

偏心和倾斜光学系统的像差特性*

杨新军 王肇圻 母国光 傅汝廉

(南开大学现代光学研究所, 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300071)

摘 要 运用一种新的分析偏心 and 倾斜光学系统初级像差特性的方法—矢量像差理论, 分析了具有较大交叉倾斜角的平行平板光学系统和具有较大倾斜角的光楔光学系统的像差特性. 通过 ZEMAX 光学设计软件像差分析功能中的垂轴像差曲线、场曲曲线和点列图加以比较, 两者非常吻合, 证明该理论可以对具有较大倾斜元件的非共轴光学系统设计起指导作用.

关键词 偏心和倾斜光学系统; 像差分析; 矢量像差理论

中图分类号 O435 **文献标识码** A

0 引言

偏心和倾斜光学系统广泛地应用于军用和民用光学设备中, 如空间遥感领域正致力于发展的大视场、大孔径和无阻挡光学系统, 用于增强现实的透视型头盔显示器护目镜投射显示光学系统等. 目前偏心 and 倾斜光学系统设计比较困难, 这是因为现有的针对共轴光学系统设计的像差理论无法直接应用于偏心 and 倾斜光学系统中. 设计者不能再期望利用像面上径向分布的几个取样场点来精确描述整个像面的成像质量, 而必须对大量场点进行实际光线追迹. 另外, 像质评价函数也不得不采用只有笼统评价效果的均方根波前差或点列尺寸等. 这使得设计者在光学系统设计过程中, 对设计结果的洞察能力和控制能力减弱, 反而对计算机的计算速度和优化技术依赖性提高, 逐渐偏离了光学设计的本质. 发展偏心 and 倾斜光学系统设计的像差理论已经势在必行.

在这一领域, 长春光机所翁志成^[1]和南京天文仪器研制中心潘君骅^[2]用解析法分析了两反和三反偏心 and 倾斜光学系统设计; 西安光机所樊学武^[3~5]等用几何光学像差理论分析了偏心 and 倾斜元件对光学系统像差影响. 美国亚利桑那州大学 Thompson^[6~8]为使系统公差分析有章可循, 将传统的波前像差展开成矢量形式, 形成矢量像差理论, 并分析了光学系统中光学元件小的倾斜或偏心后像差特点; 美国罗彻斯特大学 Rogers^[9~11]进一步研究这一理论, 提出该理论的基本概念和推导可应用于两反和三反光学系统设计; 美国 Perkin-Elmer 公司光学设计部 Figoski^[12]提出偏心 or 倾斜光学系统像差分析应采用全视场像差显示形式.

为进一步分析矢量像差理论对具有较大偏心 or

倾斜光学元件的光学系统设计的指导作用, 本文首先回顾了描述偏心 and 倾斜光学系统初级像差特点的矢量像差理论, 然后利用该理论分析了具有较大交叉倾斜角平行平板的光学系统和具有较大倾斜角光楔的光学系统的像差特性. 通过 ZEMAX 光学设计软件像差分析功能中的垂轴像差曲线、场曲曲线和点列图加以比较, 两者非常吻合, 证明该理论可以对具有较大光学元件倾角的非共轴光学系统设计起指导作用.

1 矢量像差理论

对于共轴旋转对称光学系统, 其三阶波前像差可采用下面的极坐标塞德尔多项式来描述^[13]

$$W_i(H, r, r \cos \varphi) = W_{0,40i} r^4 + W_{131i} H r^3 \cos \varphi + W_{222i} H^2 r^2 (\cos \varphi)^2 + W_{220i} H^2 r^2 + W_{311i} H^3 r \cos \varphi \quad (1)$$

式中: H 是归一化的场点高度 (实际场点高度除以像高), r 表示出瞳处归一化的孔径高度 (实际孔径高度除以出瞳半径), φ 表示出瞳处的孔径角; W_i 表示第 i 面实际波前与球面参考波前 (球心为近轴像面上理想像点) 在出瞳位置的光程差, 其下标分别为 H, r 和 $\cos \varphi$ 的幂指数. 整个系统的波前像差为

$$W = \sum W_i \quad (2)$$

选择如图 1 坐标系, 则像面中任意场点和出瞳处任意孔径点可以表示为矢量形式, 于是可得到共轴旋转对称光学系统三阶波前像差塞德尔多项式的矢量表示形式

$$W_i(\mathbf{H}, \mathbf{r}) = W_{040i} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})^2 + W_{131i} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) + W_{222i} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{r})^2 + W_{220i} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) + W_{311i} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})(\mathbf{H} \cdot \mathbf{r}) \quad (3)$$

对倾斜 and 偏心光学系统, 像差场 W_i 的中心偏离共轴旋转对称光学系统的像差场中心 ($\mathbf{H} = 0$), 偏离量由矢量 $\boldsymbol{\sigma}$ 决定, 因此倾斜 and 偏心光学系统三阶波前像差塞德尔多项式的矢量表达形式

$$W = \sum W_i = \sum W_{040i} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})^2 + \sum W_{131i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot$$

*国家自然科学基金资助(60277021)

Tel: 022-23508332 Email: yangxinjun@eyou.com

收稿日期: 2004-09-16

$$\begin{aligned} & \mathbf{r}] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) + \sum_i W_{222i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot \mathbf{r}]^2 + \\ & \sum_i W_{220i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot (\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i)] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) + \\ & \sum_i W_{311i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot (\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i)] [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot \mathbf{r}] \end{aligned} \quad (4)$$

在倾斜和偏心光学系统中, 由于倾斜和偏心方向的任意性, 使得该系统不再具有对称轴或对称面. 因此在出瞳处, 孔径角坐标以像差场矢量 \mathbf{H} 为起始坐标, 如图 1. 从式(4)中可看出, 球差与像场无关, 也就是说系统中光学元件的倾斜和偏心对球差没有影响; 虽然畸变与像场有关, 但畸变并不影响成像清晰度. 下面重点分析偏心和倾斜光学系统中彗差、像散和场曲的特点.

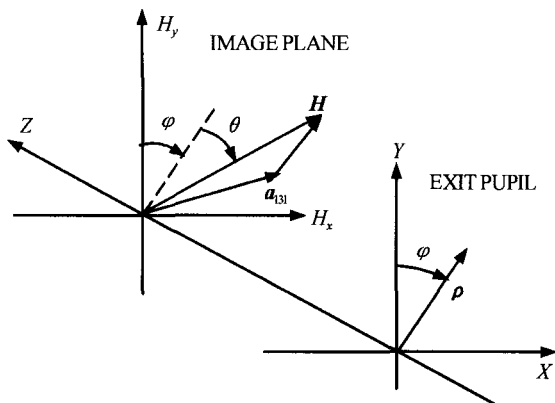


图 1 场点矢量与孔径半径矢量
Fig. 1 Illustrating the field vector (\mathbf{H}) and the aperture vector ($\boldsymbol{\rho}$)

1.1 彗差

系统的彗差为

$$W = \sum_i W_{131i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot \mathbf{r}] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) \quad (5)$$

经整理可表示为

$$W = W_{131} [(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{131}) \cdot \mathbf{r}] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{a}_{131} = \mathbf{A}_{131} / W_{131}$, 其中 $\mathbf{A}_{131} = \sum_i W_{131i} \boldsymbol{\sigma}_i$. 由式(6)可以看出, 彗差为零值的点在像面上的位置由矢量 \mathbf{a}_{131} 确定, 彗差的大小为 $W_{131} |\mathbf{H} - \mathbf{a}_{131}|$, 彗差的方向由矢量 $\mathbf{H}_{131} = (\mathbf{H} - \mathbf{a}_{131})$ 决定. 需要注意的是, 当 $W_{131} = 0$ 时, 式(6)可表示为

$$W = -(\mathbf{A}_{131} \cdot \mathbf{r}) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) \quad (7)$$

即当共轴光学系统初级彗差被校正时, 由光学元件倾斜或偏心形成的光学系统的彗差在整个像面上大小和方向恒定不变, 大小为 $-|\mathbf{A}_{131}|$, 方向由矢量 \mathbf{A}_{131} 决定.

1.2 场曲和像散

下面分析场曲和像散.

$$W = \sum_i W_{222i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot \mathbf{r}]^2 + \sum_i W_{220i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot (\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i)] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) \quad (8)$$

设平均场曲系数为: $W_{220M} = W_{220} + 1/2W_{222}$, 并考虑 $\cos^2 \varphi$ 与 $\cos 2\varphi$ 的关系, 上式整理为

$$W = \sum_i W_{220Mi} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i) \cdot (\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i)] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}) + 1/2 \sum_i W_{222i} [(\mathbf{H} - \boldsymbol{\sigma}_i)^2 \cdot \mathbf{r}^2] \quad (9)$$

上式第一项为平均场曲, 第二项为像散. 对平均场曲表达式经整理得

$$\begin{aligned} W &= W_{220M} [(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{220M}) \cdot (\mathbf{H} - \mathbf{a}_{220M}) + b_{220M}] \\ \mathbf{a}_{220M} &= \mathbf{A}_{220M} / W_{220M}, b_{220M} = \\ & B_{220M} / W_{220M} - \mathbf{a}_{220M} \cdot \mathbf{a}_{220M} \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{A}_{220M} = \sum_i W_{220Mi} \boldsymbol{\sigma}_i, B_{220M} = \sum_i W_{220Mi} (\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_i)$

从式(10)中可以看出, 平均场曲与场点高度之间为二次关系. 偏心或倾斜使平均场曲焦面顶点被横向移动到由矢量 \mathbf{a}_{220M} 决定的场点上, 径向从高斯像面沿光轴方向漂移 $W_{220M} \cdot b_{220M}$ 距离. 需要注意的是, 当 $W_{220M} = 0$ 时, 式(10)表示为

$$W = -2\mathbf{H} \cdot \mathbf{A}_{220M} + B_{220M} \quad (11)$$

即当共轴系统平均场曲被校正时, 由光学元件倾斜或偏心形成的非共轴系统的平均场曲焦面为平面, 当 $\mathbf{A}_{220M} = 0$ 时, 平面只偏离高斯像面, 不倾斜; 当 $B_{220M} = 0$ 时, 平面只关于高斯像面倾斜, 不偏离. 对像散进行整理得

$$W = 1/2 W_{222} [(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{222})^2 + b_{222}^2] \cdot \mathbf{r}^2 \quad (12)$$

式中: $\mathbf{a}_{222} = \mathbf{A}_{222} / W_{222}, b_{222}^2 = \mathbf{B}_{222}^2 / W_{222} - \mathbf{a}_{222}^2$. 其中: $\mathbf{A}_{222} = \sum_i W_{222i} \boldsymbol{\sigma}_i, \mathbf{B}_{222}^2 = \sum_i W_{222i} \boldsymbol{\sigma}_i^2$. 由式(12)可以看出, 对于偏心或倾斜光学系统, 像散为零时, 场点高度 H 为

$$\mathbf{H} = \mathbf{a}_{222} \pm i b_{222} \quad (13)$$

上式指出对偏心或倾斜光学系统, 像散在像面上有两个为零的场点. 对于共轴光学系统, 像散为零的场点在像面中心, 只是双零值点像散的一个特例, 此时两个零值点重合于像面中心. 需要注意的是, 当 $W_{222} = 0$ 时, 式(12)可整理为

$$W = 1/2 [-2\mathbf{H} \mathbf{A}_{222} + \mathbf{B}_{222}^2] \cdot \mathbf{r}^2 \quad (15)$$

令: $\mathbf{a}_{222L} = \mathbf{B}_{222}^2 / 2\mathbf{A}_{222}$, 则上式可改写为

$$W = -[(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{222L}) \cdot \mathbf{A}_{222}] \cdot \mathbf{r}^2 \quad (16)$$

此时, 像散与场点高度成线性关系, 零点位置由矢量 \mathbf{a}_{222L} 决定, 大小为 $-|(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{222L}) \cdot \mathbf{A}_{222}|$, 方向与矢量 $-(\mathbf{H} - \mathbf{a}_{222L}) \cdot \mathbf{A}_{222}$ 一致.

需要强调一点, 提出矢量像差理论的目的并不是为了计算偏心和倾斜系统中某个像差的数值大小, 而是为了给出每种像差的特点和变化规律, 使设计结果有洞察能力, 从而指导设计过程. 因此, 掌握光学系统中一些简单光学元件倾斜、偏心后的像差特点是非常有用的.

2 偏心和倾斜光学系统像差分析

1) 两个平行平板被置于具有 $u = -0.125, u = 0.1, f\text{-number} = 4$ 的系统中, 平板厚度为 20 mm,

材料为 BK7, 平板被交叉地关于光轴旋转 10° , 旋转前整个系统像差已校正.

图 2 为系统光路图, 系统有效焦距 40 mm, 入瞳直径 10 mm. 光学元件 1、2、3 和 4 提供光焦度, 元件 5 和 6 为相对光轴交叉倾斜的平板. 图 3 (a)、(b) 和 (c) 分别为系统的垂轴像差曲线、点列图和场曲曲线. 从垂轴像差曲线和点列图可以看出, 在轴上系统只有彗差, 且相对于 x 轴彗差的方向大约为 -45° , 大小约为 $34 \mu\text{m}$; 对于轴外点, 彗差大小和

方向基本不变. 从场曲曲线可以看出, 系统的场曲和像散零值点位于像场中心, 且随着视场增加与场曲和像散线性增加, 对于全孔径和全视场的像散值为 $43.5 \mu\text{m}$.

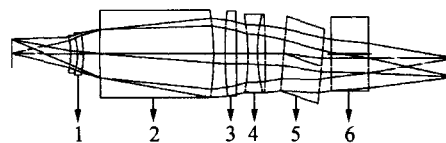


图 2 具有交叉倾斜平板的系统光路图
Fig. 2 The layout of system with cross-tilted plates

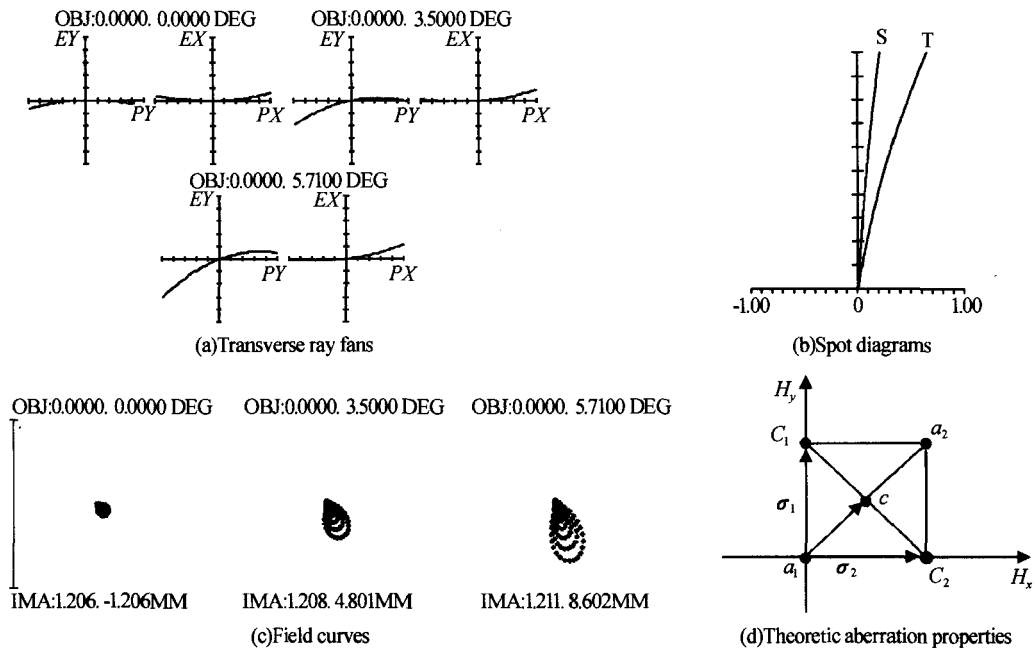


图 3 具有交叉倾斜平行平板的光学系统
Fig. 3 The optical system with two cross-tilted plane-parallel plates

通过矢量像差理论分析该系统, 当两个平行平板被交叉地关于光轴倾斜时, 像差场和像场中心与光轴垂直地位移, 两个平行平板的彗差矢量合成后产生一个彗差零值点, 该点在两个平行平板各自彗差场中心连线的中点, 而在像场中心两个平行平板的彗差不再相互抵消. 两个平行平板的像散场矢量合成后形成两个零值点, 其中一个在像场中心. 交叉倾斜的两个平行平板的理论像差特点如图 3 (d) (C_1 和 C_2 为两个平行平板像差场中心, c 为慧差零值点, a_1 和 a_2 为两个像散零值点, 矢量 σ_1 和 σ_2 是两个平行平板像差场中心的相对位移矢量). 由于平行平板倾斜前系统像差平衡, 故彗差系数 $W_{131} = 0$, 像散系统 $W_{222} = 0$, 平均场曲系数 $W_{220M} = 0$. 当交叉倾斜平行平板后, 由矢量像差理论知, 系统总的合成彗差在整个像场中幅值和方向恒定不变. 另外, 两个平行平板倾斜后各自的像差场中心的相对位移矢量通过计算可得: $\sigma_1 = 1.763e^{i90^\circ}$, $\sigma_2 = 1.763$. 这样由矢量像差理论彗差公式可计算出其幅值为 $33.7 \mu\text{m}$, 方向相对于 x 轴为 -45° . 又知像散系数

W_{222} 为零, 由矢量像差理论知, 总的系统合成像散在整个像场中应为恒定不变的或线性变化的. 因为在两平行平板倾斜前系统像差是校正的, 而两个平行平板的倾斜并没有改变像场中心像散为零的特点. 因此, 在像场中心总的合成像散为零. 在两个平行平板倾斜形成的另一个零值点处, 由于平行平板倾斜前系统像散不为零, 使总的合成像散不为零. 因此, 总的系统合成像散在整个像场中应为线性变化的, 对于全孔径和全视场的像散值通过公式计算得 $46.5 \mu\text{m}$. 另外, 由于平均场曲系数 $W_{220M} = 0$, 所以总的系统合成场曲与场点高度也是一种线性关系. 又因为两个相对位移矢量 σ_1 与 σ_2 相互垂直, 点积应等于零即 $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = 0$, 故 $B_{220M} = 0$. 所以合成系统场曲在像场中心应为零值.

2) 两个光楔被置于具有 $u = -0.125$, $u = 0.1$, f -number = 4 的系统中, 第一个光楔到物面距离为 75 mm, 沿光轴光楔的厚度为 12.5 mm, 第二个光楔到物面的距离为 120 mm, 沿光轴厚度为 20 mm, 两个光楔的顶角为 2° , 材料为 BK7, 光楔在系统同

一面内关于光轴分别旋转 25.9°和 -26.8°. 旋转前整个系统像差已校正.

图 4 为系统光路图,系统有效焦距 40 mm,入瞳直径 10 mm. 光学元件 1、2、3 和 4 提供光焦度,元件 5 和 6 为针对光轴相向倾斜的光楔. 图 5(a)和 (b)分别为该光学系统的垂轴像差曲线和点列图,从垂轴像差曲线和点列图可以看出,整个系统彗差为零,像散和场曲大小和方向基本恒定,从点列图还可以看出,像散方向与 y 轴一致.

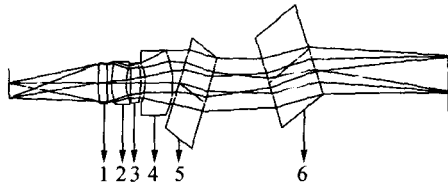


图 4 具有相同倾斜光楔的系统光路图
Fig. 4 The layout of system with opposite-tilted wedges

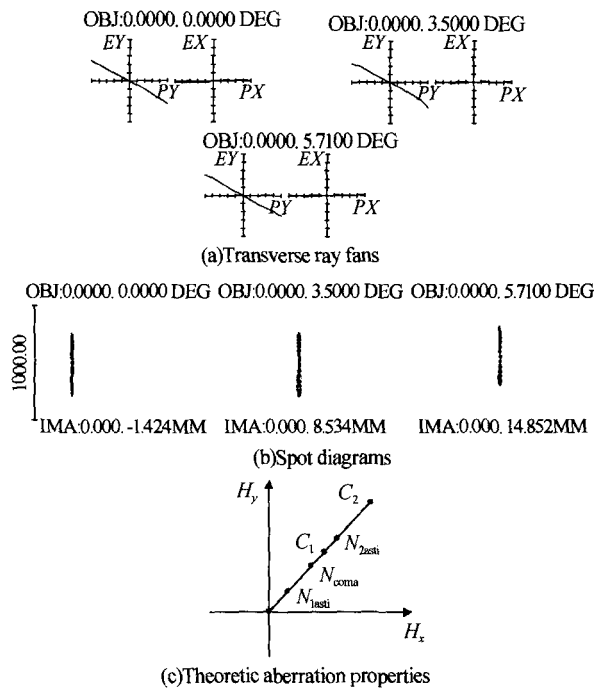


图 5 具有倾斜光楔的光学系统
Fig. 5 The optical system with the tilted wedge

通过矢量像差理论分析该系统,光楔的像差特性与平行平板不同,这是因为光楔的两个面产生的像差场中心不一致,其像差场中心间距可表示为

$$\sigma_2 - \sigma_1 = na/i \quad (17)$$

式中: α 表示光楔顶角, n 表示折射率. 当光楔被倾斜时,像差场中心同时被倾斜但间距不变. 由矢量像差理论知,三阶像差的零值点均位于连接两个像差场中心,并通过像场中心的连线上,如图 5(c) (C_1 和 C_2 为光楔的两个像差中心, N_{coma} 为慧差零值点, N_{1ast} 和 N_{2ast} 是像散的两个零值点). 倾斜光楔可改变零值点在像场中的位置. 如为使光楔的彗差零值点及像散两个零值点的对称中心位于像场中心,只

需使光楔的倾斜角满足为^[14]

$$\beta = -n\alpha[1 + n(l/t + 1/2)] + \alpha/2 \quad (18)$$

式中: β 指光楔平分面相对于光轴的倾斜角, l 指光楔平分面到物面的距离, t 指光楔沿光轴的厚度. 另外,从上式看出,当保持光楔的 l/t 不变,而改变光楔的位置时,其像差场零值点的位置并不改变.

对于所给光学系统,当两个光楔在系统子午面内关于光轴分别倾斜为 25.9°和 -26.8°时,由式 (18) 知,系统的彗差零值点及像散两个零值点的对称中心位于像场中心. 由矢量像差理论知, $A_{131} = 0, A_{222} = 0$, 又知该系统在两个光楔倾斜前三阶像差已校正,也就是 $W_{131} = 0$ 和 $W_{222} = 0$. 于是彗差在整个视场内应等于零,像散在整个视场内大小和方向恒定不变.

3 结论

本文基于矢量像差理论,分析了具有较大交叉倾斜角的平行平板光学系统与具有较大倾斜角的光楔光学系统的像差特性,通过 ZEMAX 光学设计软件像差分析功能中的垂轴像差曲线、场曲曲线和点列图加以比较,两者非常吻合,证明矢量像差理论对具有较大倾斜、偏轴光学件的光学系统设计的指导作用.

参考文献

- 常军,翁志成,姜会林,等. 用于空间的三反射镜光学系统设计. 光学学报, 2003, **23**(2): 216~219
Chang J, Wang Z C, Jiang H L, et al. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(2): 216~219
- 潘君骅,李新南. 偏轴两镜系统的设计. 光学系统, 1994, **14**(8): 867~871
Pan J H, Li X N. *Optical System*, 1994, **14**(8): 867~871
- 樊学武,陈荣利,马臻,等. 偏心和倾斜光学系统初级像差理论的研究. 光子学报, 2004, **33**(4): 494~496
Fan X W, Chen R L, Ma Z, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4): 494~496
- 樊学武,马臻,陈荣利,等. 偏视场用三反射系统一次杂光问题研究. 光子学报, 2004, **33**(4): 960~963
Fan X W, Ma Z, Chen R L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(4): 960~963
- 樊学武,马卫红,陈荣利,等. 具有二次像面的三反射光学系统的研究. 光子学报, 2003, **32**(8): 1001~1003
Fan X W, Ma W H, Chen R L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(8): 1001~1003
- Kevin Thompson. A graphic approach to the analysis of perturbed optical systems. *SPIE*, 1980, **237**: 127~134
- Kevin Thompson. Aberration fields in tilted and decentered optical systems. Ph. D. Dissertation, Optical Sciences Center, University of Arizona, 1980

- 8 Kevin Thompson. Practical methods for the optical design of systems without symmetry. *SPIE*, 1996, **2774**: 2~7
- 9 Rogers J R. Vector aberration theory and the design of off-axis systems. *SPIE*, 1985, **554**: 76~81
- 10 Rogers J R. Techniques and tools for obtaining symmetrical performance from tilted-component systems. *Opt Eng*, 2000, **39**(7): 1776~1787
- 11 Rogers J R. Design techniques for systems containing tilted components. *SPIE*, 1999, **3737**: 286~300
- 12 Figoski J W. Aberration characteristics of nonsymmetric systems. *SPIE*, 1985, **554**: 104~111
- 13 Geary J M. *Introduction to lens design: with practical zemax examples*. California: Willmann-Bell Publishing Company, Inc. 2002
- 14 Howard J W. *Formulas for the coma and astigmatism of wedge prisms used in converging light*. *Applied Optics*, 1985, **24**(23): 4265~4268

Aberration Properties of the Decentered and Tilted Optical Systems

Yang Xinjun, Wang Zhaoqi, Mu Guoguang, Fu Rulian

Key Laboratory of Opto-electronic Information Science and Technology, Institute of Modern Optics,
Nankai University, Tianjin 300071

Received date: 2004-09-16

Abstract The aberration properties of optical systems with large tilted and decentered plane-parallel refractive plate system and wedge system were analyzed with a new primary aberration analysis method for non-coaxial optical systems, i. e. vector aberration theory. Comparing with an exact ray trace using a computer design program for non-coaxial optical system with the theoretical third-order predictions, it is shown that the results are in good agreement. So it proves that the vector aberration theory is good for analyzing and designing optical systems with large tilted and decentered components.

Keywords Decentered and tilted optical systems; Aberration analysis; Vector aberration theory



Yang Xinjun was born in 1969, received his B. S. degree from Hebei University in 1993 and his M. S. degree from Nankai University in 2002. At present, he is a Ph. D. candidate in the Institute of Modern Optics, Nankai University. His research interests include optical design and binary optics.