

# 量子孤子在光纤中的传播特性\*

张佩容<sup>1</sup> 安毓英<sup>2</sup> 姚荣辉<sup>1</sup>

(1 西安电子科技大学, 西安 710071)

(2 西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

**摘要** 利用线性近似和分步傅里叶变换法, 分析了量子孤子在无耗光纤中的传播规律. 量子孤子在光纤中的行为由量子非线性薛定谔方程(QNSE)描述, 用线性近似法求解此方程, 将量子噪声与经典部分分离, 着重讨论了孤子量子噪声的演化行为, 分析了高阶色散对噪声压缩的影响. 结果表明: 在较短的传输距离内, 孤子的压缩性依然存在, 但无论初始时压缩参数如何, 随着传输距离的增加, 压缩比会达到一个极限; 在负色散区, 三阶色散对压缩效应无影响.

**关键词** 量子孤子; 线性近似; 压缩比

**中图分类号** O431.2      **文献标识码** A

## 0 引言

量子孤子是光学系统的能量本征态或光子数态<sup>[1]</sup>, 它能够允许在色散和非线性同时存在时, 信息比特传输任意长距离. 量子孤子在传输时经历相位扩散, 可产生很好的压缩态光场<sup>[2]</sup>, 此光场用来实现用于量子通信的连续变量纠缠<sup>[3]</sup>, 而两个量子孤子的碰撞则可实现理想的量子无损测量<sup>[4]</sup>. 研究孤子的量子理论主要有 Hartree 近似和 Bethe ansatz 方法<sup>[5]</sup>以及线性近似法<sup>[6]</sup>, 其中线性近似法适合大多数实验条件. 为了进一步有效利用孤子的量子特性, 本文利用线性近似法, 研究了量子孤子在无耗光纤中的传输规律, 并计算了压缩比. 本文讨论的孤子压缩与文献[8, 9]中孤子脉宽的压缩有所不同. 结果表明: 孤子的压缩性并不如人们想象的那样脆弱, 但存在一定的极限.

## 1 量子孤子传输理论

描述光纤中脉冲传输的量子非线性薛定谔方程为<sup>[7]</sup>

$$\frac{\partial \hat{\Psi}}{\partial Z} = ik\hat{\Psi}^+ \hat{\Psi} \hat{\Psi} + iF^{-1} \{ [\beta(\omega) - \beta_0] F(\hat{\Psi}) \} \quad (1)$$

式中,  $\hat{\Psi}(z, t)$  是脉冲复包络,  $k$  是非线性系数,  $t$  是时间变量,  $z$  是传输距离,  $\omega$  是频率变量,  $F$  和  $F^{-1}$  分别是傅里叶变换及其逆变换.  $\beta(\omega)$  是光纤传播常数, 在载频  $\omega_0$  附近可展成泰勒级数

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots \quad (2)$$

$\beta_n = (d^n \beta / d\omega^n)_{\omega=\omega_0}$ , 其中,  $\beta_1$  为群速,  $\beta_2$  为二阶色散. 在孤子情形,  $\beta_2 < 0$ ,  $\beta_3$  为高阶色散.

在光子数很大的条件下, 对式(1)可用线性近似法求解, 这适用于大多数实验条件

$$\hat{\Psi} = \Psi + \hat{b} \quad (3)$$

式中,  $\Psi$  是一个  $c$  数, 表示脉冲的经典包络,  $\hat{b}$  是量子噪声部分. 将式(3)代入式(1)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{b}}{\partial z} = & iF^{-1} \{ [\beta(\omega) - \beta_0] F(\Psi) \} + iF^{-1} \{ [\beta(\omega) - \beta_0] F(\hat{b}) \} + ik\Psi^3 + 2ik|\Psi|^2\hat{b} + ik|\Psi|\hat{b}\hat{b} + \\ & ik\Psi^2\hat{b}^+ + 2ik|\Psi|\hat{b}^+\hat{b} + ik\hat{b}^+\hat{b}\hat{b} \end{aligned} \quad (4)$$

利用以下对易关系

$$[\hat{b}(z, t), \hat{b}^+(z, t')] = \delta(t - t') \quad (5)$$

$$[\hat{b}(z, t), \hat{b}(z, t')] = [\hat{b}^+(z, t), \hat{b}^+(z, t')] = 0$$

略去  $\hat{b}$  的高阶项, 去掉经典部分(只考虑量子噪声部分), 可得量子噪声的演化规律

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{b}}{\partial z} = & 2ik|\Psi|^2\hat{b} + ik\Psi^2\hat{b}^+ + \\ & iF^{-1} \{ [\beta(\omega) - \beta_0] F(\hat{b}) \} \end{aligned} \quad (6)$$

将式(6)离散化, 即将  $\hat{b}(z, t)$  变为  $\hat{b}_j(n)$ ,  $\Psi_j(z, t)$  变为  $\Psi_j(n)$ . 其中整数  $j$  表示脉冲的一个时间间隔  $\Delta t$ , 而整数  $n$  则表示脉冲的一个空间间隔  $\Delta z$ . 得

$$\begin{aligned} \frac{\hat{b}_j(n+1) - \hat{b}_j(n)}{\Delta z} = & 2ik|\Psi_j(n)|^2\hat{b}_j(n) + ik[\Psi_j(n)]^2 \cdot \\ & \hat{b}_j^+(n) + iDF^{-1} \left\{ \left[ \beta \left( \frac{2\pi q}{M\Delta t} + \omega_0 \right) - \beta_0 \right] DF[\hat{b}_j(n)] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可进一步得到  $\hat{b}_j(n+1)$  的表达式

$$\begin{aligned} \hat{b}_j(n+1) = & [1 + 2ik\Delta z|\Psi_j(n)|^2]\hat{b}_j(n) + \\ & ik\Delta z[\Psi_j(n)]^2\hat{b}_j^+(n) + i\Delta zDF^{-1} \left\{ \left[ \beta \left( \frac{2\pi q}{M\Delta t} + \omega_0 \right) - \beta_0 \right] DF[\hat{b}_j(n)] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$DF$  和  $DF^{-1}$  分别表示离散傅里叶变换及其逆变换

\*陕西省自然科学基金资助项目(2001SL04)  
Tel: 029-88201587      Email: zhangpeirong@fj-sm.net  
收稿日期: 2004-02-05

$$\begin{cases} DF(\hat{b}_j) = \hat{b}_q = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} \hat{b}_j \exp\left(\frac{i2\pi jq}{M}\right) \\ DF^{-1}(\hat{b}_q) = \hat{b}_j = \sum_{q=0}^{M-1} \hat{b}_q \exp\left(\frac{-i2\pi jq}{M}\right) \end{cases} \quad (9)$$

$M$  表示脉冲离散时间点的个数. 可将  $\hat{b}_j(n)$  写成

$$\hat{b}_j(n) = \sum [\mu_{ij}(n) \hat{a}_i + v_{jk}(n) \hat{a}_k^*] \quad (10)$$

其中,  $[\hat{a}_j, \hat{a}_k^*] = \delta_{jk}$ ,  $[\hat{a}_j, \hat{a}_k] = 0$ ,  $\hat{a}_j$  是光场的湮灭算符,  $\mu_{jk}(n)$ ,  $v_{jk}(n)$  是连接输入, 输出算符的矩阵元素. 式(10)的反变换为

$$\hat{b}_q(n) = \sum_k [\tilde{\mu}_{qk}(n) \hat{a}_k + \tilde{v}_{qk}(n) \hat{a}_k^*] \quad (11)$$

将式(10)、(11)代入式(8)可得量子噪声的演化方程为

$$\begin{aligned} \mu_{jk}(n+1) = & [1 + 2ik\Delta z |\Psi_j(n)|^2] \mu_{jk}(n) + \\ & ik\Delta z [\Psi_j(n)]^2 v_{jk}^*(n) + i\Delta z DF^{-1} \left\{ \left[ \beta \left( \frac{2\pi q}{M\Delta t} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \omega_0 \right) - \beta_0 \right] \tilde{\mu}_{qk}(n) \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} v_{jk}(n+1) = & [1 + 2ik\Delta z |\Psi_j(n)|^2] v_{jk}(n) + \\ & ik\Delta z [\Psi_j(n)]^2 \mu_{jk}^*(n) + i\Delta z DF^{-1} \left\{ \left[ \beta \left( \frac{2\pi q}{M\Delta t} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. \omega_0 \right) - \beta_0 \right] \tilde{v}_{qk}(n) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

## 2 压缩比的计算

在图 1 的非线性光纤干涉仪中, 系统的初态为:  $\Psi(0) + \hat{b}(0)$ , 终态为:  $\Psi(n) + \hat{b}(n)$ .

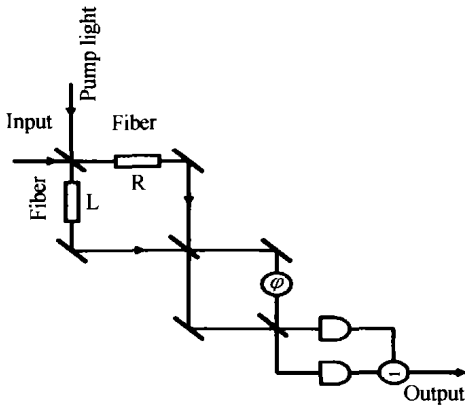


图 1 非线性光纤干涉仪

Fig. 1 A nonlinear fiber interferometer and a balanced detector  
其压缩比由下式给出<sup>[7]</sup>

$$R = \left\{ \sum_{jkl} \text{Re} [ C_l^* C_j^* \exp(-2i\varphi) (\mu_{lk} v_{jk} + \mu_{jk} v_{lk}) + C_l C_j^* (\mu_{lk}^* \mu_{jk} + v_{lk}^* v_{jk}) ] \right\} / \left( \sum_l |C_l|^2 \right) \quad (14)$$

其中,  $C$  是泵浦脉冲包络,  $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} C$ . 在合适的本振

相位  $\varphi$  下, 最小的  $R$  值为

$$R = \left\{ \sum_{jkl} \left\{ \text{Re} [ C_l^* C_j^* (\mu_{lk} \mu_{jk} + v_{lk}^* v_{jk}) ] - | + C_l^* C_j^* (\mu_{lk} v_{jk} + \mu_{jk} v_{lk}) | \right\} \right\} / \left( \sum_l |C_l|^2 \right) \quad (15)$$

## 3 数值计算结果

设初始时脉冲处于压缩态, 即量子孤子输入. 则初始条件为:  $\mu_{jk}(0) = ch(r\delta_{jk})$ ,  $v_{jk}(0) = -sh(r\delta_{jk})$ , 其中  $r$  为压缩参数. 利用分步傅里叶变换法, 每一步精确解出经典非线性薛定谔方程 (CNSE) 的复包络  $C$ , 再算出新的  $\mu, v$  矩阵, 最后便得到压缩比. 对一初始无啁啾的 sech 型脉冲, 其半极大全宽度 (FWHM) 为 200 fs,  $K = 1.5 \text{ W}^{-1} \text{ KM}^{-1}$ . 图 2 给出了压缩比随归一化传输距离的变化曲线.

1 单位归一化距离 (10m) = 1.0 rad 非线性相移

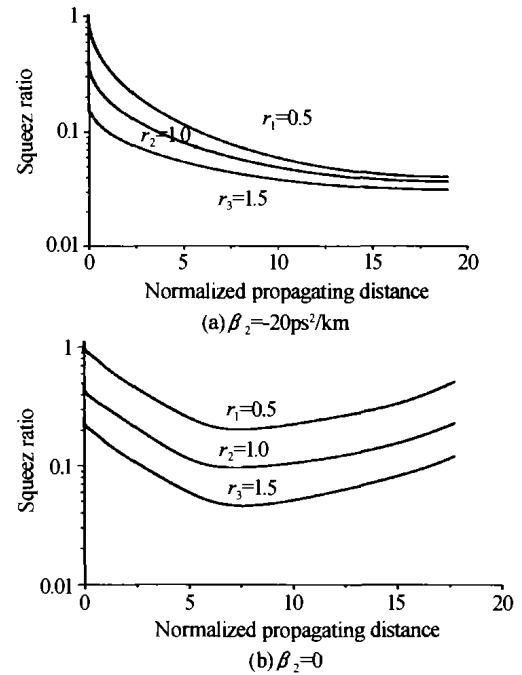


图 2 压缩比随归一化传输距离的变化曲线

Fig. 2 Curves of squeeze ratio versus normalized propagating distance

由图 2 可见: 输入一脉冲为 200 fs 的 sech 脉冲. 1) 在零色散区 ( $\beta_2 = 0$ ), 三阶色散的存在使压缩恶化 ( $\beta_3 = 0.1 \text{ ps}^2/\text{km}$ ), 而在负色散区 ( $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ ), 三阶色散的存在对压缩无明显影响, 但随传输距离增加, 压缩达一极限. 可见, 处于零色散区的短脉冲, 非孤子情形, 三阶色散的影响是巨大的; 而对于负色散区的量子孤子, 三阶色散的影响并不是最主要的. 这一点与高阶色散对脉冲形状的影响有所不同<sup>[10]</sup>. 2) 量子孤子在光纤内可进一步压缩, 但对于初始压缩参数差别较大的不同孤子, 在达到极限时, 其压缩比之间的差别减小了很多.

## 4 结论

量子孤子在光纤中传输时, 孤子的孤波特性和不会被量子噪声所淹没<sup>[11]</sup>. 本文讨论了量子孤子的噪声特性的变化规律. 无论其初态如何, 经过一定传输距离后, 压缩比达一极限值, 从物理上讲有以下

三个因素:第一,传输中有附加噪声加入,主要是导向声波布里渊散射(GAWBS)噪声.第二,由于高阶色散的存在使量子噪声的统计特性发生改变.第三,本振脉冲波形的改变使其与量子噪声的统计特性更不匹配.另外,非秒孤子传输时,还必须考虑喇曼效应的影响.可见,在有限距离内,孤子的量子噪声可得到压缩,从而提高信噪比.但在整个传输信道中,经典噪声必然淹没量子噪声,因此,压缩态孤子并不适合做通信载波,但却可以用来降低放大器的噪声.

#### 参考文献

- Lai Y, Haus H A. Quantum theory of solitons in optical fibers. *Phys Rev A*, 1989, **40**(2): 854 ~ 862
- Werner M J. Quantum soliton generation using an interferometer. *Phys Rev A*, 1998, **81**(5): 4132 ~ 4139
- Furusawa A, Korolkova N, Schmitt S. Continuous-variable quantum teleportation through squeezed states. *Science*, 1998, **282**(18): 206 ~ 214  
Braunstein S L, Reid M D. Quantum nondemolition measurements through optical solitons. *Phys Rev A*, 2000, **61**(2): 010303 ~ 010310
- Drummond P D, Shelby R M, Friberg S R. Quantum solitons in optical fibers. *Nature*, 1993, **365**(23): 307 ~ 315
- Doerr C R, Shirasaki M, Khatri F I. Pulsed squeezing in optical fiber with chromatic dispersion. *J Opt Soc Am B*, 1994, **11**(1): 145 ~ 151
- Shirasaki M, Haus H A. Squeezing of pulses in a nonlinear interferometer. *J Opt Soc Am B*, 1990, **7**(1): 30 ~ 35
- Marco Fiorentino Grosshans F. Soliton squeezing in a mach-zehnder fiber interferometer. *Phys Rev A*, 2001, **64**(6): 03180 ~ 03186
- 徐文成,罗爱平,陈伟成,等.色散缓变光纤中皮秒孤子脉冲的压缩. *光子学报*, 2000, **29**(10): 903 ~ 906  
Xu W C, Luo A P, Chen W C, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(10): 903 ~ 906
- 张书敏,徐文成,罗爱平,等.光纤中飞秒基孤子压缩的一种改进性方法. *光子学报*, 2001, **30**(3): 280 ~ 284  
Zhang S M, Xu W C, Luo A P, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(3): 280 ~ 284
- 谢小平,赵尚弘,王贤华,等.光纤中飞秒光孤子脉冲传输的高阶因素分析. *光子学报*, 2002, **31**(4): 429 ~ 432  
Xie X P, Zhao S H, Wang X H, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(4): 429 ~ 432
- Yao Demin. Quantum coherence of optical solitons in fibers. *Phys Rev A*, 1995, **52**(8): 1574 ~ 1580

## Propagation of Quantum Soliton in Optical Fiber

Zhang Peirong<sup>1</sup>, An Yuying<sup>2</sup> Yao Ronghui<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Science, Xidian University, Xi'an 710071

<sup>2</sup> School of Physics and Technology, Xi'an 710071

Received date: 2004-02-05

**Abstract** The propagation of quantum soliton in lossless optical fiber is numerically simulated by the use of the linearization approximation and split step Fourier. The evolution of quantum noise of solitons is obtained by solving quantum nonlinear Schrödinger equation. The squeezing ratio is calculated. The results show that squeezing still survives but will reach a limit as the propagation distance increases.

**Keywords** Quantum soliton; Linear approximation; Squeezing ratio

**Zhang Peirong** was born on Feb. 16, 1969. She earned B. S. in physics and M. S. in Optics from Shanxi Normal University in 1990 and 1995 respectively. Now she is a Ph. D. candidate at physics department, Xidian University and is an associate professor of School of Science in Xidian University. Her major research fields include quantum optics, quantum information science and photonics.

