

增光子压缩真空态的反群聚效应*

杨庆怡^{1,2} 孙敬文¹ 丁良恩¹

(1 华东师范大学物理系, 光谱学与波谱学教育部重点实验室, 上海 200062)

(2 广西大学物理系, 南宁 530004)

摘 要 本文讨论了压缩真空态在玻色湮灭算符的逆算符及玻色产生算符作用下的光子反群聚性质. 结果表明, 在两种情况下所得到的增光子压缩真空态都呈现出反群聚效应, 但前者呈现的反群聚效应与所增加的光子数 k 以及压缩参数的取值区间有关, 而后者则在相同的压缩参数取值区间内呈现出反群聚效应, 与增加的光子数 k 无关.

关键词 量子光学; 反群聚效应; 压缩真空态; 玻色算符及逆算符

中图分类号 O443 **文献标识码** A

0 引言

反群聚效应是指光子在时间上趋于均匀分布的一种非经典现象, 它是量子光学领域中描述光场非经典效应的一个重要物理概念. 反群聚效应可以用二阶关联函数来描述, 当二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau) < 1$ 时, 光子呈现出反群聚效应. 在实验中 Kimble 等人^[1] 首先观察到原子共振荧光的反群聚效应, 而有关光子反群聚效应的理论分析也有不少文献涉及^[2,3]. 在量子保密通信系统中, 系统的安全依赖于通信双方所使用的密钥, 而以单光子为信息载体的量子密钥是通信系统安全的保障. 因此, 构造一个性能良好的单光子发射装置(单光子源)是实现具有绝对安全的量子保密通信的基础. 性能良好的单光子源能够在一定的时间间隔内发射一个并且只有一个光子, 所发射的光子能够与外部的时钟合成(即可触发). 单光子源发射出单光子的品质通常用光子呈现出的反群聚效应来衡量, 当二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau)$ 在 $\tau=0$ 时趋于 0, 则单光子源具有良好的单光子发射性能. 自 Kimble 等人首先从实验中观察到光子的反群聚效应以来, 人们先后分别在原子、分子、离子等的发光中观察到光子的反群聚效应并用于各种单光子源的构造方案中^[4~8]. 因此, 对光场量子态反群聚效应的研究在量子保密通信中具有重要的意义.

对各种典型量子态的反群聚效应, 人们已经进行了广泛的研究并在量子光学领域中加以应用. 然而, 还可以通过各种方法来构造出新的量子态并对它们的反群聚特征进行研究. 本文考虑用玻色逆算

符及玻色算符作用于压缩真空态上所得到的新量子态的反群聚效应.

1 压缩真空态及相关的反群聚效应

玻色产生算符 \hat{a}^+ 和湮灭算符 \hat{a} 的定义为

$$\hat{a}^+ |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (1)$$

利用玻色产生算符和湮灭算符来处理 Fock 态表象中的问题(如量子谐振子)显得尤为方便. 与玻色算符相对应的逆算符 \hat{a}^{-1} 和 \hat{a}^{+1} 的定义为^[9]

$$\hat{a}^{-1} |n\rangle = (n+1)^{-1/2} |n+1\rangle, \hat{a}^{+1} |n\rangle = \begin{cases} n^{-1/2} |n-1\rangle & (n \neq 0) \\ 0 & (n = 0) \end{cases} \quad (2)$$

由于 \hat{a}^{-1} 和 \hat{a}^{+1} 满足关系

$$\hat{a}\hat{a}^{-1} = \hat{a}^{+1}\hat{a} = I, \hat{a}^{-1}\hat{a} = \hat{a} + \hat{a}^{+1} = I - |0\rangle\langle 0| \quad (3)$$

因此, \hat{a}^{-1} 是 \hat{a} 的右逆, 而 \hat{a}^{+1} 是 \hat{a}^+ 的左逆.

利用玻色逆算符作用到典型的量子态上可以获得新的量子态. 如文献[10]用玻色逆算符作用到奇偶相干态得到了增、减光子奇偶相干态并对它们的非经典效应进行了讨论; 文献[11, 12]利用玻色逆算符 \hat{a}^{-1} 作用于相干态来获得非经典光场; 文献[13]通过奇偶相干态的参量放大过程来制备压缩奇偶相干态并对它们的非经典特性进行了研究; 而文献[14]则讨论了由玻色产生算符作用于 $SU_q(1, 1)$ 奇偶 q 相干态上获得的增加光子 $SU_q(1, 1)$ 奇偶 q 相干态的高阶压缩效应以及文献[15]对奇偶 q 相干态的高阶反群聚效应进行了讨论, 等等. 在此, 以 \hat{a}^{-k} 为例讨论压缩真空态在玻色逆算符作用下的反群聚效应, 并与压缩真空态在玻色产生算符 \hat{a}^{+k} 作用下的情形进行比较.

压缩真空态的定义为

$$|\eta\rangle = (1 - \eta^2)^{1/4} \sum_{n=0}^{\infty} \eta^n \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} |2n\rangle \quad (4)$$

*国家重点基础研究发展规划(973)项目(批准号: 001CG3090301)和上海重点学科资助课题
Tel: 021-62232453 Email: yangqingyi8@tom.com
收稿日期: 2004-09-13

其中, η 为压缩参数, 并且 $|\eta| < 1$. 利用玻色湮灭算符的逆算符 \hat{a}^{-k} 作用到压缩真空态 $|\eta\rangle$ 上可以得到

$$|\eta\rangle_{-k} = A \hat{a}^{-k} |\eta\rangle = A' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta^n \sqrt{(2n+k)!}}{2^n n! (2n+1)(2n+2)\cdots(2n+k)} |2n+k\rangle \quad (5)$$

式中, A 为量子态 $|\eta\rangle_{-k}$ 的归一化常数, 并且 $A' = A(1-\eta^2)^{-1/4}$, 以及

$$|A'|^2 = 1 / \sum_{n=0}^{\infty} \{ \eta^{2n} (2n+k)! / 2^{2n} (n!)^2 [\prod_{i=2n+1}^{2n+k} i]^2 \}$$

由于 \hat{a}^{-1} 作用到 Fock 态上产生一个光子, 因此称式(5)中所得到的量子态为增光子压缩真空态.

利用光场二阶关联函数的定义

$$g^{(2)}(0) = \langle \hat{a}^{+2} \hat{a}^2 \rangle / \langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle^2 \quad (6)$$

可以求得量子态 $|\eta\rangle_{-k}$ 的二阶关联函数为

$$g^{(2)}(0) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sum_{n=0}^{\infty} D_n / [\sum_{n=0}^{\infty} E_n]^2 \quad (7)$$

式中

$$C_n = \eta^{2n} (2n+k)! / \{ 2^{2n} (n!)^2 [\prod_{i=2n+1}^{2n+k} i]^2 \}$$

$$D_n = C_n \eta^2 (2n+1) / (n+1), E_n = (2n+k) C_n$$

由式(7)可以作出量子态 $|\eta\rangle_{-k}$ 的二阶关联函数 $g^{(2)}(0)$ 随压缩参数变化的关系曲线. 由于 $g^{(2)}(0)$ 关于 η 对称, 因此在图 1 中仅作出 $g^{(2)}(0)$ 在 $\eta \in [0, 1)$ 区间的曲线.

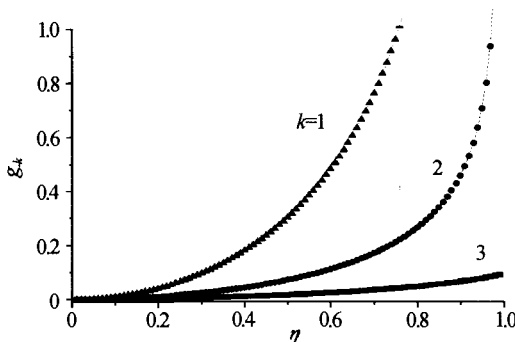


图 1 $g_k^{(2)}(0)$ 随压缩参数 η 变化的关系曲线
Fig. 1 The relation curve between the function $g_k^{(2)}(0)$ and the parameter η

从图中可以看出, 压缩真空态在算符 \hat{a}^{-k} 作用下所得到的新量子态都呈现出反群聚效应, 并且随着 k 值的增大所产生反群聚效应的压缩参数的变化区间扩宽, 当 $k \geq 3$ 时则在整个压缩参数的取值区间都出现反群聚. 在产生反群聚效应的情况下, 对同一 k 值, $g_k^{(2)}(0) \propto \eta$; 而对同一压缩参数值, 二阶关联函数 $g_k^{(2)}(0)$ 随着 k 值的增加而减小.

从玻色算符及其逆算符的定义可以知道, 玻色产生算符 \hat{a}^+ 与玻色湮灭算符的逆算符 \hat{a}^{-1} 起到相同的作用, 它们都是产生一个光子的操作. 为了与玻色湮灭算符的逆算符 \hat{a}^{-1} 作用到压缩真空态上所产生的反群聚效应进行比较, 在此进一步讨论玻色

产生算符 \hat{a}^+ 作用到压缩真空态上的反群聚效应. 类似于上面的处理过程, 可以得到 \hat{a}^{+k} 作用到压缩真空态上的二阶关联函数 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 为

$$g_{+k}^{(2)}(0) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n \sum_{n=0}^{\infty} (2n+k)(2n+k-1) \cdot L_n / [\sum_{n=0}^{\infty} (2n+k) L_n]^2 \quad (8)$$

式中, $L_n = \eta^{2n} (2n+k)! / 2^{2n} (n!)^2$. 由式(8)可以作出压缩真空态在玻色产生算符 \hat{a}^{+k} 作用下的二阶关联函数 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随压缩参数 η 变化的关系曲线如图 2.

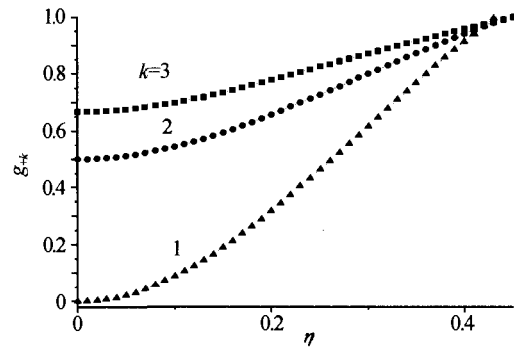


图 2 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随压缩参数 η 变化的关系曲线
Fig. 2 The relation curve between the function $g_{+k}^{(2)}(0)$ and the parameter η

从图中可以看出, 压缩真空态在算符 \hat{a}^{+k} 的作用下也都呈现出反群聚效应, 并且是在相同的压缩参数的变化区间内呈现反群聚效应. 在产生反群聚效应的情况下, 对同一 k 值, $g_{+k}^{(2)}(0) \propto \eta$; 与前面的情况不同的是, 对同一压缩参数值二阶关联函数 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随着 k 值增加而增大.

2 结论

本文讨论了压缩真空态在玻色湮灭算符的逆算符 \hat{a}^{-k} 作用下的反群聚效应, 并作出了二阶关联函数随压缩参数变化的曲线. 同时与压缩真空态在玻色产生算符 \hat{a}^{+k} 作用下的情况进行比较. 所得的结果表明, 它们之间所呈现的反群聚效应既有相同之处, 也有不同之处. 相同的是压缩真空态在 \hat{a}^{-k} 和 \hat{a}^{+k} 的作用下都呈现出反群聚效应, 并且, 对同一 k 值, $g^{(2)}(0) \propto \eta$. 不同的是所呈现反群聚的区域存在着差别, 在前一种情形中, 呈现出反群聚效应的区间与 k 值和压缩参数的取值区间有关, 随着 k 值增大, 产生反群聚效应所对应的压缩参数的取值区间扩宽; 而在后一种情况中, 则是在相同的压缩参数的取值区间内呈现出反群聚效应, 而与 k 值无关. 另一方面, 对同一压缩参数值, 前者的二阶关联函数的值随着 k 值增加而减小, 而后者则正好相反. 对于压缩真空态在玻色湮灭算符的逆算符与玻色产生算符作用下所产生的反群聚效应所产生的这些异

同,认为可归结为如下两点原因. 首先,玻色湮灭算符的逆算符 \hat{a}^{-k} 与玻色产生算符 \hat{a}^{+k} 作用于压缩真空态上都是产生光子的操作,从本质上讲它们作用到同一量子态上必然会产生类似的非经典效应;其次,从玻色湮灭算符的逆算符与玻色产生算符的定义来看,它们的系数不同,由此自然会导致它们所呈现出的非经典效应存在量的差别.

参考文献

- Kimble H J, Dagenais M, Mandel L. Photon antibunching in resonance fluorescence. *Phys Rev Lett*, 1977, **39**(11): 691~695
- 郭光灿. 量子光学. 北京: 高等教育出版社, 1990. 103~110
Guo G C. Quantum Optics. Beijing: High Educational Press, 1990. 103~110
- 王忠和, 张光寅. 光子学物理基础. 北京: 国防工业出版社, 1998. 409~414
Wang Z H, Zhang G Y. Bases of Photonica Physica. Beijing: National Defence Industry Press, 1998, 409~414
- Diedrich F, Walther H. Nonclassical radiation of a single stored ion. *Phys Rev Lett*, 1987, **58**(3): 203~206
- Lounis B, Moerner W E. Single photons on demand from a single molecule at room temperature. *Nature*, 2000, **407**(9): 491~493
- Kurtsiefer C, Mayer S, Zarda P, et al. Stable solid-state source of single photons. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(2): 290~293
- Santori C, Pelton M, Solomon G, et al. Triggered single photons from a quantum dot. *Phys Rev Lett*, 2001, **86**(8): 1502~1505
- Imamolu A, Yamamoto Y. Turnstile device for heralded single photons: Coulomb blockade of electron and hole tunneling in quantum confined p-i-n heterojunctions. *Phys Rev Lett*, 1994, **72**(2): 210~213
- Metha C L, Roy A K, Saxena G M. Eigenstates of two-photon annihilation operators. *Phys Rev*, 1992, **A46**(3): 1565~1572
- 杨庆怡, 韦联福, 丁良恩. 玻色算符的逆算符及其相关的奇偶相干态. 物理学报, 2003, **52**(6): 1390~1395
Yang Q Y, Wei L F, Ding L E. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(6): 1390~1395
- Wei L F, Wang S J, Xi D P. Inverse q-boson operators and their relation to photon-added and photon-depleted states. *J Opt B: Quantum Semiclass Opt*, 1999, **1**(6): 619~623
- Wei L F, Wang S J, Jie Q L. Excited states of coherent state and their nonclassical properties. *Chin Sci Bull*, 1997, **42**(20): 1686~1688
- 路洪, 郭光灿. 压缩奇偶相干态的量子统计性质. 光子学报, 1998, **27**(12): 1074~1077
Lu H, Guo G C. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(12): 1074~1077
- 张敏, 江俊勤. 增加光子奇偶 q 相干态的高阶压缩效应. 光子学报, 2002, **31**(12): 1436~1438
Zhang M, Jiang J Q. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1436~1438
- 陈昌远, 刘友文. 奇偶 q 相干态的高阶反群聚效应. 光子学报, 2000, **29**(1): 14~17
Chen C Y, Liu Y W. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(1): 14~17

Anti-bunching Effects of the Photon-added Squeezed Vacuum States

Yang Qingyi^{1,2}, Sun Jingwen¹, Ding Liang-en¹

¹ Key Laboratory of Optical & Magnetic Resonance Spectroscopy, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062

² Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004

Received date: 2004-09-13

Abstract The anti-bunching properties of photons in the photon-added squeezed vacuum states were discussed in this paper. The results show that both Boson inverse operators and Boson operators acting on the usual squeezed vacuum states appear the anti-bunching effects. However, the effects due to the actions of Boson inverse operators are related to the squeeze parameter of the squeezed vacuum states and the number k of the added photons. Those due to the actions of Boson operators have the same squeeze parameter range but have no relationship with the number k of the added photons.

Keywords Quantum optics; Anti-bunching effect; Squeezed vacuum state; Boson operators and Boson inverse operators



Yang Qingyi was born in 1963. He is an associate professor at Guangxi University. Now he is a candidate of Ph. D. degree at East China Normal University, majoring in quantum optics and laser spectroscopy. His supervisor is Professor Ding Liang-en, who is familiar with the fields of quantum optics and laser spectroscopy.