

理想光子探测器背景探测极限理论的误差分析*

任宏岩 周冰 段晓峰 应家驹

(军械工程学院光学工程教研室, 石家庄 050003)

摘要 对于受背景噪声限制的理想光子探测器, 利用普朗克分布函数进行推导, 得到了较为精确的比探测率公式, 并传统的近似公式对比, 进行了误差分析. 结果表明: 传统的近似公式误差量很小, 一般情况下总是可用的.

关键词 光子探测器; 背景噪声; 比探测率; 误差分析

中图分类号 TN21 **文献标识码** A

0 引言

光电探测器是光电成像系统及光电检测系统中的关键器件^[1,2], 而比探测率(或称归一化探测率) D^* 是描述光电探测器性能的一个极其重要的参量, 它反映了光电探测器对光辐射的探测能力. D^* 定义为噪声等效功率的倒数, 并归一化为单位电路带宽1 Hz、单位探测器光敏面积1 cm²的探测率.

所谓理想光子探测器就是光子探测器的噪声仅仅由光子辐射噪声决定, 而其它噪声可以忽略不计, 其 D^* 值确定了实际探测器的绝对理论上限. 许多文献给出了理想光子探测器的 D^* 受背景光子辐射噪声限制的理论表达式^[3,4], 它们都是利用普朗克分布函数的近似分布——维恩分布函数进行推导的, 因而得到的 D^* 表达式是近似的. 本文利用普朗克分布函数进行推导, 得到了较为精确的 D^* 表达式, 并对两种表达式进行了误差分析, 给出了误差量.

1 受背景噪声限制的比探测率公式

对于受背景光子辐射噪声限制的理想光子探测器来说, 其 D^* 的理论表达式为^[3-5]

$$D_{BL}^* = \frac{\sqrt{AB}}{(NEP)_{BL}} \quad (1)$$

式中 A 为探测器的光敏面积, B 为电路带宽, $(NEP)_{BL}$ 称为背景限噪声等效功率. 在忽略了信号感生电流产生的散粒噪声情况下, $(NEP)_{BL}$ 可表示为^[3,4]

$$(NEP)_{BL} = h\nu_s \sqrt{\frac{2\bar{r}_b B}{\eta}} \quad (2)$$

式中 h 为普朗克常数, ν_s 为信号光子频率, \bar{r}_b 为背景辐射的光子平均数率, η 为量子效率. 此时, D_{BL}^* 就可表示为^[3,4]

$$D_{BL}^* = \frac{1}{h\nu_s \sqrt{\frac{2\bar{r}_b}{\eta A}}} \quad (3)$$

考虑图1所示的情形^[3], 探测器的光敏面积为 A , 置于温度为 $T_{\text{container}}$ 的容器中, 容器处于温度为 T 的背景辐射场中, 容器的温度远远低于背景的温度,

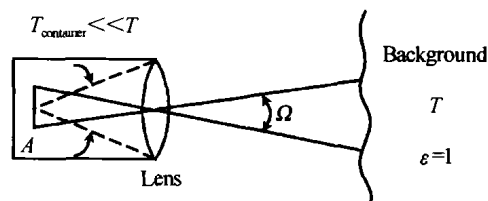


图1 入射至探测器的背景辐射
Fig. 1 Detected radiation of background by detector

这样探测器探测到的辐射完全是由通过透镜传输的背景辐射所引起的. 将背景辐射看作是黑体辐射, 则探测器在立体角元 $d\Omega$ 内接收到频率 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的背景辐射功率为^[3]

$$dP_B = A \frac{2h\nu^3 d\nu}{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)} \cos \varphi d\Omega \quad (4)$$

式中的表达式 $\frac{2h\nu^3 d\nu}{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)}$ 即为描述黑体辐射的普朗克分布函数. 将式(4)对锥角 θ 积分得到

$$dP_B = A \sin^2 \frac{\theta}{2} \frac{2\pi h\nu^3 d\nu}{c^2 (e^{h\nu/kT} - 1)} \quad (5)$$

从而求得

$$\bar{r}_b = \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{dP_B}{h\nu} = \frac{2\pi A \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (6)$$

式中积分下限 ν_c 为探测器的截止频率. 由式(3)可得到背景限比探测率 D_{BL}^* 的表达式为

$$D_{BL}^* = \frac{c\sqrt{\eta}}{2\sqrt{\pi} \sin \frac{\theta}{2} h\nu_c \sqrt{\int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}}} \quad (7)$$

式中 c 为真空中光速, k 为玻尔兹曼常数, 已经取 $\nu_s = \nu_c$, 它选取了最大可能的 D_{BL}^* 值. 这样, 只要求出式(7)中的积分项, 就能得到 D_{BL}^* 与 ν_c 的关系表达式.

1.1 近似公式

文献[3]和[4]在计算式(7)中的积分项 $\int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$ 时,都利用了下面的近似条件,即

$$x = \frac{h\nu}{kT} \gg 1$$

此时,普朗克标准分布函数已退化为维恩近似分布函数. 于是

$$\int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \approx \int_{\nu_c}^{\infty} \nu^2 e^{-h\nu/kT} d\nu = \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \left[\left(\frac{h\nu_c}{kT}\right)^2 + 2\left(\frac{h\nu_c}{kT}\right) + 2 \right] e^{-\frac{h\nu_c}{kT}}$$

则式(7)变成

$$D_{BL}^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \sin \frac{\theta}{2}} \left(\frac{\eta c^2 h^3}{k^5 T^6} \right)^{1/2} \frac{e^{\frac{1}{2} \left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)}}{\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right) \left[\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)^2 + 2\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right) + 2 \right]^{1/2}} \quad (8)$$

式(8)就是 D_{BL}^* 的传统近似公式.

1.2 精确公式

在此,我们严格按照普朗克分布函数计算式(7)中的积分项. 令 $x = \frac{h\nu}{kT}$, 则

$$\begin{aligned} \int_{\nu_c}^{\infty} \frac{\nu^2 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} &= \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \int_{x_c}^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \int_{x_c}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx} \right) dx = \\ &\left(\frac{kT}{h}\right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{x_c}^{\infty} x^2 e^{-nx} dx = \left(\frac{kT}{h}\right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(x_c^2 + \frac{2}{n} x_c + \frac{2}{n^2} \right) e^{-nx} = \\ &\left(\frac{kT}{h}\right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{h\nu_c}{kT} \right) + \frac{2}{n^2} \right] e^{-n \left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)} \end{aligned} \quad (9)$$

此时式(7)变成

$$D_{BL}^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \sin \frac{\theta}{2}} \left(\frac{\eta c^2 h^3}{k^5 T^6} \right)^{1/2} \frac{1}{\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)^2 + \frac{2}{n} \left(\frac{h\nu_c}{kT} \right) + \frac{2}{n^2} \right] e^{-n \left(\frac{h\nu_c}{kT} \right)} \right\}^{1/2}} \quad (10)$$

式(10)就是我们得到的 D_{BL}^* 的精确公式,当无穷级数仅取第一项时,式(10)就退化为式(8).

2 误差分析

为了分析近似公式相对于精确公式的误差,将式(8)和式(10)重新写成较简捷的形式,令

$$G = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \sin \frac{\theta}{2}} \left(\frac{\eta c^2 h^3}{k^5 T^6} \right)^{1/2} x = \frac{h\nu_c}{kT}$$

则有近似公式

$$D_{BL}^* = G \frac{e^{\frac{x}{2}}}{x(x^2 + 2x + 2)^{1/2}} \quad (11)$$

精确公式

$$D_{BL}^* = G \frac{1}{x \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(x^2 + \frac{2}{n} x + \frac{2}{n^2} \right) e^{-nx} \right]^{1/2}} \quad (12)$$

再令

$$f(x) = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{x(x^2 + 2x + 2)^{1/2}} \quad (13)$$

$$g(x) = \frac{1}{x \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(x^2 + \frac{2}{n} x + \frac{2}{n^2} \right) e^{-nx} \right]^{1/2}} \quad (14)$$

则 近似公式 $D_{BL}^* = Gf(x)$

精确公式 $D_{BL}^* = Gg(x)$

因而误差函数 $P(x)$ 可表示为

$$P(x) = \frac{f(x) - g(x)}{g(x)} \quad (15)$$

为了计算误差量,将 $g(x)$ 中的级数展开,只取前两项,则

$$g(x) = \frac{1}{x \left[(x^2 + 2x + 2)e^{-x} + \frac{1}{2}(x^2 + x + \frac{1}{2})e^{-2x} \right]^{1/2}} \quad (16)$$

将式(13)及式(16)代入式(15),得到

$$P(x) = \sqrt{1 + \frac{(x^2 + x + \frac{1}{2})}{2(x^2 + 2x + 2)e^x} - 1} \quad (17)$$

利用 Matlab 工具进行取点计算、描绘,可分别得到式(13) $f(x)$ 和式(16) $g(x)$ 的曲线,如图2;亦可得到式(17) $P(x)$ 的误差函数曲线,如图3.

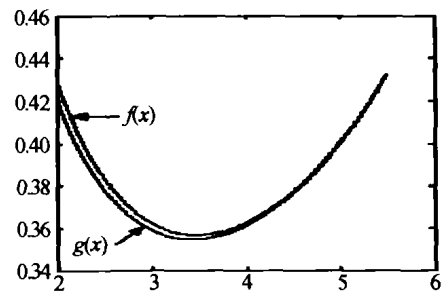


图2 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 曲线
Fig.2 $f(x)$ curve and $g(x)$ curve

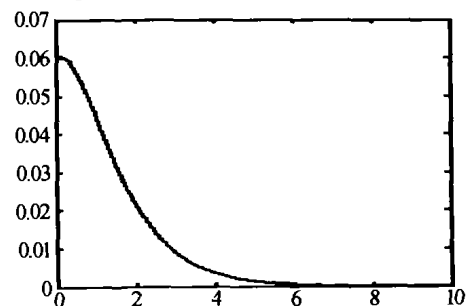


图3 误差函数 $P(x)$ 曲线
Fig.3 $P(x)$ curve

从图 2 中可以看出:当 $x < 3.480$ 时, $f(x)$ 曲线和 $g(x)$ 曲线存在着一定的误差量,且随着 x 值的减小,误差量增大;当 $x > 3.480$ 时, $f(x)$ 曲线和 $g(x)$ 曲线基本重合,误差量很小.

从图 3 中可以看出:误差函数 $P(x)$ 是一个单调递减函数,在零点误差量最大,为 6.07%;随着 x 值的增大,误差量急剧下降,当 x 值增大到 3.480 以上时,误差量已下降到 1% 以下.

由于

$$x = \frac{h\nu_c}{kT} = \frac{hc}{\lambda_c kT} \quad (18)$$

式中 λ_c 为探测器的截止波长,这样由式 (17) 和式 (18) 就可以求出探测器在不同的截止波长下其背景限比探测率采用近似公式计算和精确公式计算的相对误差值,如表 1 所示. 这里,我们取普朗克常数 $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js,真空中光速 $c = 3 \times 10^8$ m/s,玻尔兹曼常数 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K,背景辐射场温度 $T = 300$ K.

表 1 不同截止波长下探测器的背景限比探测率的相对误差值

截止波长 $\lambda_c/\mu\text{m}$	∞	20	15	10	5	1	0
x	0	2.402	3.203	4.804	9.608	48.04	∞
$P(x)(\%)$	6.07	1.55	0.76	0.168	0.0015	0	0

3 结论

从以上误差分析,我们可以得到如下结论:

1) 在常温情况下,对于截止波长在 15 μm 以内的光子探测器,采用近似公式计算背景限比探测率所产生的误差小于 1%; 2) 随着探测器截止波长的延长,

误差有所增大;随着截止波长的缩短,误差更加减小. 误差量是截止波长的单调递增函数; 3) 随着背景辐射场温度的上升,误差略有增大;随着背景辐射场温度的下降,误差更加减小. 误差量亦是背景辐射场温度的单调递增函数.

所以,在一般情况下,采用传统的近似公式计算理想光子探测器的背景限比探测率值总是可行的.

参考文献

- 1 达争尚,陈良益. 光电系统的匹配设计. 光子学报,2003, 32(6):669~671
Da Z S, Chen L Y. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(6):669~671
- 2 冯晓强,侯洵,杨文正,等. 彩色印刷套印色标的光电检测. 光子学报,2003,32(11):1336~1339
Feng X Q, Hou X, Yang W Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(11):1336~1339
- 3 金斯顿 R H 著,孙培懋等译. 光学和红外辐射探测. 北京:科学出版社,1984. 17~25
Kingston R H, translated by Sun Peimao, et al. *Detection of Optical and Infrared Radiation*. Beijing: Science Press, 1984. 17~25
- 4 赫尔曼 A 豪斯著,陈东培译. 光电子学中的波和场. 上海:上海翻译出版公司,1990. 406~407
Hermann A Haus, translated by Chen Dongpei. *Fields and Waves in Optical Electronics*. Shanghai: Shanghai Translation Press, 1990. 406~407
- 5 凯斯 R J 主编,董培芝等译. 光探测器与红外探测器. 北京:科学出版社,1984. 54~64
Keyes R J (Editor), translated by Dong Peizhi, et al. *Optical and Infrared Detectors*. Beijing: Science Press, 1984. 54~64

The Error Analysis of Limit Theory about Background

Survey by the Ideal Photon Detector

Ren Hongyan, Zhou Bing, Duan Xiaofeng, Ying Jiaju

Teaching & Research Section of Optics Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003

Received date: 2004-02-13

Abstract Using Planck's formula, accurate formula of specific detectivity is got for ideal photon detector limited to background noise. Contrasting accurate formula with traditional approximate formula, the error analysis has been done. The results show that the error of approximate formula is quite small and it can be used generally.

Keywords Photon detector; Background noise; Specific detectivity; Error analysis



Ren Hongyan was born in 1964, in Hebei Province. He received B. S. degree from Northwest Telecommunication Engineering Institute in 1985 and M. S. degree from China Aeronautics Institute in 1988. Now he works at Teaching & Research Section of Optics Engineering of Ordnance Engineering College. His major research fields are night vision technology and opt-electronic testing engineering.