

含负折射率材料的 Thue-Morse 序列结构的 光学透射谱*

罗黎平 刘念华

(南昌大学物理系, 南昌 330047)

摘 要 讨论了由正折射率材料和具有色散的负折射率材料构成的 Thue-Morse 序列结构的透射谱, 用传输矩阵元的递推关系式计算透射率. 数值计算结果表明, 这种系统存在一个 $\bar{n}=0$ 带隙, 它与 Bragg 带隙相比, 对入射角变化和电场偏振方向的变化更不敏感. 此外, 带隙的位置不随序列阶数的不同而变化. 同时, 对 TM 序列结构完全透射态的场分布进行了研究, 发现光强的分布具有与晶格结构相似分布.

关键词 光子晶体; 负折射率; 非周期结构

中图分类号 O431 **文献标识码** A

0 引言

准周期晶格是按一定迭代规律生成的结构, 其位形空间结构的自相似性将导致其 Fourier 空间谱的自相似性, 从而吸引了许多研究者的关注^[1~4]. Fibonacci 序列结构光子晶体就是一种典型的准周期性光子晶体, 其能谱具有自相似结构, 本征态处于扩展态和局域态之间^[5]. 周期性势场会导致扩展的 Bloch 本征态, 而无序势场会导致 Anderson 局域化. 准周期光子晶体介于周期性光子晶体和无序晶体之间.

Thue-Morse(TM)序列晶格是一种有确定性排列的非周期性系统, 其谱的性质可用迹映射(trace map)方法来进行研究^[6,7]. 用迹映射方法对 TM 序列晶格的能谱进行分析, 发现其能谱也具有自相似结构, 并且电场分布与 TM 序列结构相似^[7]. 设 A, B 代表两种不同性质的基元, TM 序列晶格按以下的规律生成, 当 $n=1$ 时, $S_1=AB$, 第 n 阶序列由第 $n-1$ 阶序列的 $A \rightarrow AB, B \rightarrow BA$ 构成, 前几阶序列的结构为 $S = \{AB, ABBA, ABBABAAB, ABBABAABBAABABBA \dots\}$. 研究表明, 对含普通介质的 TM 序列结构的透射谱具有缩放的性质, 并且完全透射峰对应的频率形成自相似结构, 这些都是由其本身晶格排列所决定的.

负折射率材料在 1967 年由 Veselago 首先提出^[8]. 负折射率材料含有负的介电函数 ϵ , 负的磁导率 μ 及负折射率 n . 因此, 光波在负折射率材料中传

播会引起负的相位. 将正折射率材料和负折射率材料交替周期性排列构成光子晶体, 当光波通过这种晶体时, 负材料中的负相位对正材料中的相位有补偿作用, 就有可能出现 $\bar{n}=0$ 带隙^[9]. 与 Bragg 带隙相比, 这种带隙受光波的入射角和电场的极化方向影响相对更不敏感^[10,11]. 将一种正材料和一种含色散的负材料构成 TM 序列结构, 发现在这种 TM 序列结构中也存在 $\bar{n}=0$ 带隙. 并且在完全透射态的电场分布情况具有与晶格结构相似分布.

1 模型计算及推导

考虑由正折射率材料 A 和含色散材料 B 按 TM 序列结构生成的光子晶体系统. 这里主要讨论介质 B 为负材料. 对负折射率介质 B 要求 $\epsilon(f) < 0, \mu(f) < 0$, 则 $n_B = \sqrt{\epsilon\mu} = -\sqrt{\epsilon\mu}$. 让光波由真空中以 θ 角入射到该多层系统, 为了描述光波的电磁场行为, 引入一个二分量矩阵^[12~15]

$$\chi = \begin{pmatrix} E \\ icB \end{pmatrix} \quad (1)$$

在位置 $z+\Delta z$ 和位置 z 处的矩阵的关系为

$$\chi(z+\Delta z) = M_\mu(\Delta z)\chi(z) \quad (2)$$

对 TE 波

$$M_\mu(\Delta z) =$$

$$\left\{ \begin{array}{cc} \cos k_z \Delta z & -\frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon - \sin^2 \theta}{\mu} \frac{\mu^2}{\epsilon}}} \sin k_z \Delta z \\ \sqrt{\frac{\epsilon - \sin^2 \theta}{\mu} \frac{\mu^2}{\epsilon}} \sin k_z \Delta z & \cos k_z \Delta z \end{array} \right\} \quad (3)$$

$\mu = A, B$

对正折射率材料 $k_z = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\epsilon\mu - \sin^2 \theta}$, 而对负折射

*国家自然科学基金(60268001)、江西省自然科学基金(0312004)、江西省主要学科学术与技术带头人项目和江西省科技攻关计划项目(20041G0003300)资助
Tel: 0791-8304587 Email: lilithjx@163.com
收稿日期: 2005-05-17

率材料 $k_z = -\frac{2\pi f}{c} \sqrt{\epsilon\mu - \sin^2 \theta}$. 用 z_0 和 z_N 分别标
记第 n 阶 TM 序列的多层系统的起始位置和终点
位置, Γ_n 为连接 $\chi(z_N)$ 和 $\chi(z_0)$ 的矩阵. 设 $x_n =$
 $\Gamma_{n,11} + \Gamma_{n,22}, y_n = \Gamma_{n,21} / \cos \theta - \Gamma_{n,12} \cos \theta$, 则系统的透
射率可表示为

$$T = \frac{4}{x_n^2 + y_n^2} \quad (4)$$

反射率为

$$R = 1 - T \quad (5)$$

用类似由双正材料组成的 TM 序列结构的推导方
法^[7], 得到

$$x_n = x_{n-2}^2 (x_{n-1} - 2) + 2 \quad (6)$$

$$y_n = y_{n-2} x_{n-2} x_{n-1} + [1 + (-1)^n] \cdot (y_{n-1} - y_{n-2} x_{n-2}) \quad (7)$$

因此, 只要根据初始条件 x_1, x_2, y_1, y_2 就可由式(6)
和式(7)的递推关系计算出各序列的 x_n, y_n , 从而得
到透射率及传输特性. 对 TM 波也可用类似的方

法计算.

3 计算结果及讨论

考虑第四阶 TM 序列 ABBABAABBAABABBA
结构的系统. 色散材料 B 的有效介电函数 $\epsilon(f)$ 和
磁导率 $\mu(f)$ 按以下关系给出^[9]

$$\epsilon(f) = 1.21 - \frac{10^2}{(2\pi f)^2}, \mu(f) = 1 - \frac{10^2}{(2\pi f)^2} \quad (8)$$

式中, f 的单位为 GHz. 其它参数为: $\epsilon_A = 4, \mu_A = 1,$
 $d_A = 12 \text{ mm}, d_B = 6 \text{ mm}$. 容易得到介质 B 随着 f 值的
变化表现出材料的不同性质: 1) 当 $f < 1.4469 \text{ GHz}$ 时,
 $\epsilon < 0, \mu < 0$, 介质 B 表现为负材料; 2) 当 $1.4469 \text{ GHz} <$
 $f < 1.5915 \text{ GHz}$ 时, $\epsilon > 0, \mu < 0$, 介质 B 表现为单负
材料. 由于 $\epsilon\mu < 0$, 此时的 Bloch 波矢为虚数, 波函
数将按指数衰减. 由于此区域的频率范围较小, 本
文不予讨论; 3) 当 $f > 1.5915 \text{ GHz}$ 时, $\epsilon > 0, \mu > 0$,
介质 B 表现为正材料. 图 1 为 TM 波和 TE 波入射

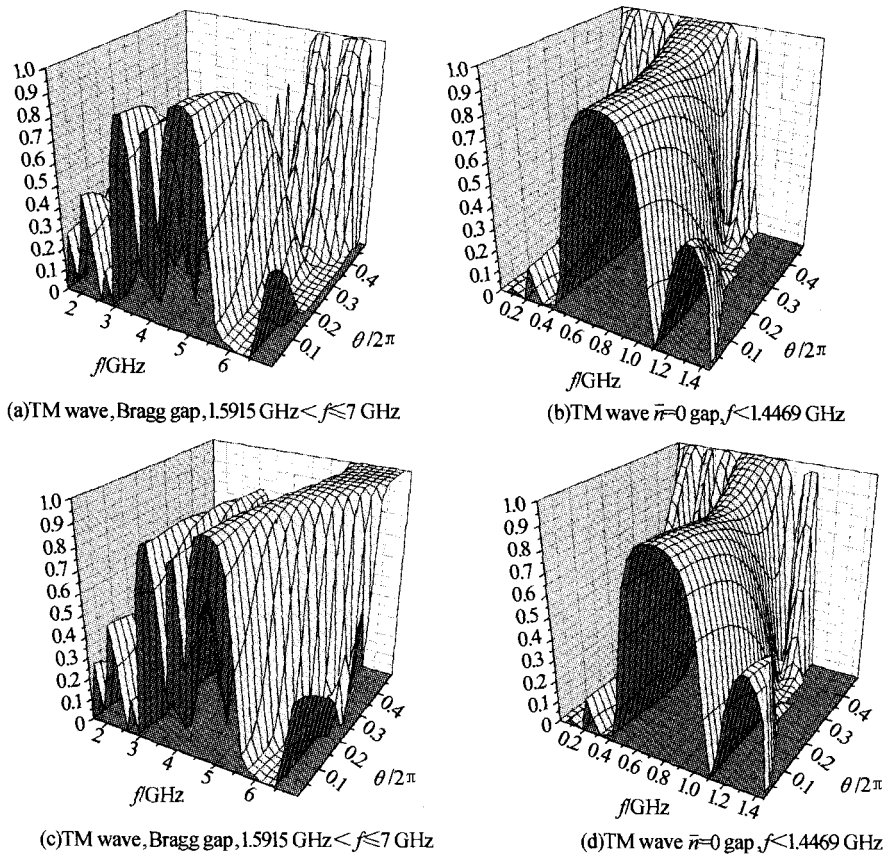


图 1 TM 波和 TE 波通过第 4 阶 TM 序列结构(16 层)的反射谱

Fig. 1 The transmittance through the fourth-order (16 layers) TM photonic crystal for TM wave and TE wave

到第四阶 TM 序列 ABBABAABBAABABBA 结
构的反射谱. 图 1(a)和图 1(c)对应的频率区域为
 $f > 1.5915 \text{ GHz}$, 它们分别给出 B 为正折射率材料
的 TM 波和 TE 波的反射情况, 出现的带隙(反射率
较高的带)为普通的 Bragg 带隙. 图 1(b)和图 1(d)

中, 对应的是 $f < 1.4469 \text{ GHz}$ 的频率区域, 这时介
质 B 为负折射率材料, 出现了一个奇异带隙. 从图
中可以看出, Bragg 带隙随着角度的增加向更高的
频率移动, 而且带隙与电场的极化方向有关. 而负
折射率对应的奇异带隙的位置基本上不随角度和电

场的极化方向变化,因此该带隙是一种新型带隙. 因为 $\bar{n}_i=0$ 带隙与 Bragg 带隙相比,受光波的入射角和电场的极化方向影响相对更不敏感,所以这种新型带隙就是 $\bar{n}_i=0$ 带隙.

下面计算第 i 阶 TM 序列结构的光子晶体等价的 \bar{n}_i ,用 N_{iA}, N_{iB} 分别表示该系统所含的正材料 A, 负材料 B 的个数,则

$$N_{iA}n_A d_A + N_{iB}n_B d_B = \bar{n}_i(N_{iA}d_A + N_{iB}d_B) \quad (9)$$

由 TM 序列的生成规律 $A \rightarrow AB, B \rightarrow BA$ 及 $S_1 = AB$ 知,任意一个 TM 序列结构的光子晶体中的 $N_{iA} = N_{iB}$,所以式(9)化简为

$$n_A d_A + n_B d_B = \bar{n}_i(d_A + d_B)$$

即

$$\bar{n}_i = \frac{n_A d_A + n_B d_B}{(d_A + d_B)} \quad (10)$$

把已知参数带入式(10)可得到,当 $\bar{n}_i=0$ 时, $f=0.7043$ GHz. 这个频率恰好位于反射图 1(a)和图 1(c)的新型带隙中,由此可见图 1 中出现的新型带隙就是 $\bar{n}_i=0$ 带隙. $\bar{n}_i=0$ 带隙随入射角度的变化不明显,为全方位带隙.

研究发现:1)由正材料 A 和含色散的负材料 B 构成的任意阶 TM 序列结构都会出现 $\bar{n}_i=0$ 带隙,且带隙位置相同. 以正入射为例,用超原胞方法,将 n 阶完整的 TM 序列看作一个大原胞,用 Bloch 定理计算了 TM 序列结构的光子能带,如图 2,其能带由 $\frac{1}{2}|x_n| \leq 1$ 给出. 在 $f=0.7043$ GHz 附近,无论序列数为多少,都存在一个相同的带隙,且位置不变. 2)由正材料 A 和含色散的负材料 B 周期性交替排列的光子晶体,由于也存在关系式 $N_{iA} = N_{iB}$,也会出现 $\bar{n}_i=0$ 带隙,并且带隙的位置与相同晶格数的 TM 序列结构中 $\bar{n}_i=0$ 带隙的位置相同,如图 3.

当 $f > 1.5915$ GHz 时,色散介质 B 表现为正折射材料性质, TM 序列结构为一个含双正材料的系

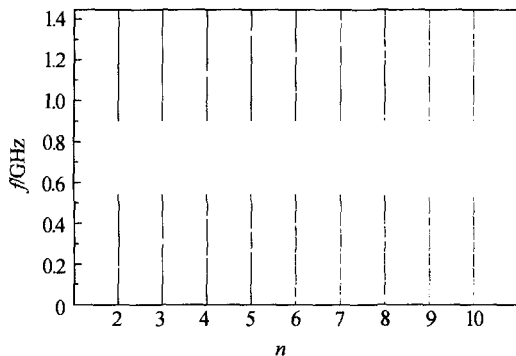


图 2 第 2 至第 10 阶 TM 序列结构的光子能带
Fig. 2 The photonic spectra for the successive levels of TM multilayers from second to tenth

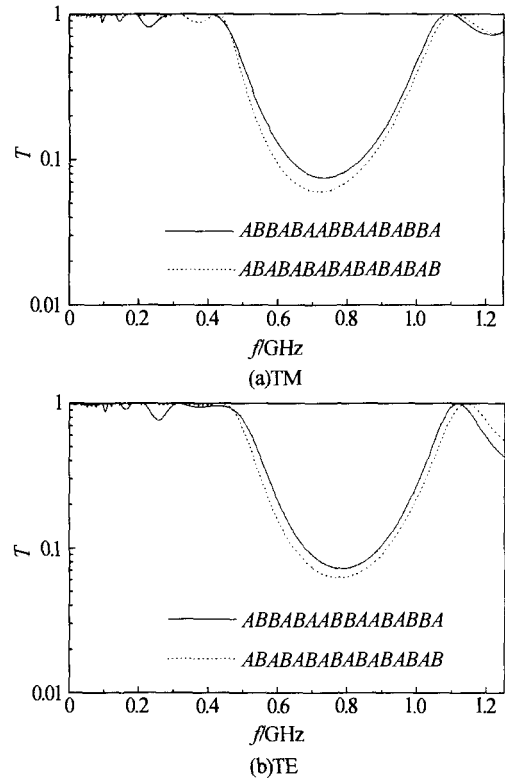


图 3 $\theta=30^\circ$ 时,第 4 阶 TM 序列结构和相同晶格数的周期性光子晶体的透射谱
Fig. 3 Transmittance of the fourth-order TM multilayers and the periodic photonic crystals of the same lattice numbers

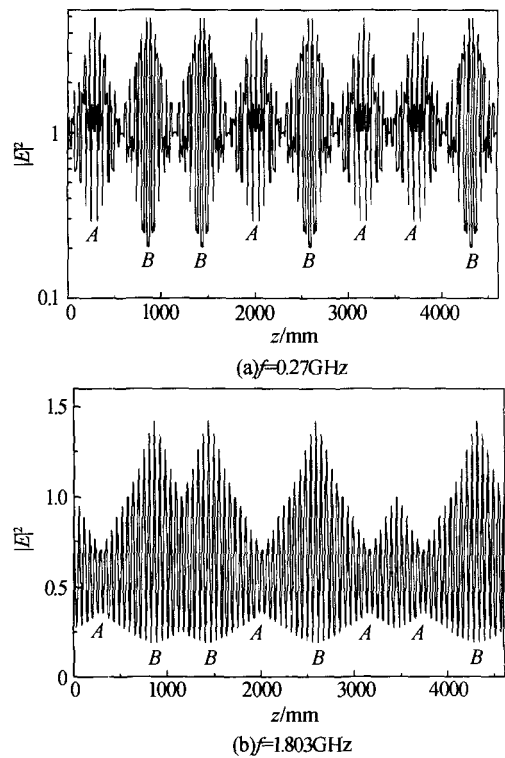


图 4 第 9 阶 TM 序列结构(512 层)的完全透射态的场分布情况
Fig. 4 The field distributions in the ninth (512 layers) TM photonic crystals for the completely transparent modes

统;当 $f < 1.4469$ GHz 时,介质 B 表现为负折射率材料性质,则构成 TM 序列结构为一种正折射率材料和一负折射率材料. 在这两种不同的情形中,分别选取入射角 $\theta = 0$ 时的一个完全透射态,对其场分布进行了研究,如图 4. 由图 4(a)和图 4(b)得到,两个场分布都有共同的性质:场分布既不是一般周期性光子晶体的扩展态也不是无序晶体的局域态,而是处于两者之间自相似态. 场分布图中主要存在两种局域场,并且其交错分布情况类似于 TM 序列的两种晶格的分布. 无论介质 B 为正折射率材料还是负折射率材料,场分布都有这种性质. 因此,这种场分布情况与介质的性质无关,而只是由 TM 序列晶格的结构本身所决定.

如图 5,计算 TM 序列结构的 $\bar{n} = 0$ 带隙的带边电场. 带边的频率由 $\frac{1}{2}|x_n| = 1$ 给出. 发现带边的态也是完全透射态,但电场趋于一种周期性分布,并且具有 Bloch 波函数的分布形式,因此 $\bar{n} = 0$ 带隙的带边的态类似于有限周期系统中带边的 Bloch 态. 而 $\bar{n} = 0$ 带隙的位置不随序列的阶数变化又类似于周期系统的带隙不随周期数变化,由此可见 $\bar{n} = 0$ 带隙附近的性质有类似于周期系统的性质.

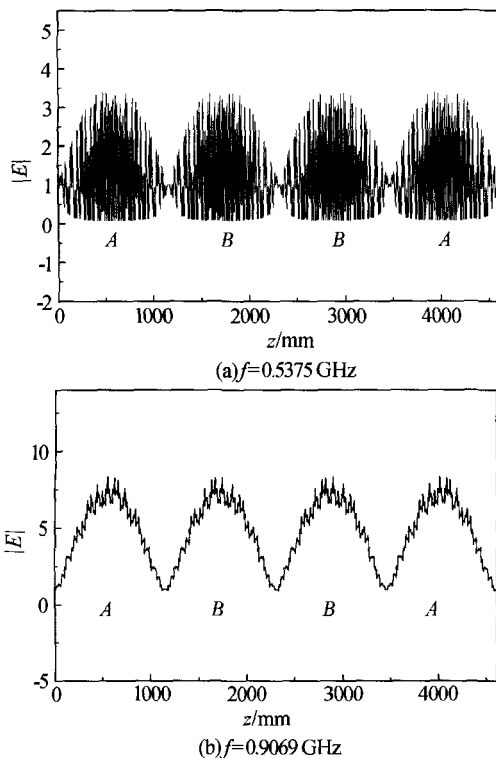


图 5 第 9 阶 TM 序列结构(512 层)的 $\bar{n} = 0$ 带隙的上下带边电场分布

Fig. 5 The electric field distributions in the ninth (512 layers) TM photonic crystals for the upper and lower edges

4 结论

利用传输矩阵法和传输矩阵元的递推式,得到了由正折射率材料和负折射率材料构成 TM 序列结构的透射率. 从其反射图中发现存在一个异常带隙. 这种异常带隙与 Bragg 带隙相比,受人射角和电场偏振方向影响较小. 经过计算表明,出现的异常带隙为 $\bar{n}_i = 0$ 带隙,而且对任意阶的 TM 序列结构都存在该带隙. 这个带隙是一个全方位的带隙. 同时,还对其完全透射态的场分布进行了计算,发现场分布既不是一般周期性晶格的扩展态也不是无序晶格的局域态,而是处于两者之间的自相似态. 电场的分布情况类似于晶格的 TM 序列排列,这是由 TM 序列晶格结构本身所决定的.

参考文献

- 1 Albuquerque E L, Cottamb M G. Theory of elementary excitations in quasiperiodic structures. *Phys Rep*, 2003, **376**(4-5): 225~337
- 2 Kohmoto M, Sutherland B, Iguchi K. Localization in optics: Quasiperiodic Media. *Phys Rev Lett*, 1987, **58**(23): 2436~2438
- 3 Hattori T, Tsurumachi N, Kawata S, et al. Photonic dispersion relation in a one-dimensional quasicrystal. *Phys Rev B*, 1994, **50**(6): 4220~4223
- 4 Kono K, Nakada Satoki. Resonant transmission and velocity renormalization of third sound in one-dimensional random lattices. *Phys Rev Lett*, 1992, **69**(8): 1185~1188
- 5 Luck J M. Cantor spectra and scaling of gap widths in deterministic aperiodic systems. *Phys Rev B*, 1989, **39**(9): 5834~5849
- 6 Kohmoto M, Sutherland B, Tang C. Critical wave functions and a cantor-set spectrum of a one-dimensional quasicrystal model. *Phys Rev B*, 1987, **35**(3): 1020~1033
- 7 Liu N H. Propagation of light waves in Thue-Morse dielectric multilayers. *Phys Rev B*, 1997, **55**(6): 3543~3547
- 8 Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Sov Phys Uspekhi*, 1966, **10**(4): 509~514
- 9 Li J, Zhou L, Chan C T, et al. Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials. *Phys Rev Lett*, 2003, **90**(8): 083901~083904
- 10 Jiang H T, Chen H, Li H, et al. Ominidimensional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative index materials. *Appl Phys Lett*, 2003, **83**(26): 5386~5388

- 11 Li J, Zhao D, Liu Z Y. Zero- photonic band gap in a quasiperiodic stacking of positive and negative refractive index materials. *Phys Lett A*, 2004, **332**(5-6):461~468
- 12 Liu N H. Defect modes of stratified dielectric media. *Phys Rev B*, 1997, **55**(7) :4097~4100
- 13 胡水龙, 徐旭明, 于天宝. 光量子阱单滤波器、多通道开关. 光子学报, 2004, **33**(8) :1004~1006
Hu S L, Xu X M, Yu T B. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8):1004~1006
- 14 徐旭明, 刘念华. 一维 kerr 非线性光子晶体中的场分布. 光子学报, 2004, **33**(8):1011~1013
Xu X M, Liu N H. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(8):1011~1013
- 15 安丽萍, 刘念华. 一维光子晶体中多缺陷耦合导致的杂质带. 光子学报, 2003, **32**(9): 1083~1085
An L P, Liu N H. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **33**(9):1083~1085

Optical Transmission Spectrum of Thue-Morse structure Containing Negative Index Materials

Luo Liping, Liu Nianhua

Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330047

Received date: 2005-05-17

Abstract The transmission spectrum of Thue-Morse photonic crystals constructed by positive and negative index materials alternately was investigated. The transmittance was calculated by the recursion relations of the transfer matrix elements. Numerical analyses show that a zero- \bar{n} gap exists in the TM multilayer system. Comparing with the Bragg gap, this gap is less sensitive to the incident angle and the polarization. The position of gap will not change with the order number of the TM sequence. Meanwhile, the field distribution is investigated for completely transparent states. The field distributions are analogous to the lattice structure.

Keywords Photonic crystals; Negative refraction; Aperiodic structure



Luo Liping was born in July, 1981, in Jiangxi Province. She received Bachelor's Degree of science from Physics Department of Nanchang University in 2003. She is currently studying for the M. S. degree in Physics Department of Nanchang University. Her research interests mainly focus on photonic crystal and quantum optics.