

# 阿达玛变换光谱成像仪光谱混叠分析及修正

周锦松<sup>1,2</sup> 吕群波<sup>1,2</sup> 相里斌<sup>1</sup>

(1 中国科学院西安光学精密机械研究所光谱成像技术实验室, 西安 710068)

(2 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 叙述了阿达玛变换光谱成像仪的原理及仪器构成, 对阿达玛编码模板引起的光谱混叠现象进行了分析研究. 从理论上导出了光谱混叠公式, 并提出了光谱修正方法, 仿真实验结果表明该方法简单有效. 修正后光谱图像的分辨率取决于偏离光轴最远处的码元对应的空间分量.

**关键词** 光谱成像; 阿达玛变换; 光谱混叠; 编码模板

**中图分类号** O433.4 **文献标识码** A

## 0 引言

阿达玛变换<sup>[1]</sup> (Hadamard transform, HT) 是近三十年来发展起来的类似于傅里叶变换<sup>[2,3]</sup> 的一种新型光谱调制技术. 阿达玛变换是基于平面波函数的一种变换, 具有高能量输入、单检测器多通道同时检测(成像)能力以及高信噪比等优点<sup>[4,5]</sup>, 因此它特别适用于微弱光谱及图像分析. 阿达玛变换光谱成像技术以阿达玛编码模板代替常规色散型光谱仪的人射狭缝, 对各光谱成分进行四则运算解码可获得被探测目标的两维空间信息和一维光谱信息.

阿达玛模板具有一定的尺寸. 传统的阿达玛变换光谱成像技术将阿达玛模板作为一个宽狭缝对待, 视参与编码的各空间分量为一个整体, 近似认为 CCD 各列所对应的各空间分量谱段一致. 例如, 唐宏武等<sup>[6]</sup> 以线阵 CCD(512 像元) 为检测器, 一维阿达玛模板(511 码元) 为编码器, 通过转动光栅获得生物试样在选定谱段的 511×512 像素荧光图像. 该方法忽略了编码模板尺寸造成的光谱混叠影响, 复原的图像会产生空间信息和光谱信息的错位. 为了减小这种影响, 对于尺寸较大的模板, 通常采取在模板与分光装置之间放置柱面透镜的做法, 对模板与目标像进行压缩<sup>[7,8]</sup>. 这种方法不但增加了仪器的复杂度, 而且未能从根本上解决光谱混叠和错位问题. 本文对阿达玛模板引起的光谱混叠和错位进行研究, 从理论上推导出光谱混叠公式, 并提出修正方法, 然后用仿真实验对之进行验证.

## 1 阿达玛变换成像原理

从数学上讲, 阿达玛变换实际上是统计学中的称量设计在光学中的应用, 它的理论模型是法国数学家 Hadamard 提出的一种  $n$  阶矩阵方程<sup>[1]</sup>. 实现

阿达玛成像的关键在于 HT 模板的设计, 对于一个由  $n$  个单位元素组成的模板, 每次测到的信号  $y$  可以写成

$$y_j = \sum_{i=1}^n S_{ij} X_i \quad (1)$$

式(1)中  $y_j$  是用第  $j$  块模板调制产生的信号的总和,  $x_i$  是该模板上第  $i$  个元素所产生的信号, 矢量  $S_j = (S_{1j}, S_{2j}, \dots, S_{nj})$  的值对每一个透过的元素为 1, 对不透过的元素为 0.

写成矩阵的形式为

$$Y = S \cdot X \quad (2)$$

对式(2)求解得

$$X = S^{-1} \cdot Y \quad (3)$$

由矢量  $X$  即可还原成目标的信号.

## 2 阿达玛变换光谱成像仪

阿达玛变换光谱成像仪由前置光学系统、阿达玛编码模板、分光系统及数据采集系统构成, 其工作原理如图 1. 前置光学系统将目标成像于阿达玛编码模板表面, 阿达玛光阑限制了参与阿达玛变换编码的视场范围, 阿达玛模板取代常规光栅分光装置的人射狭缝, 经模板编码的目标像经准直镜准直、光栅分光后被聚焦镜聚焦于面阵 CCD 的靶面上. 其工作过程为: 阿达玛模板由步进电机进行驱动, 模板移动一次, CCD 采集一次信号, 模板每次移动一个

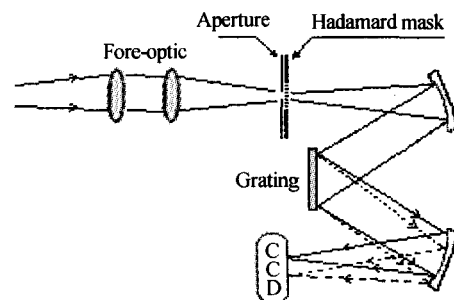


图 1 阿达玛变换光谱成像仪  
Fig. 1 Hadamard transform spectral imager

编码单元(码元)的距离,模板移动 $n$ 次后完成编码. $n$ 次采集到的信号经快速阿达玛变换(FHT)解码后得到目标在各波段的光谱图像.其中,一维光谱维由 CCD 列单元获得(垂直于纸面方向),二维空间维分别由 CCD 行单元(平行于纸面方向)和阿达玛模板解码获得.

### 3 讨论

#### 3.1 模板尺寸对光谱分辨率的影响

阿达玛模板给仪器带来了高通量和多通道的优点,但其尺寸会对光谱分辨率造成一定的影响.当将整个模板当作一个整体看待时,它相当于一个宽入射狭缝,其宽度的大小对输出信号的信噪比有很大影响.输出信号可表达为目标像函数与矩形窗函数的卷积,矩形窗函数的宽度正比于模板宽度,卷积的结果相当于用该矩形窗对目标像函数进行平滑.因而,矩形窗越宽对目标像函数平滑越厉害,从而带来准确度损失.

#### 3.2 光谱混叠及错位

将阿达玛编码模板进行分解,将其看作多狭缝入射系统,每个码元视为一个狭缝单元,因此不同位置的空间分量被不同的码元即不同位置的狭缝所调制.

对于模板中心位置处的码元,根据光栅方程有

$$d(\sin \alpha + \sin \beta) = m\lambda \quad (4)$$

式中, $\alpha, \beta$ 分别为入射角和衍射角, $d$ 为光栅常数,衍射级次 $m$ 一般为 $\pm 1$ ,在这里我们取 $1, \lambda$ 为 CCD 某一系列像元获得的该码元的光谱波长.除模板中心位置处码元外的其它码元皆偏离光轴,假定模板每个码元的宽度为 $X$ ,准直镜的焦距为 $f_1$ ,则偏离光轴的第 $I$ 个码元对准直镜的偏角为

$$\Delta\alpha_i \approx XI/f_1 \quad (5)$$

对于 CCD 上同一列像元,其光栅方程为

$$d[\sin(\alpha + \Delta\alpha_i) + \sin \beta] = \lambda + \Delta\lambda_i \quad (6)$$

联立式(4)、(6)解之得

$$d[\sin \alpha(\cos \Delta\alpha_i - 1) + \cos \alpha \sin \Delta\alpha_i] = \Delta\lambda_i \quad (7)$$

由于 $\Delta\alpha_i \ll 1$ ,有

$$d\Delta\alpha_i \cos \alpha = \Delta\lambda_i \quad (8)$$

将式(5)代入得

$$\Delta\lambda_i = dXI \cos \alpha / f_1 \quad (9)$$

由式(9)可知,不同位置的码元在 CCD 同一列像元上产生程度不同的光谱偏移,从而造成光谱混叠.图 2 为各码元(码元数为 $n, n$ 为奇数)在 CCD 某列上的光谱投影,偏离模板中心处的码元产生光谱偏移,其中一端波长变短,另一端波长变长,光谱偏移量对称模板中心分布.假设模板尺寸与准直镜物方

焦距之比为 $0.02$ ,光栅刻线为 $1000$ 线/mm,入射角为 $30^\circ$ ,则码元在 CCD 上最大会产生 $17.3$  nm 的光谱偏移.也就是说,CCD 各列像元采集到的信号经解码后得到的是具有 $17$  nm 带宽的目标各波段图像.如图 3,图像中被模板不同位置码元调制的各空间分量对应不同的谱段,从而产生谱段偏移,距图像中心越远,产生的偏移越多,因而同时也产生了空间信息与光谱信息的错位.

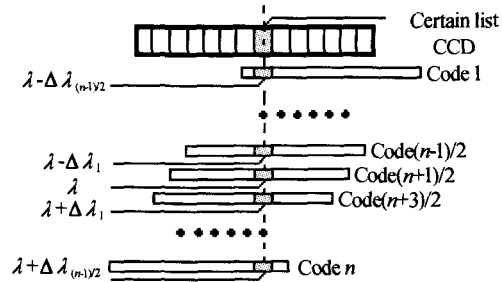


图 2 各码元在 CCD 某列产生的光谱偏移  
Fig. 2 Spectra aliasing of each code on certain list of CCD

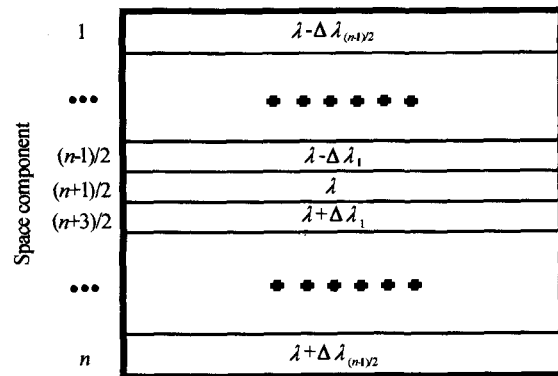


图 3 解码后图像中各空间分量对应的谱段  
Fig. 3 Spectra of each space component in the decoded image

#### 3.3 光谱修正

虽然各空间分量间产生光谱偏移,但就各空间分量本身而言,它的光谱分辨率和空间分辨率并未受到较大影响,其分辨率损失主要是由于所对应的编码码元偏离光轴中心所引起.

假定 CCD 每个像元的宽度为 $Y$ ,CCD 某列像元获得的模板中心位置码元的光谱波长为 $\lambda$ ,在该波长处偏离光轴的第 $I$ 个码元对应的 CCD 列偏移了 $J$ 个像元,聚焦镜的焦距为 $f_2$ ,则衍射角的偏移为

$$\Delta\beta_j \approx YJ/f_2 \quad (10)$$

其光栅方程为

$$d[\sin(\alpha + \Delta\alpha_i) + \sin(\beta - \Delta\beta_j)] = \lambda \quad (11)$$

联立式(4)有

$$\begin{aligned} \sin \alpha(\cos \Delta\alpha_i - 1) + \cos \alpha \sin \Delta\alpha_i = \\ \sin \beta(1 - \cos \Delta\beta_j) + \cos \beta \sin \Delta\beta_j \end{aligned} \quad (12)$$

由于 $\Delta\alpha_i \ll 1, \Delta\beta_j \ll 1$ ,有

$$\Delta\alpha_i \cos \alpha = \Delta\beta_j \cos \beta \quad (13)$$

将式(4)、(5)、(10)代入得

$$J = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - (\lambda/d - \sin \alpha)^2}} \cdot \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{X}{Y} \cdot I \quad (14)$$

对于给定的光谱仪,其光栅入射角 $\alpha$ 是一定的.因此,对于某指定谱段,被模板不同位置码元调制的各空间分量偏离理想 CCD 列像元的位置可很容易由式(14)求出.

根据以上分析,光谱修正方法的具体步骤为:1)按传统阿达玛变换光谱成像方法采集数据,对 CCD 各列分别进行快速阿达玛变换解码,得到 CCD 各列对应的宽谱段光谱图像.2)对于某指定谱段,计算模板第一个码元对应的 CCD 列像元位置,从该 CCD 列对应的光谱图像中提取出被该位置码元调制的空间分量的数据(各码元在模板中的位置与被调制的空间分量在图像中的排列位置一一对应).

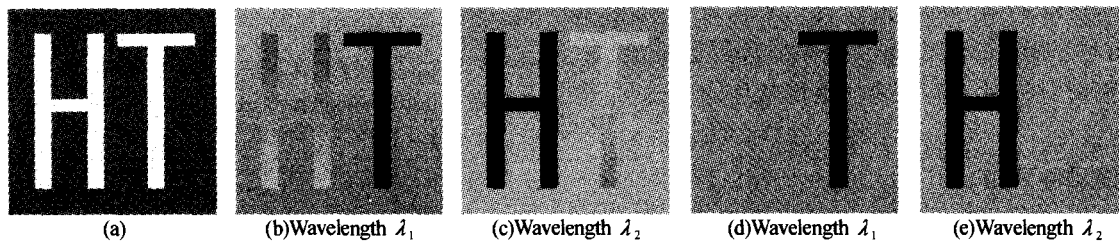


图4 (a)原始图像;(b)、(c)阿达玛变换图像;(d)、(e)修正图像

Fig. 4 (a)Original image;(b),(c)Hadamard transform image;(d),(e)Revised image

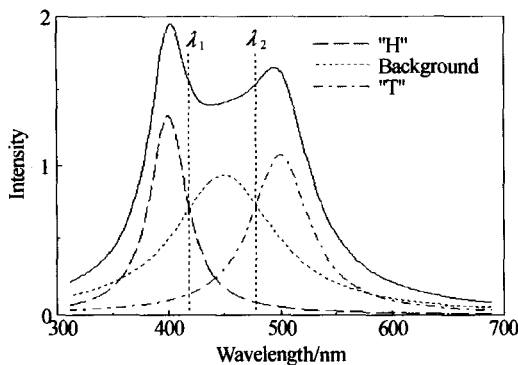


图5 模拟光谱

Fig. 5 Simulated spectra

假设图像充满整个视场,对该复色光图像进行阿达玛变换光谱成像,图4(b)和图4(c)分别为图像在波长 $\lambda_1$ (419 nm)和 $\lambda_2$ (479 nm)处所成的阿达玛变换图像.在波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 处,由于字母H和字母T的光谱强度分别与背景的光谱强度相同,在视觉上它们应湮没于背景中,但实际上除图像中段外,其他位置皆产生了程度不同的空间信息与光谱信息的错位,且各成分在图像不同位置的灰度值变化与它们在该波长两侧的光谱强度变化趋势一致.图4(d)和图4(e)分别为采用本修正方法对图4(b)和图4(c)进行修正后的图像.从图中可看出,修正后的图像与理论预测情况完全相符,且各成分的灰度值比例与它们在该波长处的光谱强度比值一致.

3)依第2)步方法,依次提取出模板中所有各码元对应的空间分量数据.4)将各空间分量数据依次拼接,组成一幅新的图像,该图像即为指定谱段处目标的窄谱段图像.

### 3.4 算法仿真与分析

为验证本修正方法的可行性和有效性,进行计算机仿真实验.图4(a)为假设的原始模拟图像,该图像由字母H、均匀背景和字母T三种成分构成.模拟图像的光谱由三条洛仑兹函数谱线线性叠加而成(图5),其中,字母H的谱线以虚线表示,背景的谱线以点线表示,字母T的谱线以点画线表示.三条谱线的谱峰分别位于400 nm、450 nm和500 nm处,半峰全宽分别为40 nm、110 nm和63 nm,峰高比为10:7:8.

应注意,尽管计算机仿真给出了较理想的结果,但是在实际光谱成像过程中,受系统像差、光栅分辨本领等因素的影响,各编码码元的光谱分辨率并不相同,偏离光轴最远处的码元的光谱分辨率最低,故修正后图像的光谱分辨率由该码元对应的空间分量所决定.

## 4 结论

传统阿达玛变换光谱成像技术将编码模板作为宽狭缝对待,忽略了编码模板尺寸造成的光谱混叠问题.本文将编码模板进行分解,得出编码模板会引起光谱混叠,产生空间信息和光谱信息的错位的结论.从理论上导出了光谱混叠公式,提出了光谱修正方法,计算机仿真结果表明了该方法可行且有效,修正后光谱图像的分辨率取决于偏离光轴最远处的码元对应的空间分量.该方法无需复杂计算,修正速度快,易于编程实现,对阿达玛变换光谱成像技术具有普遍意义.

### 参考文献

- 1 Harwit J V, Slone N J. Hadamard Transform Optics. London: Academic Press, 1979
- 2 相里斌.傅里叶变换光谱仪中的主要技术环节.光子学报,1997,26(6): 550~554  
Xiangli B. Acta Photonica Sinica, 1997, 26(6): 550~554

- 3 董瑛, 相里斌, 赵葆常. Fourier 变换光谱学退卷积技术的理论研究. 光子学报, 2002, **31**(7): 841~846  
Dong Y, Xiangli B, Zhao B C. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(7): 841~846
- 4 Marshall A C. Fourier, Hadamard and Hilbert transforms in chemistry. New York: Plenum press, 1982
- 5 Treado P J, Morris M D. Multichannel hadamard transform raman microscopy. *Appl Spectrosc*, 1990, **44**(1): 1~4
- 6 陈观铨, 唐宏武, 周锦松, 等. 使用一维机械模板的高分辨阿达玛变换显微图像探测技术研究. 高等学校化学学报, 2001, **22**(7): 1114~1116  
Chen G Q, Tang H W, Zhou J S, *et al.* *Chem J Chinese Universities*, 2001, **22**(7): 1114~1116
- 7 Hanley Q S, Verveer P J, Jovin T M. Spectral imaging in a programmable array microscope by Hadamard transform fluorescence spectroscopy. *Appl Spectrosc*, 1999, **53**(1): 1~10
- 8 Tang H W, Chen G Q, Zhou J S, *et al.* Hadamard transform fluorescence image microscopy using one-dimensional movable mask. *Anal Chim Acta*, 2002, **24**(8): 27~34

## Analysis and Revision on Spectra Aliasing of Hadamard Transform Spectral Imager

Zhou Jinsong<sup>1,2</sup>, Lü Qunbo<sup>1,2</sup>, Xiangli Bin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratory of Spectral Imaging Technique, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068

<sup>2</sup> Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039

Received date: 2004-08-27

**Abstract** The principle and instrument structure of Hadamard transform spectral imager is described, and spectra aliasing caused by Hadamard encoding mask is investigated. Spectra aliasing formula is obtained in theory and the method of spectra revision is proposed. Simulation results show that this method is simple and effective. The resolution of spectral images revised depends on space component corresponding to the code which is deviated from optic axis most.

**Keywords** Spectral imaging; Hadamard transform; Spectra aliasing; Encoding mask



**Zhou Jinsong** was born in Hubei Province in 1977. He received his M. S. degree from the College of Electronic Information in Wuhan University in 2003. Now he works in Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences. His major research fields include spectral imaging technology and signal processing.