

湍流大气中高斯谢尔光束的波前位错*

张逸新^{1,2} 陶纯堪²

(1 江南大学理学院, 无锡 214036)

(2 南京理工大学电光学院, 南京 210014)

摘 要 在 Rytov 近似下, 通过引入短期统计平均位错位置的概念, 研究了高斯谢尔光束通过近地面弱湍流大气传播时, 波前圆形位错形成和位错位置与湍流大气起伏强度和传播距离等参数间的关系. 基于湍流大气中平行和交叉双光束的简化近似传输模型, 研究了湍流大气中传播高斯谢尔光束波前位错位置与大气湍流强度、传输距离等参数间的相关机制. 在远小于光波位相起伏周期的条件下, 分别得出了束径不同同轴双光束和交叉双光束传播情况下波前圆位错位置的湍流系综统计平均理论关系. 所得结果表明, 同轴平行光束干涉和交叉光束干涉所产生的光束波前位错受大气湍流强度、传输距离等参数调制的规律是不同的.

关键词 激光传输; 波前位错; 短期平均; 大气湍流; 高斯谢尔光束

中图分类号 TN929.12, TN958.98, P407.5, P427.1⁺¹³ **文献标识码** A

0 引言

通过湍流大气传输的光波会因湍流干扰而产生光强闪烁^[1]、孔径平滑^[2]和到达角起伏^[3]等一系列传输效应, 这些效应严重影响光学系统性能和传输光束的质量. 为此人们对因大气湍流而产生的光波相位起伏效应的纠正作了大量的研究, 其中, 自适应光学技术是纠正湍流大气引起光波相位起伏的有效方法之一. 然而, 由于“光学波前位错”的存在^[4~7]使得波阵面相位无法精确确定, 从而导致自适应系统的畸变波纠正效率受到较大的限制. 所以克服自适应光学系统的“光学波前位错”效应是自适应补偿技术发展必须解决的问题.

奇异光学(singular optics)是研究光波位相奇异性效应的现代物理光学的新分支. 自从英国学者 J. F. Nye 等^[4]提出波前位错的概念以来, 已有大量研究报道^[7], 其中 Fried 等^[4,5]从理论上研究了光波在湍流大气中传播时位相间歇(波前位错)的形成问题. 然而, 由于大气湍流本身的基本机制尚不清楚, 目前对于光波在湍流大气中传播时出现的光学波前位错是源于标量波在空间不均匀介质中传播时自身产生的还是因大气湍流存在着湍流间歇现象造成的尚不清楚.

本文利用湍流大气中传播光波的位相与光强起伏的起伏频率间的差异, 采用光在近地面弱湍流大气中传播时所满足的 Rytov 近似方法, 在平均时间远小于光波位相起伏周期的短期统计平均条件下,

研究了湍流大气中传播高斯谢尔光束的波前圆位错位置与大气湍流强度、传播距离等参量间关系, 同时建立了相应的理论模型.

1 波前圆刃位错

湍流大气由大量尺度为 L_0 和折射率各不相同的湍涡所构成, 当束径小于 L_0 的光束通过湍流大气传输时, 由于大气湍流的前后界面的反射与折射等分束作用, 光束将随着传播距离 L 和湍流强度 C_n^2 的增加而演变为由沿系统光轴传播和与系统光轴 Z 字方式交叉传播的多束束径、振幅和传输方向各异(或相同)的子光束迭加而形成的空间部分相干光束. 由于各子光束在到达像面的传播过程中所经过大气湍流(胞)的折射率不同、走过的 Z 字形几何路径不同, 因此, 它们到达像面时所走过的光程各不相同, 引入的大气复位相也各不相同. 由光的干涉原理可知, 因为这些子光束来源于同一相干光束, 所以在相叠时光束间将产生干涉. 当二束交叠相干子光束的位相差为 π 时, 则产生干涉暗斑, 此时的合成光振幅为零, 也即形成了位相不确定的位相奇异点^[7]. 而对于高斯谢尔光束而言, 从光源发出的光束本身就是由多束子光束构成的空间部分相干光, 此类光束在湍流大气传播中由于子光束的随机偏折, 产生相邻子光束交叠干涉而出现波前位错现象.

考虑到多元高频振动自适应光学系统多路光束传输^[8]等特点, 本文将采用类似于 A. Consortini 等^[9]通过湍流大气中平行传输双光束的抖动研究光束内子光束间抖动相关规律的思路, 通过研究同轴平行双光束和以光束抖动角为交角的交叉传输双光束波前位错形成, 从原理上近似分析湍流大气中传输高斯谢

*教育部科学技术研究重点项目(编号 01091)

Tel: 025-84315084 Email: taock812@sohu.com

收稿日期: 2004-09-24

尔光束波前位错位置与大气湍流参数间关系.

1.1 湍流大气中传播的高斯谢尔光束模型

设一束高斯光束沿 z 轴传播, 在发射孔径平面内 ($z=0$), 场振幅用下式描述^[7,10]

$$U_0(\mathbf{r}, 0) = U_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2} - i\frac{kr^2}{2R_0} + \pi/2\right) \quad (1)$$

式中 U_0 是常数振幅, $k=2\pi/\lambda$ 是光波波数, λ 是光波波长, w_0 是光束初始束径, R_0 是波前曲率半径, r 是垂直于 z 轴平面内的位置坐标.

由 ABCD 光线矩阵理论, 式(1)描述的高斯光束经过任意复杂近轴光学系统传播通过 L 距离后, 可以用下式描述^[11]

$$U_0(\mathbf{r}, L) = \frac{w_0 U_0}{w(L)} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(L)}\right) \cdot \exp(i\Phi(\mathbf{r}, L)) \quad (2)$$

式中: $\Phi(\mathbf{r}, L) = kL - \frac{kr^2}{2R} + \arctan \frac{L}{z_R}$, $\arctan(L/z_R)$ 是 Gouy 相移^[7], $z_R = kw_0^2/2$ 是 Rayleigh 距离, $R = R_0 \left| \frac{(1-L/R_0)^2 + [\lambda L/(\pi w_0^2)]^2}{((1-L/R_0) - [\lambda L/(\pi w_0^2)])^2} \right|$, $w(L) = w_0 \left\{ (1-L/R_0)^2 + [\lambda L/(\pi w_0^2)]^2 \right\}^{1/2}$.

当光波通过湍流大气传播 L 距离后, 在 Rytov 近似下的光场可以由式(3)描述^[11,12]

$$U(\mathbf{r}, L) = U_0(\mathbf{r}, L) \exp \Psi(\mathbf{r}, L) \quad (3)$$

其中 $U_0(\mathbf{r}, L)$ 由式(2)给出, Ψ 是光波通过大气传播时由大气湍流引入的附加复位相. 在 Rytov 近似下, Ψ 可以近似为^[11]

$$\Psi(\mathbf{r}, L) = \chi(\mathbf{r}, L) + iS(\mathbf{r}, L) \quad (4)$$

其中 χ 和 S 分别代表了大气湍流导致光束振幅起伏的对数, 简称对数振幅起伏和大气湍流引入的位相.

众所周知, 高斯谢尔光源的源场分布中存在随机位相因子 $\exp(i\varphi_0)$ ^[13], 设高斯谢尔光源的随机位相因子 φ_0 是平稳随机场, 则类似于 Fante 在自由空间传播场中引入湍流导入复位相因子的方法^[11,12], 得出湍流大气中传输高斯谢尔光束

$$U_\varphi(\mathbf{r}, L) = U(\mathbf{r}, L) \exp i\varphi_0(\mathbf{r}) = \frac{w_0 U_0}{w(L)} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(L)}\right) \exp[i\Phi(\mathbf{r}, L) + i\varphi_0(\mathbf{r}) + \Psi(\mathbf{r}, L)] \quad (5)$$

1.2 束径不同的共轴光束传播

如图 1(a), 两束束径不同的共轴光束通过湍流大气传播到达某观察面 L 处的叠加场为

$$U_\varphi(\mathbf{r}, L) = U_{\varphi_1}(\mathbf{r}, L) + U_{\varphi_2}(\mathbf{r}, L) = \frac{w_{01} U_{01}}{w_1(L)} \cdot \exp\left[i\tilde{\Phi}_1(\mathbf{r}, L) - \frac{r^2}{w_1^2(L)} + \chi_1\right] + \frac{w_{02} U_{02}}{w_2(L)} \exp\left[i\tilde{\Phi}_2(\mathbf{r}, L) - \frac{r^2}{w_2^2(L)} + \chi_2\right] \quad (6)$$

$$L) - \frac{r^2}{w_2^2(L)} + \chi_2] \quad (6)$$

式中 $\tilde{\Phi}_i(\mathbf{r}, L) = -kL - \frac{kr^2}{2R_i} + \varphi_{0i}(\mathbf{r}) + S_i(\mathbf{r}, L) + \arctan \frac{L}{z_{Ri}}$, ($i=1, 2$).

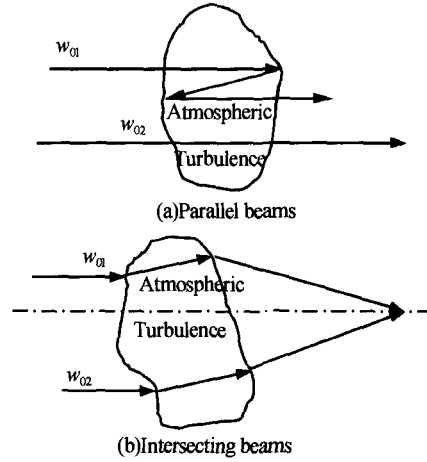


图 1 大气传输光波位错形成

Fig. 1 The generation of phase dislocation for light wave propagating in turbulent atmosphere

考虑到式(6)所表示的干涉场包含有随机因子 χ_i ($i=1, 2$), 将通过大气系统取统计平均来研究干涉所形成的波面位错位置, 由此方法得出的波前位错位置称统计平均位错位置. 考虑到文献[14]和[15]分别对位相起伏频谱和光强起伏频谱的理论, 与实验研究所得出的光强起伏频率要比位相起伏大一个量级的结论, 认为相对光强起伏而言, 位相起伏是慢变起伏, 即可以近似认为在 τ_s 内, 虽然振幅(光强)经历较大起伏, 而光波的位相近似不变. 把在位相发生明显变化时间内所得出的位错位置称为短期统计平均位错位置, 简称短期位错位置.

由波面位错理论和光波干涉理论, 式(6)形成波面位错的条件是 $\tilde{\Phi}_1 = \tilde{\Phi}_2 + \pi$ 和 $U_\varphi(\mathbf{r}, L) = 0$, 由此条件有

$$\frac{w_{01} U_{01}}{w_1(L)} \exp\left[-\frac{r^2}{w_1^2(L)} + \chi_1\right] = \frac{w_{02} U_{02}}{w_2(L)} \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{w_2^2(L)} + \chi_2\right] \quad (7)$$

利用在 Rytov 近似下, χ 与 S 是满足高斯分布的随机变量和高斯随机变量 Ψ 所满足的运算规律^[10]: $\langle \exp \Psi \rangle = \exp[\langle \Psi \rangle + \frac{1}{2} \langle (\Psi - \langle \Psi \rangle)^2 \rangle]$.

同时考虑到弱起伏区, 光束抖动较小^[1], 可以取以下近似 $\langle r \rangle \gg \Delta r = r - \langle r \rangle$, $r^2 \approx \langle r \rangle^2 = r_s^2$. 得出短期统计平均条件下波面位错距 z 轴的位置函数

$$r_s^2 = \frac{w_1^2(L)w_2^2(L)}{w_1^2(L) - w_2^2(L)} \left[\ln \frac{w_{02} U_{02} w_1(L)}{w_{01} U_{01} w_2(L)} + \frac{D_x}{2} \right] \quad (8)$$

式中 $D_x = \langle (\chi_1 - \chi_2)^2 \rangle$, 对于统计均匀各向同性湍流 $D_x \approx 0.25k^{7/6} C_n^2 L^{11/6}$, C_n^2 是折射率结构常数, 下标 s 表示短期统计平均.

式(8)表明, 波面圆形短期刃位错位置是两高斯谢尔束的束径比、振幅比、传播距离和大气湍流强度的函数. 当光束束径比和传播距离固定时, 波面短期圆刃位错位置与 z 轴的间距仅随着大气湍流的增强而增加, 因为 $D_x \approx 0.25k^{7/6} C_n^2 L^{11/6}$ 在弱湍流起伏区域十分小, 所以在弱湍流区域, 由大气湍流产生的光波波面位错现象不十分明显, 此结论与实验^[16]观察结论相一致.

1.3 束径相同交叉光束传播

如图 1(b), 设观察面处传播双光束交叉角为 $2\theta, \theta = r_c/L$ 为湍流大气传播光束的抖动角, 则观察面处的叠加场为

$$U_p(\mathbf{r}, L) = \frac{w_{01} U_{01}}{w_1(L)} \exp \left[i\tilde{\Phi}_1(\mathbf{r}, L) - \frac{(r-r_c)^2}{w_1^2(L)} + \chi_1 \right] + \frac{w_{02} U_{02}}{w_2(L)} \exp \left[i\tilde{\Phi}_2(\mathbf{r}, L) - \frac{(r+r_c)^2}{w_2^2(L)} + \chi_2 \right] \quad (9)$$

由波面位错形成条件 $\tilde{\Phi}_1 = \tilde{\Phi}_2 + \pi$ 和 $U_s(\mathbf{r}, L) = 0$, 有

$$\frac{w_{01} U_{01}}{w_1(L)} \exp \left[-\frac{(r-r_c)^2}{w_1^2(L)} + \chi_1 \right] = \frac{w_{02} U_{02}}{w_2(L)} \exp \left[-\frac{(r+r_c)^2}{w_2^2(L)} + \chi_2 \right] \quad (10)$$

利用近似 $r_c^2 \ll r^2, \langle r_c \rangle \approx 0$ 和对式(10)两边取统计平均, 有短期圆刃位错位置关系

$$r_x^2 = \frac{w_1^2(L)w_2^2(L)}{[(w_1^2(L) - w_2^2(L)) + 2\langle r_c^2 \rangle] \frac{(w_1^2(L) + w_2^2(L))^2}{w_1^2(L)w_2^2(L)}} \cdot \left[\ln \frac{w_{02} U_{02} w_1(L)}{w_{01} U_{01} w_2(L)} + D_x/2 \right] \quad (11)$$

当光束振幅与束径相同时, $w_1(L) = w_2(L), U_{01} = U_{02}$, 有

$$\langle r_c^2 \rangle r_x^2 = D_x w^4(L)/16 \quad (12)$$

当光束分解为多个子光束时, $L \gg kw_0^2, w_0/\rho_0 \gg 1, \langle r_c^2 \rangle \approx C_n^{8/5} k^{-1/15} L^{37/15}$ ^[11], 有

$$r_x^2 = \frac{D_x w^4(L)}{16 C_n^{8/5} k^{-1/15} L^{37/15}} = 0.0156 w^4(L) k^{121/90} C_n^{2/5} L^{-57/90} \quad (13)$$

式中 $\rho_0 = (0.545k^2 LC_n^2)^{-3/5}$. 当光束在弱湍流起伏区传播时, $\rho_0 \ll w_0 \ll L_0, \langle r_c^2 \rangle \approx 1.92L^3 C_n^2 w_0^{-1/3}$ ^[13]

$$r_x^2 = \frac{D_x w^4(L)}{16 \cdot 1.92 C_n^2 L^3 w_0^{-1/3}} = 0.0081 k^{7/6} L^{7/6} w^4 w_0^{1/3} \quad (14)$$

2 结论

本文运用光的干涉理论建立了弱湍流大气传播

光束波前圆刃位错理论, 从理论上解释了实验中易在强湍流起伏条件下观察到波前位错的现象. 此外, 从得出的理论关系式(8)和式(11), 及特定条件下得出的式(13)和式(14)所建立的 C_n^2 与短期位错位置间函数关系可以看出, 可选用二束发射端束径比固定的同轴传播光学传播系统, 通过测定短期位错位置或 r_x^2 测定反映大气湍流强弱的折射率结构常数 C_n^2 来研究大气湍流变化规律. 式(14)表示在弱湍流和等发射束径的情况下, 湍流强度 C_n^2 的变化并不影响因光束抖动而形成的位错. 式(13)表示在光束因湍流起伏干扰而分裂为多子光束情况时, 湍流强度以 $C_n^{2/5}$ 规律调制因光束抖动而形成的短期位错位置.

参考文献

- 张逸新. 随机介质中光的传播与成像. 北京: 国防工业出版社, 2002. 200~368
Zhang Y X. Light Propagating and Imaging in Random Medium. Beijing: National Defence Industry Press, 2002. 200~368
- Zhang Yixin, Zhu Tuo, Tao Chuncan. Aperture-averaging effects for weak to strong scintillations in turbulent atmosphere. *Chinese Opt Lett*, 2004, 2(7): 373~375
- 张逸新, 陶纯堪. 湍流大气传输高斯谢尔束的到达角起伏. *光子学报*, 2005, 34(3): 424~427
Zhang Y X, Tao C K. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(3): 424~427
- Nye J F, Berry M V. Dislocation in wave trains. *Proc R Soc Lond A*, 1974, A336(1): 165~190
- Fried D L, Vaughn J L. Branch cut in the phase function. *Appl Opt*, 1992, 31(15): 2865-2882
- Fried D L. Branch point problem in adaptive optics. *J Opt Soc Am A*, 1998, 15(10): 2759-2768
- Soskin M S, Vasnetsov M V. Singular optics. in: Wolf E, eds. *Progress in Optics*, 42. New York: Elsevier, 2001. 211~276
- 周仁忠. 自适应光学. 北京: 国防工业出版社, 1996. 283~284
Zhou R Z. *Adaptive Optics*. Beijing: National Defence Industry Press, 1996. 283~284
- Consortini A, O'Donnell K A. Beam wandering of thin parallel beams through atmospheric turbulence. *Wave in Random Media*, 1991, 3(1): 11~28
- Andrews L C, Miller W B. Single-pass and double-pass propagation through complex paraxial optical systems. *J Opt Soc Am A*, 1995, A12(1): 137~150
- Yura H T, Hanson S G. Optical beam wave propagation through complex optical systems. *J Opt Soc Am A*, 1987, A4(10): 1931~1948
- Frant R. Wave propagation in random media; a systems

- approach. in: Wolf E, eds. Progress in Optics, XXII, New York; Elsevier, 1985. 343~398
- 13 Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics. New York; Cambridge, 1995. 229~337
- 14 Lukin V P, Pokasov V V. Optical wave phase fluctuations. *Appl Opt*, 1981, **20**(1); 121~135
- 15 Gracheva M E, Gurvich A S, Kashkarov S S, *et al.* Similarity relations and their experimental verification for strong intensity fluctuations of laser radiation. in: Strohbehn J W, eds. Laser Beam Propagation in the Atmosphere. Berlin: Springer-Verlag, 1978. 107~127
- 16 Primmerman C A, Price T R, Humphreys R A. Atmospheric-compensation experiments in strong-scintillation conditions. *Appl Opt*, 1995, **34**(12); 2081~2088

Wave Front Dislocations of Gaussian-Shell Beams in a Turbulent Atmosphere

Zhang Yixin^{1,2}, Tao Chunkan²

¹ School of Science, Southern Yangtze University, Wuxi 214036

² School of Electro optics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210014

Received date: 2004-09-24

Abstract The appearance of wave-front circle edge dislocations and the relationship between the location of the wave-front dislocations of a Gaussian-Shell beam, which was propagating in a weak turbulent atmosphere and in near ground, and the parameters of the turbulent-strength and the distance of propagation had been discussed by the Rytov approximation and the short-term statistical averaging-position of dislocation that was developed in this paper. The relationship between the positions of the wave-front dislocations of the Gaussian-Shell beams propagation in turbulent atmosphere and the atmospheric turbulence strength, the beam propagation distance were analyzed based on a approximation model that the co-axial combined beams and the intersecting combined beams propagated in turbulent atmosphere. The formulas of the statistical average radius of wave-front circle edge dislocations had been developed for the coaxes beams that had different beam diamantes and crossbeams in the cases that the averaging time was shorter than the fluctuation periodic time of wave front. The results show that the dependence of the wave-front dislocations on the parameters of the atmospheric turbulence strength and the beam propagation distance was different, which were caused by the interference of the co-axial beams and the interference of the intersecting beams, respectively.

Keywords Laser propagation; Wave front Dislocations; Short-term averaging; Atmospheric turbulence; Gaussian-Shell beam



Zhang Yixin male, master degree, a professor of Southern Yangtze University. His current research interest includes light propagating and imaging in an atmospheric turbulence.