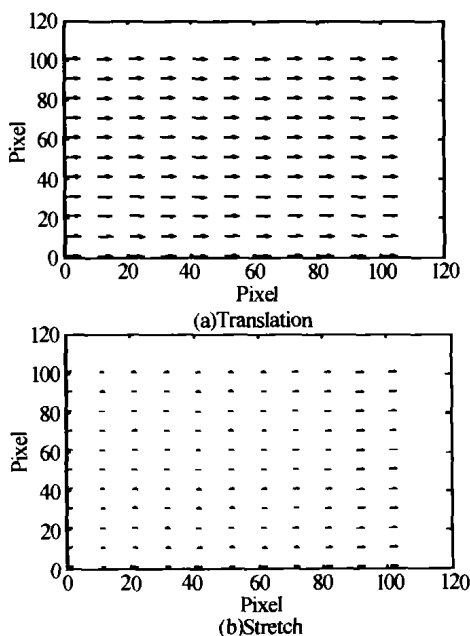


图7 位移场图
Fig. 7 Displacement fields

- 4 Mendlovic D, Ozaktas H M, Lohmann A W. Fractional correlation. *Appl Opt*, 1995, **34**(2): 303 ~ 309
- 5 曾阳素, 张怡霄, 高福华, 等. 用全息透镜记录多重分数傅里叶变换全息图. *光学学报*, 2000, **22**(8): 947 ~ 951
Zeng Y S, Zhang Y X, Gao F H, et al. *Acta Optica Sinica*, 2000, **22**(8): 947 ~ 951
- 6 亓东平, 腾树云, 程传福. 频率域数字散斑相关方法的研究. *光学学报*, 2000, **20**(4): 489 ~ 493
Qi D P, Teng S Y, Cheng C F. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(4): 489 ~ 493
- 7 Zalevsky Z, Mendlovic D, Caulfield J H. Fractional correlator with real-time control of the space-invariance property. *Appl Opt*, 1997, **36**(11): 2370 ~ 2375
- 8 王金禅, 赵永安, 王西安. 应用联合分数傅里叶变换相关器识别多个物体. *光子学报*, 2002, **39**(4): 681 ~ 683
Wang J C, Zhao Y A, Wang X A. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **39**(4): 681 ~ 683
- 9 宋菲君, Jutamulla S. 近代光学信息处理. 北京: 北京大学出版社, 1998. 67 ~ 69
Song F J, Jutamulla S. *Advanced Optical Information Processing*. Beijing: Peking University Press, 1998. 67 ~ 69

The Research of Fractional Fourier Transform Correlation Applied on Speckle Measure

Zhao Wei¹, Zhao Xiaoming¹, Wang Hongxia¹, Wang Xiaoying²

¹ Department of Physics, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025

² Department of Mathematics and Physics, Xi'an Industry of Technology, Xi'an 710032

Received date: 2004-07-02

Abstract A method of speckle Correlation measuring is presented. It performs fractional Fourier transform instead of Fourier transform in matched filtering Correlation to obtain better recognition peak. Based on the exponential property of fractional Fourier transform, The shifting problem of fractional domain spectrum from the shift-variant property of fractional Fourier transform is solved by use of phase modulation to the specklegram,. The results of simulation and displacement fields measuring of object stretched indicate that this method is feasible, and Fractional Correlation peaks can be optimized through choosing the transform orders and phase modulation function.

Keywords Fractional Fourier Transform Correlation; Speckle; The shift quality; The index quality



Zhao Wei was born in Xi'an in February, 1972. She obtained her bachelor's degree in Optoelectron Department of Northwest University in 1994. Then she obtained her master degree. Now she is a prelector of the Second Artillery Engineering Institute. Her research interests are optical image processing and physics education.