

# 考虑激光下能级弛豫过程的调 Q Nd:YAG 速率方程理论分析\*

田兆硕<sup>1,2</sup> 陈卫标<sup>1</sup> 胡企铨<sup>2</sup>

(1 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(2 哈尔滨工业大学可调谐激光技术国家级重点实验室, 哈尔滨 150001)

**摘要** 本文比较了考虑与不考虑激光下能级弛豫过程的两种形式的调 Q 速率方程, 并以二极管激光侧面泵浦电光调 QNd:YAG 为例, 分别采用两种形式的调 Q 速率方程, 分析了调 Q 过程中上、下能级粒子数变化过程, 计算了输出调 Q 激光脉冲波形、峰值功率以及能量, 进行了比较分析, 并解释了调 Q“子脉冲”与拖尾现象.

**关键词** 调 Q; 速率方程; 下能级弛豫

**中图分类号** TN248.1

**文献标识码** A

## 0 引言

调 Q 固体激光器的发展已经有几十年的历史了, 技术的发展趋于成熟, 对于调 Q 过程的理论分析也常见报道<sup>[1-11]</sup>, 但是通常进行四能级系统理论分析的速率方程只考虑了上激光能级粒子数、腔内光子数、腔内损耗以及输出镜透过滤等参数的影响而认为下能级的弛豫时间为零, 因此忽略激光下能级对于调 Q 过程的影响. 实际上由于快开关调 Q 激光脉冲宽度通常只有几个纳秒, 而下能级的寿命一般远大于调 Q 激光脉冲宽度, 因此在调 Q 过程中, 下能级粒子数会由于受激发射的作用而产生粒子数积累, 相当于提高了阈值反转粒子数. 此时在调 Q 激光主脉冲产生后, 还会有大量下能级粒子没有转移到基态, 由于下能级弛豫时间快, 在下能级粒子转移到基态过程中, 上能级粒子数弛豫时间长, 结果是在下能级弛豫过程中还将产生粒子数反转, 输出激光“子脉冲”. 以 Nd:YAG 为例, 其快开关调 Q 激光脉冲只有几个纳秒而下能级寿命为几十纳秒, 如果忽略下能级的影响, 理论计算的调 Q 激光脉冲峰值功率以及脉冲激光能量偏高, 而且无法解释激光“子脉冲”与拖尾现象.

本文比较了考虑与不考虑激光下能级弛豫过程的两种形式的调 Q 速率方程, 并以脉冲二极管激光侧面泵浦电光调 QNd:YAG 为例, 分别采用两种形式的调 Q 速率方程, 分析了调 Q 过程中上、下能级粒子数变化过程, 计算了输出调 Q 激光脉冲波形、峰值功率以及能量, 并进行了比较分析, 解释了调 Q“子脉冲”与拖尾现象.

## 1 速率方程分析

### 1.1 不考虑激光下能级弛豫过程的调 Q 速率方程

不考虑激光下能级弛豫过程的快开关调 Q 速率方程表达式为<sup>[1-5]</sup>

$$\left(\frac{dn}{dt}\right) = -\gamma\sigma\Phi n \quad (1)$$

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right) = (2\sigma nl\Phi/t_r) - (\Phi/t_c) \quad (2)$$

式中,  $n$  为上能级粒子数,  $\Phi$  为腔内光子数,  $c$  为光速,  $\sigma$  为受激发射截面,  $l$  为激光工作介质长度,  $\gamma$  为简并因子,  $t_r = 2l/c$  为在激光腔长为  $l$  时, 腔内光子往返时间.  $t_c$  为腔内光子寿命, 可表示为

$$t_c = \{t_r / [\ln((1/R)) + L]\} \quad (3)$$

式中,  $R$  为输出镜反射率,  $L$  为腔内光子往返损耗.

### 1.2 考虑激光下能级弛豫过程的调 Q 速率方程

考虑激光下能级弛豫过程的快开关调 Q 速率方程为

$$\frac{dn_2}{dt} = W_p n_0 - (n_2 - \gamma n_1) \frac{2\sigma\Phi}{t_r} - \frac{n_2}{\tau_f} \quad (4)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = (n_2 - \gamma n_1) \frac{2\sigma\Phi}{t_r} + \frac{n_2}{\tau_{21}} - \frac{n_1}{\tau_{10}} \quad (5)$$

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right) = (n_2 - \gamma n_1) (2\sigma l\Phi/t_r) - (\Phi/t_c) \quad (6)$$

$$n_{tot} = n_1 + n_2 + n_0 \quad (7)$$

式中,  $n_2$  为上能级粒子数,  $n_1$  为下能级粒子数,  $n_0$  为基态能级粒子数,  $\tau_{21}$  为激光能级间的辐射寿命,  $\tau_{10}$  为下能级向基态能级的弛豫时间,  $W_p$  为激发速率.  $W_p n_0$  给出了单位时间单位体积内从基态能级转移到上激光能级的粒子数, 可表示为<sup>[11]</sup>

$$W_p n_0 = \eta_Q \eta_S \eta_B \eta_T \eta_a P_{in} / V \quad (8)$$

式中,  $P_{in}$  为泵浦光功率,  $\eta_T$  为辐射传输效率,  $\eta_a$  为吸收效率,  $\eta_Q$  为量子效率,  $\eta_S$  为斯托克斯因子,  $\eta_B$  为光束交叠效率,  $V$  为激光工作介质体积.

由式(4)~(6)可以得知: 如果下能级以无限快的速度向下能级转移, 则  $\tau_{10} \approx 0$ , 根据式(5)得  $n_1 =$

0,即所有粒子数都分布在基态能级和激光上能级中,式(5)可以去掉,由式(4)可以推出式(1)(假设 $Q$ 开关打开时,泵浦光停止激励),由式(6)可以推导出式(2).因此式(1)、(2)是忽略激光下能级弛豫过程的简化速率方程形式.

激光输出功率可以表示为

$$P(t) = \frac{h\nu A l' \ln((1/R))}{t_r} \Phi(t) \quad (9)$$

式中 $A$ 为腔内光束截面, $R$ 为输出镜透过滤, $h$ 为普朗克常数, $\nu$ 为激光频率.

激光输出能量为式(9)对于时间的积分

$$E = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (10)$$

## 2 举例及讨论

以脉冲二极管激光侧面泵浦电光调 $Q$ Nd:YAG激光器为例,分别采用两种形式的调 $Q$ 速率方程,进行理论分析.我们设计的激光器参数为:泵浦源为808 nm的准连续激光二极管阵列,激光泵浦能量 $P_E = 1$  J,泵浦脉冲脉宽200  $\mu$ s,假设泵浦光功率恒定,则泵浦功率 $P_{in} = 5$  KW,激光棒直径3 mm,棒长7 cm,谐振腔长30 cm,腔内往返损耗为0.15,输出镜透过率取0.2,受激发射截面 $2.8 \times 10^{-19}$   $\text{cm}^2$ ,光子能量 $h\nu = 1.87 \times 10^{-19}$  J,上能级荧光寿命 $\tau_f = 230$   $\mu$ s,下能级弛豫时间 $\tau_{10} = 30$  ns.考虑到二极管激光侧面泵浦的特点,我们取辐射传输效率 $\eta_r = 0.95$ ,吸收效率 $\eta_a = 0.8$ ,量子效率 $\eta_Q = 0.95$ ,斯托克斯因子 $\eta_s = 0.70$ ,光束交叠效率 $\eta_B = 0.6$ <sup>[11,12]</sup>.

对于激光器的调 $Q$ 过程数值计算可以分为两步,第一步是泵浦阶段,此阶段 $Q$ 开关关闭,腔内损耗很大,由于泵浦光的激励作用,上能级粒子数大量积累.第二步为 $Q$ 开关打开阶段,此阶段泵浦光结束泵浦,同时 $Q$ 开关打开,腔内损耗突然减小,获得调 $Q$ 脉冲激光输出.

### 2.1 泵浦阶段

由于此阶段没有形成激光振荡,腔内光子数近似为零,由式(4)~(6)可得

$$\frac{dn_2}{dt} = W_p n_0 - \frac{n_2}{\tau_f} \quad (11)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = + \frac{n_2}{\tau_{21}} - \frac{n_1}{\tau_{10}} \quad (12)$$

采用Runge-Kutta方法求解式(9)、(10)可得在光泵浦阶段上能级积累粒子数及下能级积累粒子数(如图1、图2所示).

在理想的四能级系统中,下能级弛豫时间 $\tau_{10} = 0$ , $n_1 = 0$ ,即下能级不积累粒子数,实际上从图1、图2可以看出,在光泵浦阶段不仅上能级积累粒子数下能级也积累粒子数,只不过速度很缓慢.

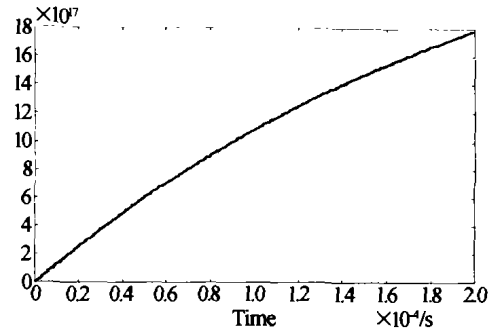


图1 光泵浦阶段上能级粒子数积累  
Fig. 1 Accumulation of upper level populations during pumped period

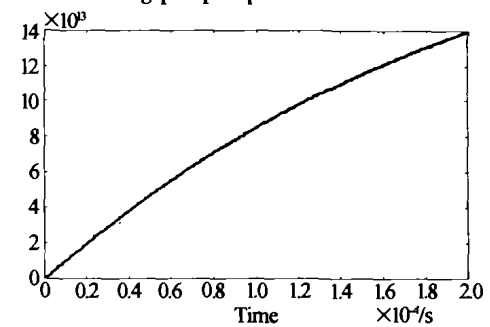


图2 光泵浦阶段下能级粒子数积累  
Fig. 2 Accumulation of lower level populations during pumped period

### 2.2 $Q$ 开关打开

$Q$ 开关打开时,数值求解式(1)、(2),可以得出不考虑激光下能级弛豫过程时调 $Q$ 脉冲激光的输出波形,如图3所示.数值求解式(4)~(6),可以得出考虑激光下能级弛豫过程时调 $Q$ 脉冲激光的输出波形,如图4所示.比较图3、图4可以看出,不考虑激光下能级弛豫过程时,计算出的脉冲激光峰值功率为37 MW,输出能量为102 mJ;考虑激光下能级弛豫过程时,计算出的脉冲激光峰值功率为18.5 MW,输出能量为80 mJ,两种计算结果的脉冲宽度变化不大,约为4 ns.可见两种速率方程计算的峰值功率差别很大,而脉冲能量差别不十分大,产生计算结果的差别原因是:当速率方程中考虑下能级弛豫过程时,下能级粒子数会由于受激发射的作用而产生粒子数积累,相当于提高了阈值反转粒子数,在调 $Q$ 激光脉冲产生后,还有大量下能级粒子没有转移到基态,由于下能级弛豫时间快,在下能级粒子转移到基态过程中,上能级粒子数弛豫时间长,结果是在下能级弛豫过程中产生粒子数反转,输出激光“子脉冲”及拖尾.相当于上能级储存的能量不是一次释放出来,而是经过一次快速释放以后,存留了一部分能量到“子脉冲”及拖尾中,因此实际进行快开关调 $Q$ 过程中存在“子脉冲”及拖尾现象.而许多文献中往往忽略下能级的弛豫过程,这样计算出调 $Q$ 脉冲峰值功率往往比实验值高,计算出的能量则差别不大.

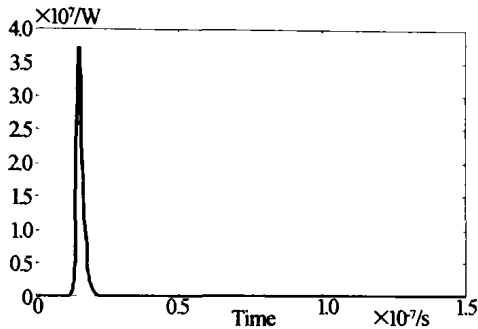


图3 不考虑激光下能级弛豫过程的调 Q 脉冲激光的输出波形

Fig. 3 Q-switched pulse waveform non- including lower level relaxation

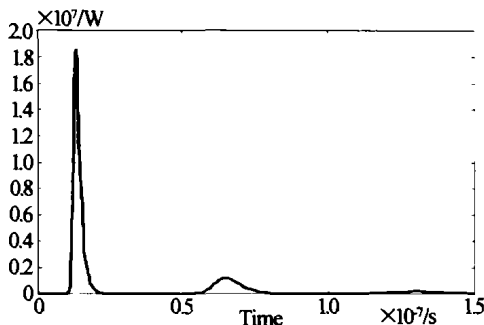


图4 考虑激光下能级弛豫过程的调 Q 脉冲激光的输出波形

Fig. 4 Q-switched pulse waveform including lower level relaxation

对于这两种速率方程,上能级粒子数变化分别如图5、图6所示.可以看出不考虑激光下能级弛豫过程的上能级粒子数在 Q 开关打开时快速减少到零,而考虑激光下能级弛豫过程的上能级粒子数快速减少到一定值时,由于下能级弛豫时间比受激

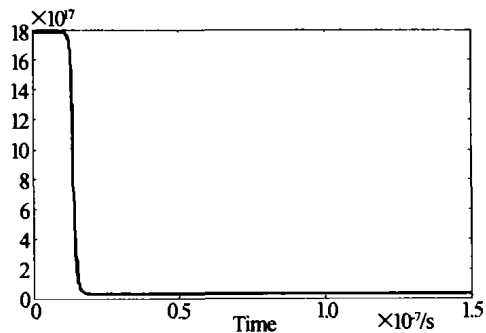


图5 不考虑激光下能级弛豫过程的上能级粒子数变化  
Fig. 5 Change of upper level population non- including lower level relaxation

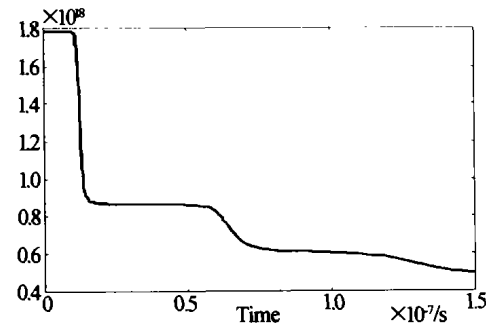


图6 考虑激光下能级弛豫过程的上能级粒子数变化  
Fig. 6 Change of upper level population including lower level relaxation

发射时间长,因此下能级产生粒子数积累,相当于高反转粒子数域值时停止受激发射,而下能级粒子数继续弛豫到基态能级,弛豫速度远快于上能级的弛豫速度,再次产生粒子数反转,产生激光“子脉冲”,下能级粒子数再慢速减少,产生激光拖尾,因此上能级粒子数变化在调 Q 过程中呈阶梯形状.

不考虑激光下能级弛豫过程时认为下能级粒子数始终为零,实际上由于下能级具有一定的弛豫时间,在调 Q 过程中,由于“主脉冲”激光受激发射作用,下能级粒子数首先快速积累到极大值,然后在“子脉冲”激光受激发射作用,下能级粒子数再次积累到极大值,再以较慢的速度转移到基态,如图7所示.

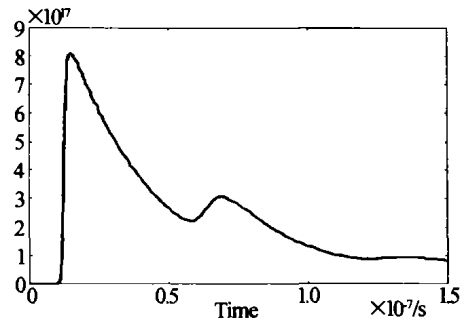


图7 考虑激光下能级弛豫过程时下能级粒子数变化  
Fig. 7 Change of lower level population including lower level relaxation

经过研究发现,调 Q 过程中的“子脉冲”及拖尾与泵浦能量及输出镜反射率关系密切,泵浦能量或输出镜反射率越低,“子脉冲”越明显而拖尾越不明显,反之则“子脉冲”越不明显而拖尾越明显,如图8所示,当输出镜反射率增加到 0.6 时,“子脉冲”现象不明显而拖尾较明显.另外需要注意的是往往在实验中观察不到“子脉冲”或拖尾现象,我们认为其原因有三点:第一,“子脉冲”或拖尾的频谱成分远低于“主脉冲”,而许多探测系统(包括探测器、放大器、示波器等)的为减少噪声往往滤掉低频成分,因此观察不到“子脉冲”或拖尾现象;第二,探测系统的动态范围小,由于“主脉冲”峰值功率远高于“子脉冲”,小动态范围的探测系统“压制”了“子脉冲”或拖尾的显示;第三, Q 开关开启时间短,“切掉了”“子脉冲”或拖尾的激光输出.如果要观察到真实

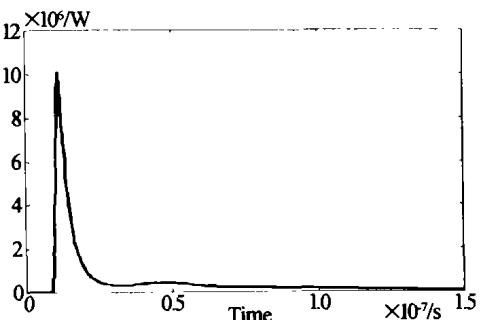


图8 输出镜反射率为 0.6 时调 Q 脉冲激光波形  
Fig. 8 Q-switched pulse waveform at the reflectivity of 0.6

的调 $Q$ 脉冲激光波形,需要采用低通宽频带、动态范围大的探测系统,并且 $Q$ 开关开启时间足够长.在实验中,采用脉冲能量比脉冲半宽度方法计算峰值功率时,由于能量计探测到的能量包含着“子脉冲”及拖尾的能量,因此计算结果会高于真实值.

### 3 结论

本文以二极管激光侧面泵浦电光调 $Q$ Nd:YAG为例研究了考虑下能级的弛豫过程的调 $Q$ 速率方程,结果表明:由于下能级存在一定的弛豫时间,与一般忽略下能级的弛豫过程的调 $Q$ 速率方程结果比较,脉冲激光峰值功率较低,但是由于存在“子脉冲”与拖尾现象,脉冲能量变化不大.另外,考虑下能级的弛豫过程的调 $Q$ 速率方程可以较好的解释实验中经常观察到的“子脉冲”与拖尾现象.此文的研究可以为相关的理论与实验研究提供参考作用.

#### 参考文献

- Zayhowski J J, Kelly P L. Optimaization of  $Q$ -switched lasers. *IEEE J Q E*, 1991, **27**(9): 2220 ~ 2225
- Degnan J J. Theory of the optimally couplly coupled  $Q$ -switched laser. *IEEE J Q E*, 1989, **27**(9): 214 ~ 220
- John J D. Optimization of passively  $Q$ -switched lasers. *IEEE J Q E*, 1995, **31**(11): 1890 ~ 1901
- Xiao Guohua, Michael B. A generalized model for passively  $Q$ -switched lasers including excited state absorption in the saturable absorber. *EEE J Q E*, 1997, **33**(1): 41 ~ 44
- 李平,王青圃,高达,等. 调 $Q$ 激光器基于最大峰值功率的优化. *光电子·激光*, 1999, **10**(1): 33 ~ 39
- Li P, Wang Q P, Gao D, et al. *J Optoelectronics Laser*, 1999, **10**(1): 33 ~ 39
- 张行愚,赵圣之,王青圃,等. Cr<sup>4+</sup>:YAG调 $Q$ 特性的理论和实验研究. *光学学报*, 1998, **18**(9): 1180 ~ 1185  
Zhang X Y, Zhao S Z, Wang Q P, et al. *Acta Opt Sin*, 1998, **18**(9): 1180 ~ 1185
- 田来科,田东涛,董庆彦,等. 激光调 $Q$  CAI. *光子学报*, 2002, **31**(9): 1093 ~ 1096  
Tian L K, Tian D T, Dong Q Y, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9): 1093 ~ 1096
- 郑朝思,吴砺,张峭峰,等. LD泵浦固体激光器的输出损耗电光调 $Q$ 技术. *中国激光*, 1996, **A23**(7): 593 ~ 599  
Zheng Z S, Wu L, Zhanh S F, et al. *Chinese J Lasers*, 1996, **A23**(7): 593 ~ 599
- 陈卫标,Takeuchi N. LD抽运的Cr<sup>4+</sup>:YAG被动调 $Q$  Nd:YAG激光器. *中国激光*, 2002, **A29**(5): 385 ~ 388  
Cheng W B, Takeuchi N. *Chinese J Lasers*, 2002, **A29**(5): 385 ~ 388
- 夏江珍,蔡海文,任虹,等. 全光纤调 $Q$ 掺饵光纤激光器的脉冲研究. *光子学报*, 2002, **31**(8): 989 ~ 992  
Xia J Z, Cai H W, Ren H, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(8): 989 ~ 992
- Koechner W 著,孙文等,译. 固体激光工程. 北京:科学出版社, 2002  
Koechner W, Translated by Sun W, et al. *Solid- State Laser Engineering*. Beijing: Science Press, 2002
- 吕百达. 固体激光器件. 北京:北京邮电大学出版社, 2002  
Lü B D. *Solid Laser*. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2002

## Theory of $Q$ -switched Nd:YAG Rate Equation Including Lower Level Relaxation

Tian Zhaoshuo<sup>1,2</sup>, Chen Weibiao<sup>1</sup>, Hu Qiquan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Shanghai 201800

<sup>2</sup> National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001

Received date: 2003-11-17

**Abstract** Two kinds of  $Q$ -switched rate equation including and non-including lower level relaxation are analyzed. As an example, diode side-pumped  $Q$ -switched Nd:YAG laser is studied using the two kinds of rate equation. The variations of upper and lower level population are given.  $Q$ -switched pulse waveform, peak power and pulse energy are calculated. In addition, sub-pulse and tail phenomena are also explained.

**Keywords**  $Q$ -switching; Rate equation; Lower level relaxation



**Tian Zhaoshuo** was born in 1970, in Heilongjiang Province. He received the Ph. D. degree in Physical Electronics, Dept. of Electronic Science and Technology, Harbin Institute of Technology (HIT), Harbin, China, in 2001. At present, he is a post doctor in Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics and an associate professor in HIT. He has been engaged in research in the fields of laser technology and laser radar. He has published more than 30 papers and has been awarded two patents.