

BPM-FSRM 混合法分析 SOI 脊形波导与光纤耦合*

刘敬伟 陈少武 余金中
(中国科学院半导体所光电中心,北京 100083)

摘要 用来传播-自由空间辐射模(BPM-FSRM)混合法计算了 SOI 脊形波导和光纤耦合时的透射率,提出计算反射率的积分公式. 将该混合法和一般 FSRM、菲涅尔公式-重叠积分法的计算结果相比较,提出只有在弱导条件下,传统的菲涅尔公式法和重叠积分法才可以同时使用.

关键词 自由空间辐射模法;有限差分束传播法;SOI 脊形波导;耦合;透射;反射

中图分类号 TN256 **文献标识码** A

0 引言

SOI(Silicon-On-Insulator)光波导是硅基集成光学中最重要的波导之一. 由于 SiO₂ 和 Si 的折射率差很大,为了承载单模、平板和条形结构的波导厚度必须做得很小. 在 R. A. Soref^[1]单模条件下,可以实现脊形大截面的 SOI 单模波导. 大部分光学器件的输入输出波导都必须和光纤耦合,很大一部分能量将要在耦合处被反射和辐射掉,因此计算这类连接处光的反射率和透射率就十分重要.

菲涅尔公式法和重叠积分法^[2]是常用的计算端面反射率和耦合效率的方法. 为同时得到反射率和透射率,通常同时采用两种方法. 菲涅尔公式法是在平面波的基础上推导出来的,只能处理平面波或类平面波在端面的反射率. 由于菲涅尔公式法计算的是能量变化,而重叠积分法需要用到的是电场分布,所以两种方法只有在一种条件下才能同时使用,就是入射场和反射场的场分布相同,仅仅是振幅系数减小. 这样,除去反射场后的入射场,其模场分布也不发生改变. 但还需要进一步讨论在什么情况下上述方法的计算结果才足够准确.

1993年, Kendall等^[3,4]利用自由空间辐射模法(Free Space Radiation Mode, FSRM)分析了光从平板波导进入空气时的反射率. 随后,分析了光纤和平板波导^[5,6]、三维条形波导的耦合情况^[7],并同时计算出了透射率和反射率. FSRM是一种半解析的方法,计算过程简单,计算时间短,在芯层和包层折射率差不大于10%时,FSRM的计算结果甚至可以和纯数值计算的结果相比拟^[5]. FSRM法的计算过程中所做唯一假设,就是辐射模在均匀介质中传播^[5]. 但是对于SOI波导,由于芯层折射率(约3.5)

和包层折射率(约1.45)差很大,所以一般FSRM法所做的假设就不再成立. 2002年, Vukovic首次用FSRM和BPM(Beam Propagation Method)混合法计算了SOI脊形波导和光纤连接时的透射率^[8]. 由于BPM法同时考虑了导模和辐射模,所以不再需要假设SOI波导中辐射模在一种均匀介质中传播. 但用该方法计算出来的反射模中包含了反射导模和反射辐射模,不能直接得到反射率.

本文将比较一般FSRM法和BPM-FSRM法,从两种FSRM的计算结果出发,间接地讨论菲涅尔公式法和重叠积分法同时使用的条件,再用BPM-FSRM混合法计算SOI波导和光纤耦合时的透射率,提出用积分法得到反射率的简单方法.

1 理论

1.1 一般FSRM法原理

图1表示了光在波导不连续介质中传输的情形. 在每一段波导中,光均可分为前向和反向的导模和辐射模. 为了计算上的方便,将归一化了的导模场分布 $E(x,y)$ 、前向辐射模场分布 $F(x,y)$ 、反向辐射模场分布 $B(x,y)$ 进行傅里叶变换,分别用 $\tilde{E}(s,t)$ 、 $\tilde{F}(s,t)$ 、 $\tilde{B}(s,t)$ 表示,其中 s,t 是与空间变量 x,y 相对应的的频域变量.

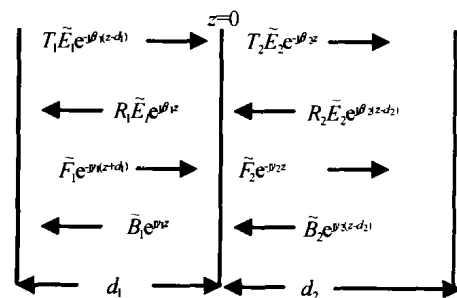


图1 不同波导连接示意图

Fig. 1 Waveguide discontinuity

图1所示各项中, T 和 R 分别为前向和反向导模场的幅值, β_i 为第 i ($i=1,2$,下同)部分导模传播常数, γ_i 可表示为

*国家自然科学基金(60336010)、国家863计划(2002AA312060)和“973”计划(G20000366)资助项目
Tel: 010-82304076 Email: jwliu@red.semi.ac.cn
收稿日期: 2003-11-28

$$\gamma_i = \begin{cases} (Kun_{ci}^2 - s^2 - t^2)^{1/2} & |s^2 + t^2| \leq Kun_{ci}^2 \\ -j(s^2 + t^2 - Kun_{ci}^2)^{1/2} & |s^2 + t^2| \geq Kun_{ci}^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$Kun_{ci} = (n_{ci}k)^2 \quad (n_{ci} \text{ 为包层折射率, } i=1,2)$$

每部分总的电场可表示为

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{tot}} = & T \vec{E}(s,t) e^{-i\beta z} + R \vec{E}(s,t) e^{i\beta z} + \\ & \vec{F}(s,t) e^{-i\gamma z} + B(s,t) e^{i\gamma z} \end{aligned} \quad (2)$$

传输过程中,连接处两边的总电场 \vec{E}_{tot} 和 $\partial \vec{E}_{\text{tot}} / \partial z$ 都必须连续. 这里,假设辐射模在均匀的介质中传播. 设连接处 $z=0$,则由 \vec{E}_{tot} 连续可得

$$\vec{E}_1(T_1 e^{-i\beta_1 d_1} + R_1) + \vec{F}_1 e^{-i\gamma_1 d_1} + \vec{B}_1 =$$

$$\vec{E}_2(T_2 + R_2 e^{-i\beta_2 d_2}) + \vec{F}_2 + \vec{B}_2 e^{-i\gamma_2 d_2} \quad (3)$$

同理,由 $\partial \vec{E}_{\text{tot}} / \partial z|_{z=0}$ 连续可得

$$\vec{E}_1(-T_1 \beta_1 e^{-i\beta_1 d_1} + R_1 \beta_1) - \vec{F}_1 \gamma_1 e^{-i\gamma_1 d_1} + \vec{B}_1 \gamma_1 = \vec{E}_2(-T_2 \beta_2 + R_2 \beta_2 e^{-i\beta_2 d_2}) - \vec{F}_2 \gamma_2 + \vec{B}_2 \gamma_2 e^{-i\gamma_2 d_2} \quad (4)$$

由辐射模和导模的正交性,可以得到方程(5)和(6).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_2 E_2 dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}_2 \vec{E}_2^* ds dt = 0 \quad (5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_1 E_1 dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{B}_1 \vec{E}_1^* ds dt = 0 \quad (6)$$

由式(3)、(4)、(5)、(6),整理可得

$$\begin{aligned} T_2 \left\{ - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_2 \left(\frac{\gamma_1 + \beta_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) \vec{E}_2^* ds dt \right\} + R_1 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_1 \left(\frac{\gamma_1 - \beta_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) \vec{E}_2^* ds dt \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \left\{ - \vec{F}_1 (2\gamma_1 e^{-i\gamma_1 d_1}) - \right. \\ \left. \vec{E}_1 [T_1 e^{-i\beta_1 d_1} (\gamma_1 + \beta_1)] + \vec{B}_2 [e^{-i\gamma_2 d_2} (\gamma_1 - \gamma_2)] + \vec{E}_2 [R_2 e^{-i\beta_2 d_2} (\gamma_1 - \beta_2)] \right\} \vec{E}_2^* ds dt \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T_2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_2 \left(\frac{\gamma_2 - \beta_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) \vec{E}_1^* ds dt \right\} - R_1 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_1 \left(\frac{\gamma_2 + \beta_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \right) \vec{E}_1^* ds dt \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \left\{ \vec{F}_1 [e^{-i\gamma_1 d_1} (\gamma_2 - \gamma_1)] + \right. \\ \left. \vec{E}_1 [T_1 e^{-i\beta_1 d_1} (\gamma_2 - \beta_1)] - \vec{B}_2 [2\gamma_2 e^{-i\gamma_2 d_2}] - \vec{E}_2 [R_2 e^{-i\beta_2 d_2} (\gamma_2 + \beta_2)] \right\} \vec{E}_1^* ds dt \end{aligned} \quad (8)$$

至此,利用方程(7)和(8)就可以解出 T_2 和 R_1 .

计算过程中,我们需要各个部分的模场分布.

导模模场的求解,对于平板波导和条形波导,可利用相应的解析或半解析的表达式;对于脊形波导中导模场分布,通常采用数值解法来求得,如束传播法(BPM). 本文将采用有限差分束传播法(FD-BPM)来求解 SOI 脊形波导中导模的场分布(PML 边界条件),很多文献对该方法的计算过程都进行了详细的介绍^[9-12],在此不再赘述. 必须强调的是,这里仅仅是利用 BPM 法得到模场分布,而一般 FSRM 法的基本原理和推导并不改变.

1.2 FDBPM-FSRM 混合法原理

现在考虑芯层和包层折射率差很大的 SOI 波导和光纤耦合时的情况. 此时, $T_{1s} = 1$, $\vec{E}_1 = \vec{E}_s$, $\vec{E}_2 = \vec{E}_f$, $\vec{F}_1 = 0$, $\vec{B}_2 = 0$, $\vec{R}_2 = 0$, $\beta_1 = \beta_s$, $\beta_2 = \beta_f$, $\gamma_2 = \gamma_f$, $d_1 = d_2 = +\infty$. 和前面叙述的一般 FSRM 不同,由于芯层和包层折射率差很大,不能假设辐射模在单一折射率的波导中传播. 由于 BPM 所计算的模场式应该包括导模和辐射模,所以设: $R_1 \vec{E}_s + \vec{B}_2 = \vec{E}_r$. 这样,式(3)可以写成

$$\vec{E}_s + \vec{E}_r = T_2 \vec{E}_f + \vec{F}_f \quad (9)$$

由 $\partial \vec{E}_{\text{tot}} / \partial z$ 连续可以得到式(10)

$$\beta_s \vec{E}_s + d \vec{E}_r = T_2 \beta_f \vec{E}_f + \gamma_f \vec{F}_f \quad (10)$$

式中: $d \vec{E}_r$ 是 $d E_r$ 的傅里叶变换形式;且: $d E_r|_{z=0} = j \frac{\partial E_r}{\partial z} - \beta_s E_r$; $\partial E_r / \partial z$ 可用 FD-BPM 得到. 为处理广

角传播,此处必须使用高阶 padé 近似. γ_f 由式(1)得到.

由式(9)、(10),以及 \vec{E}_f 相 \vec{E}_r 互正交的条件,可以得到

$$T_2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \beta_s \vec{E}_s - d \vec{E}_r, \vec{E}_f^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \beta_s - \beta_f \vec{E}_f \vec{E}_f^* ds dt} \quad (11)$$

$$\vec{E}_r = \frac{T_2 (\gamma_f - \beta_f) \vec{E}_f - (\gamma_f - \beta_s) \vec{E}_s + d \vec{E}_r + \gamma_0 \vec{E}_r}{\gamma_f + \gamma_0} \quad (12)$$

给 T_2 和 \vec{E}_r 赋上某初值后,反复地利用式(11)和(12)进行迭代,直到 T_2 收敛即可. 式(12)中的 γ_0 是为了保证迭代过程收敛的任意非零复数.

1.3 反射率的积分计算公式

上述推导并不能求得反射率. 这里,我们推出一个计算反射率的简单公式. 和一般 FSRM 相比较,待 1.2 中迭代过程收敛后,将有 $\vec{E}_r = R_1 \vec{E}_s + \vec{B}_s$,

其中 \vec{B}_s 应和 \vec{E}_s 正交,则

$$\begin{aligned} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_r \vec{E}_s^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt} &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_1 \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt} + \\ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{B}_s \vec{E}_s^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt} &= R_1 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_s \vec{E}_s^* ds dt} + 0 = R_1 \end{aligned}$$

所以

$$P_r = |R_1|^2 = \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_r \tilde{E}_s^* ds dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_i \tilde{E}_s^* ds dt} \right|^2 \quad (13)$$

2 结果和讨论

图 2 是 SOI 脊形波导结构示意图. n_1, n_2, n_3 分别为各层折射率, H 为内脊高度, h 为外脊高度, W 为脊宽. 计算时取: $H=5 \mu\text{m}, h=3.5 \mu\text{m}, n_1=3.5, n_2=n_3=1.45, W=1 \mu\text{m} \sim 5 \mu\text{m}$; 光纤直径 = $8.7 \mu\text{m}$, 芯层折射率 = 1.4516 , 包层折射率 = 1.4473 . 图 3 是用 BPM 方法计算得到的导模场分布, 图 4 用 BPM-FSRM 混合法计算得到的反射模 E_r 的场分布. 图 5 是分别用 BPM-FSRM 混合法、一般 FSRM 法和菲涅尔

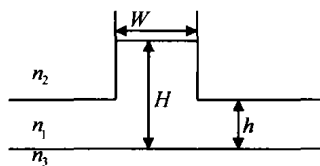


图 2 SOI 脊形波导结构示意图
Fig. 2 Rib waveguide formed in SOI

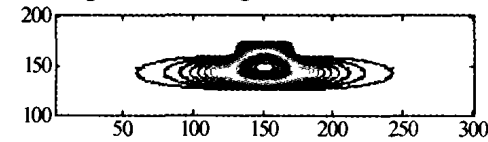


图 3 SOI 脊形波导导模场分布
Fig. 3 Guided field profile in SOI rib waveguide

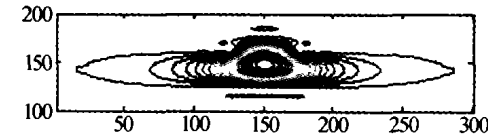


图 4 SOI 波导反射模场分布(含导模和辐射模)
Fig. 4 Backreflection field profile in SOI rib waveguide

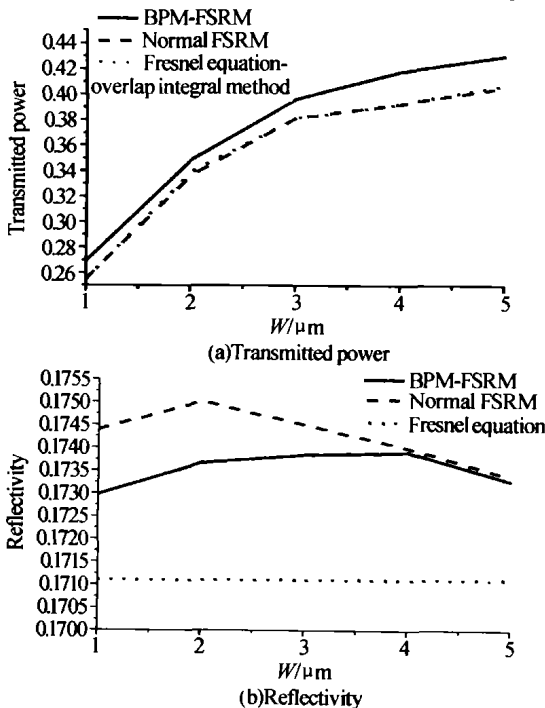


图 5 不同波导宽度下的透射率和反射率
Fig. 5 Transmitted power and Reflectivity against width of waveguide

涅尔公式-重叠积分法计算得到的透射率和反射率, 使用 BPM-FSRM 混合法时, 利用的是积分式(13).

如前所述, 一般 FSRM 做的唯一一个假设: 辐射模在均匀介质中传播. 在弱导条件下, 由于芯层和包层折射率差很小, 均匀介质无论取包层还是芯层, 都不会对计算结果有很大影响, 所以一般 FSRM 是准确的. 从计算结果来看, 一般 FSRM 法和菲涅尔公式-重叠积分法的计算结果很接近, 所以单从计算结果可以推得, 菲涅尔公式-重叠积分法也必须在端面两边都是弱波导的前提下才适用.

但从图 4 可以看出, 对于 SOI 波导, 反射后的模场中有一部分明显向两侧的平板波导和包层辐射, 由于包层和芯层折射率差很大, 所以就不能取一个单纯的折射率作为辐射模场的折射率. 由于反射模场和入射导模场之间的确存在差别, 所以经过反射的光场不可能再以原来入射光相同的场分布向光纤传导, 这样就不能再用重叠积分法求耦合效率.

进一步从推导公式来讨论. 比较式(4)、(10), BPM-FSRM 混合法和一般 FSRM 法的唯一不同的, 就是在处理反射模对 z 轴偏导时, BPM-FSRM 混合法多了 $j \frac{\partial E_r}{\partial z}$ 项. 从物理意义来看, $\frac{\partial E_r}{\partial z}$ 表示的是场在端面沿 z 轴的变化率. 而只有在弱导波导中, 光场沿轴向变化才会非常缓慢以至能忽略 $j \frac{\partial E_r}{\partial z}$ 项. 所以一般 FSRM 法应用的前提是端面两边的波导都是弱导. BPM-FSRM 考虑了 $\frac{\partial E_r}{\partial z}$ 的实际存在, 因此适用于任意的折射率分布, 也具有更高的准确度.

图 5(b) 表明, 用不同方法计算得到的反射率有一定差别, 而两种 FSRM 法计算得到的值更加接近, 这主要是因为菲涅尔公式是在平面波基础上推导出来的, 而两种 FSRM 法是从导模的实际分布出发的, 尤其 BPM-FSRM 法更是没有做任何假设, 因此更加准确.

3 总结

用 BPM-FSRM 混合法计算了 SOI 脊形波导和光纤耦合时的透射率, 提出了计算反射率的积分公式. 比较了 BPM-FSRM 混合法和一般 FSRM 计算方法, 通过对计算结果的比较, 提出了只有在弱导条件下, 传统的菲涅尔公式法和重叠积分法也才适用.

参考文献

1 Soref R A, Schmidtchen J, Petermann K. Large single - mode rib waveguides in GeSi-si and Si-on-SiO₂. *IEEE J Quantum Electronics*, 1991, 27(8):1971 ~ 1973

- 2 Hauffe R, Siebel U, Petermann K, *et al.* Methods for passive fiber chip coupling of integrated optical devices. *IEEE Trans Adv Packag*, 2001, **24**(4): 450 ~ 455
- 3 Kendall P C, Roberts D A, Robson P N, *et al.* New formula for semiconductor laser facet reflectivity. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1993, **5**(2): 148-150
- 4 Kendall P C, Roberts D A, Robson P N, *et al.* Semiconductor laser facet reflectivity using free-space radiation modes. *IEE Proceedings-J*, 1993, **140**(1): 49 ~ 55
- 5 Smart C J, Benson T M, Kendall P C. Free space radiation mode method for the analysis of propagation in optical waveguide devices. *IEE Proceedings-J*, 1993, **140**(1): 56 ~ 61
- 6 Sewell P, Benson T M, Reed M, *et al.* Transcendent equation for the vectorial modes of buried optical waveguides. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1997, **9**(1): 70 ~ 72
- 7 Reed M, Swell P, Benson T M, *et al.* Efficient propagation algorithm for 3D optical waveguides. *IEE Pro-optoelectron*, 1998, **145**(1): 53 ~ 58
- 8 vukovic A, Sewell P, Benson T M, *et al.* Novel hybrid method for efficient 3-D fiber-to-chip coupling analysis. *IEE Journal of Selected Topic in Electronics*, 2002, **8**(6): 1285 ~ 1292
- 9 Huang W P, Xu C L. Simulation of three-dimensional optical waveguides by a full-vector beam propagation method. *IEEE J Quantum Electronics*, 1993, **29**(10): 2639 ~ 2649
- 10 Liu P L, Li B J. Semivectorial beam propagation method for analyzing polarized modes of rib waveguides. *IEEE J Quantum Electronics*, 1992, **28**(4): 778 ~ 782
- 11 Ilie I, Scarmozzino R, Osgood R M. Investigation of the pade approximation-based wide-angle beam propagation method for accurate modeling of waveguiding circuits. *J Lightwave Technol*, 1997, **14**(12): 2813 ~ 2822
- 12 林青春, 肖悦娱, 何赛灵. 基于广角 FD-BPM 的 PML 边界处理方法. *光子学报*, 2002, **31**(2): 349 ~ 353
- Lin Q C, Xiao Y Y, He S L. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(2): 349 ~ 353

BPM-FSRM Hybrid Method for SOI Rib Waveguide-to-Fiber Coupling Analysis

Liu Jingwei, Chen Shaowu, Yu Jinzhong

Center of Optoelectronics Research and Development, Institute of Semiconductor, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083

Received date: 2003-11-28

Abstract With hybrid method of BPM and FSRM, the power of transmission was calculated in the case of SOI Rib Waveguide-to-Fiber coupling. A simple integral formula was developed to work out the reflectivity. Based on the results acquired with the hybrid method, normal FSRM methods and Fresnel equation-overlap integral method, it was deduced that Fresnel equation method and overlap integral method can be used together only when the two waveguides on the each side of disconnection facet are weakly-guided.

Keywords Free Space Radiation Mode(FSRM); Finite-difference beam propagation method(FD-BPM); SOI rib; Waveguide coupling; Transmission; Backreflection



Liu Jingwei was born in 1977, in Jiangxi Province. Now he is a candidate for Ph. D. in Institute of Semiconductor, Chinese Academy of Sciences. His major research is integration of optoelectronics.