

失调单球面折射系统的衍射积分和分数傅里叶变换

陈建农 于永江 闫金良

(烟台师范学院物理与电子工程学院,烟台 264025)

摘 要 根据球面的几何特征,分析了单球面折射光学系统折射面倾斜和偏心时的失调特征;由失调元件矩阵和共轴元件矩阵的依次相乘,得到了完备的描述失调单球面折射光学系统的矩阵;从系统衍射积分与失调矩阵元的关系导出了该系统的失调衍射积分,并利用单球面折射光学系统的分数傅里叶变换结构参数得到了系统失调时的分数傅里叶变换结果. 这些结果可用于数值计算和模拟该系统失调时对输入复振幅的衍射和分数傅里叶变换.

关键词 信息光学;衍射积分;失调矩阵;单球面折射系统;分数傅里叶变换

中图分类号 O438.2 **文献标识码** A

0 引言

任何一个共轴光学系统都不可能严格共轴,其中的元件或多或少都有中心不在光轴上和相对于光轴的倾斜. 对于这种偏离的精确校正是光学系统理论研究和实际装调过程中的重要任务. 但即使是装调过程结束后,经过校正的系统也存在剩余的失调量. 光学系统在使用过程中,也会产生附加失调量. 失调会导致光学系统像差的进一步增加^[1]、激光谐振腔输出性能下降等^[2]. 对于失调光学系统的研究已有相关的矩阵描述^[3,4]和衍射积分公式^[5~7],文献^[8],^[9]和^[10]对失调光学系统的衍射以及与分数傅里叶变换的关系进行了研究,文献^[11]对失调的 Lohmann 单透镜和双透镜两种分数傅里叶变换系统进行了矩阵分析,证明了两种系统失调后的等效性. 单球面折射系统是光学系统中最基本的构成单元,薄透镜和厚透镜系统都可以认为是单球面折射系统的组合. 特定的单球面折射系统又具备实现光学分数傅里叶变换的功能^[12],如果能获得单球面折射系统严格的失调分数傅里叶变换积分,就可以进一步进行数值计算^[13],模拟失调后的衍射光强分布与失调量之间的关系. 因此对单球面折射系统折射面的失调和由此导致的失调衍射积分的分析是必要的. 本文将首先分析单球面折射系统折射面倾斜和偏离光轴时的系统失调特点和相应的矩阵,然后得到了失调时的衍射积分和分数傅里叶变换.

1 单球面折射系统折射面的失调

图 1 为一单球面折射系统,折射面 UQV 为球面,球心为 O 点,折射球面半径为 r,球面左侧折射率为 n_1 ,右侧折射率为 n_2 . 假定球面绕通过 A 点垂

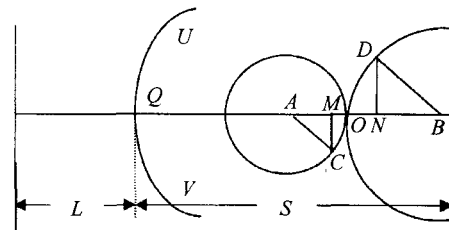


图 1 单球面折射系统的失调
Fig. 1 The misalignment of single spherical refracting system

直于纸面的轴转过一小角度 θ ,则球心 O 移至 C 点,此时折射面 UQV 发生了倾斜. 从图中可以看出,相当于球心沿光轴移动 OM,然后沿垂直于光轴方向移动 MC,设 $AO=a$,则 $MO=a(1-\cos \theta)$, $MC=asin \theta$,光学系统在装调过程中,存在元件对中心的偏离,假定折射球面球心 O 原有的离轴偏移量为 σ ,则总的偏移量 L

$$\epsilon = \sigma + asin \theta \quad (1)$$

球心 O 沿轴向的偏移可以归结为折射球面与输入和输出平面距离的变化.

$$L' = L - a(1 - \cos \theta), S' = S + a(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

L', S' 为折射球面倾斜后,折射球面与输入和输出平面的距离. 如果球面绕通过 B 点(在球心的右侧)垂直于纸面的轴转过一小角度 θ ,结果是一样的. 如果转动轴不在光轴上,显然,也等效于垂直于光轴的偏移和沿光轴的偏移,因此,对 L, S 进行修正后,球面的倾斜现象可以转化为球心的离轴现象. 单球面折射系统的失调可以只考虑球心的离轴现象,因此,角度失调参量 $\epsilon' = 0$,这是单球面折射系统的特点.

2 单球面折射系统的失调矩阵

一个光学系统的失调矩阵可以表示为共轴元件矩阵和失调元件矩阵的依次相乘^[11]. 对于图 1 的系统,失调矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B & \alpha_T \epsilon & \beta_T \epsilon' \\ C & D & \gamma_T \epsilon & \delta_T \epsilon' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{S'}{n_2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{n_2-n_1}{n_2 r} & 1 & \frac{n_2-n_1}{n_2 r} \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{L'}{n_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{(n_1-n_2)S'}{n_2^2 r} & \frac{L'}{n_1} + \frac{S'}{n_2} + \frac{(n_1-n_2)L'S'}{n_1 n_2^2 r} & \frac{(n_2-n_1)S'}{n_2^2 r} \epsilon & 0 \\ \frac{(n_1-n_2)}{n_2 r} & \frac{(n_1-n_2)L'}{n_1 n_2 r} + 1 & \frac{(n_2-n_1)\epsilon}{n_2 r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

对于一维失调光学系统的衍射积分可表述为^[11]

$$U(x_2) = \left(-\frac{i}{\lambda B}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_1) \exp \left[\frac{i}{\lambda B} (A x_1^2 - 2x_1 x_2 + D x_2^2 + E x_1 + G x_2) \right] dx_1 \quad (4)$$

式中

$$E = 2(\alpha_T \epsilon + \beta_T \epsilon')$$

$$G = 2(B \gamma_T - D \alpha_T) \epsilon + 2(B \delta_T - D \beta_T) \epsilon'$$

对于图 1 的系统, 代入式(3)的矩阵元得到

$$E = \frac{2(n_2-n_1)S'}{n_2^2 r} \epsilon \quad (5)$$

$$G = \frac{2(n_2-n_1)L'}{n_1 n_2 r} \epsilon \quad (6)$$

3 失调单球面折射系统的衍射积分和分数傅里叶变换

将式(3)的 A, B, D 和式(5), (6)的 E, G 代入式(4), 可得失调时的单球面折射系统衍射积分的一般形式

$$U(x_2) = \left[-\frac{i}{\lambda} \frac{L' n_2^2 r + (n_1-n_2)L'S' + S' n_1 n_2 r}{n_1 n_2^2 r} \right]^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_1) \exp \left\{ \frac{i}{\lambda} \frac{L' n_2^2 r + (n_1-n_2)L'S' + S' n_1 n_2 r}{n_1 n_2^2 r} \cdot \left[\left(1 + \frac{n_1-n_2}{n_2^2 r} S'\right) x_1^2 - 2x_1 x_2 + \left(1 + \frac{n_1-n_2}{n_1 n_2 r} L'\right) x_2^2 + \left(2\epsilon \frac{n_2-n_1}{n_2^2 r} S'\right) x_1 + \left(2\epsilon \frac{n_2-n_1}{n_1 n_2 r} L'\right) x_2 \right] \right\} dx_1 \quad (7)$$

根据文献[12], 单球面折射系统在未失调时, 如果 L, S, r 满足下列条件

$$r = \frac{(n_2-n_1)F_1}{\sin \varphi}$$

$$L = \frac{n_1 F_1 \sin \varphi}{1 - \cos \varphi} \quad (8)$$

$$S = \frac{n_2 F_1 \sin \varphi}{1 - \cos \varphi}$$

该系统能够实现 $p = \frac{2\varphi}{\pi}$ 级次的分数傅里叶变换

$$U(x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_1) \exp \left[i\pi \frac{(x_1^2 + x_2^2)}{\lambda F_1 \tan \varphi} \right] \exp \left(-i2\pi \frac{x_1 x_2}{\lambda F_1 \sin \varphi} \right) dx_1 \quad (9)$$

当系统出现失调时, L, S 变为

$$L' = \frac{n_1 F_1 \sin \varphi}{1 - \cos \varphi} - a(1 - \cos \theta) \quad (10)$$

$$S' = \frac{n_2 F_1 \sin \varphi}{1 - \cos \varphi} + a(1 - \cos \theta)$$

因此, 将式(10)和式(1)代入式(7)即可得到失调时的单球面折射系统的分数傅里叶变换.

4 结论

本文分析了单球面折射系统折射球面失调的特点, 指出对于这种系统, 倾斜和离轴偏移可以归结为沿轴向移动和离轴偏移. 这些特点是非球面折射面或球面透镜(包括薄透镜和厚透镜)所不具备的. 对于沿轴向移动可以通过修正轴向距离得到失调时的相应公式, 如衍射积分公式. 在此基础上, 得到了任意失调情况下单球面折射系统失调矩阵一般形式, 并得到了一维失调衍射积分公式和失调分数傅里叶变换及其结构参数. 一维的结果可以直接推广到二维情形. 由于分数傅里叶变换在光学系统设计和光学信息处理方面有重要的应用, 又由于单球面折射系统是复杂光学系统和信息处理系统的最基本组成单元, 因此失调情况下的单球面折射系统的衍射积分和分数傅里叶变换有广泛的潜在应用.

参考文献

- 1 樊学武,陈荣利,马臻,等. 偏心 and 倾斜光学系统初级像差理论的研究. 光子学报, 2004, **33**(4): 494~496
Fan X W, Chen R L, Ma Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4): 494~496
- 2 McCarthy N, Lavigne P. Optical resonators with Gaussian reflectivity mirrors; misalignment sensitivity. *Appl Opt*, 1983, **22**(17): 2704~2708
- 3 张延蓉,吕百达. 失调光学系统的矩阵分解与等效变换. 激光技术, 2002, **26**(6): 428~431
Zhang T R, Lü B D. *Laser Technology*, 2002, **26**(6): 428~431
- 4 Anthony A T, Casperson L W. Generalized beam matrices; Gaussian beam propagation in misaligned complex optical systems. *J Opt Soc Am A*, 1995, **12**(7): 1552~1553
- 5 洪熙春,黄维刚,王绍民. 失调光学系统的衍射积分公式. 物理学报, 1982, **31**(12): 1656~1663
Hong X C, Huang W G, Wang S M. *Acta Physica Sinica*, 1982, **31**(12): 1656~1663
- 6 葛凡,赵道木,王绍民. 失调光学系统的频域衍射积分公式. 光电子·激光, 2001, **12**(3): 248~250
Ge F, Zhao D M, Wang S M. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2001, **12**(3): 248~250
- 7 葛凡,赵道木. 失调光学系统衍射的分数傅里叶变换表. 光子学报, 2002, **31**(1): 83~87
Ge F, Zhao D M. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(1): 83~87
- 8 Zhao D M, Ge F, Wang S M. Generalized diffraction integral formulae for misaligned optical systems described by fractional Fourier transforms. *Optik*, 2002, **113**(2): 63~66
- 9 Zhao D M, Ge F, Wang S M. Fractional Fourier transform as a tool for analyzing the diffraction of misaligned optical systems. *J Mod Opt*, 2001, **48**(14): 2155~2160
- 10 Zhao D M, Zhang W C, Ge F, et al. Fractional Fourier transform and the diffraction of any misaligned optical system in spatial-frequency domain. *Opt & Laser Technol*, 2001, **33**(7): 443~447
- 11 赵道木,王绍民. 失调分数傅里叶变换及其光学作用. 物理学报, 2001, **50**(10): 1935~1938
Zhao D M, Wang S M. *Acta Physica Sinica*, 2001, **50**(10): 1935~1938
- 12 Chen J N. Fractional Fourier transform and spherical refracting imaging system. *Optics Communications*, 2005, **246**(4-6): 249~253
- 13 冯迪,严瑛白,金国藩,等. 求解分数傅里叶变换衍射积分的一种快速算法. 光子学报, 2003, **32**(7): 885~888
Feng D, Yan Y B, Jin G F, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(7): 885~888

The Diffraction Integral and Fractional Fourier Transform of Misaligned Single Spherical Refracting System

Chen Jiannong, Yu Yongjiang, Yan Jinliang

Department of Physics and Electronic Engineering, Yantai Normal University, Yantai 264025

Received date: 2005-03-23

Abstract According to geometric feature of spherical surface, the misalignment characteristics of single spherical refracting system when the refracting surface was tilted and decentered were analyzed. From the principle of ordered multiplication of matrix of on-axis element and matrix of decentered element, the strict matrix which described the misaligned single spherical refracting system were presented. With the relation between system diffraction integral and the misaligned matrix element, the diffraction integral of the misaligned system was derived. Based on the structure parameters of fractional Fourier transform of single spherical refracting system, the misaligned fractional Fourier transform was also obtained. The result can be used in numerical calculation and simulation of diffraction and fractional Fourier transform of input complex amplitude of misaligned single spherical refracting system.

Keywords Information optics; Diffraction integral; Misaligned matrix; Single spherical refracting system; Fractional Fourier transform

Chen Jiannong was born in July, 1963. He graduated from Zhejiang University with Master's Degree in 1988. His research areas include optical information processing, optical imaging system and fractional Fourier transform.

