

光束束宽概念和不同定义束宽的比较*

朱莉华¹ 聂义友¹ 吕百达^{1,2}

(1 江西师范大学物理与通信电子学院, 江西 南昌 330027)

(2 四川大学激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064)

摘要 对束宽的不同定义作了比较研究. 结果表明, 不同定义束宽的数值是不同的. 在自由空间中传输时, 二阶矩束宽遵守 ABCD 定律, 熵束宽的传输曲线近似于双曲线, 但环围功率束宽一般不满足 ABCD 定律. 双曲余弦高斯光束按二阶矩束宽和熵束宽法所得焦移几乎相同, 而环围功率法所得焦移则与之不同.

关键词 激光光学; 束宽; 二阶矩; 熵束宽; 环围功率

中图分类号 O435 **文献标识码** A

0 引言

束宽是描述光束的基本物理量. 文献中对光束束宽有多种不同的定义^[1,2]. 国际上广泛采用的二阶矩定义有一系列优点, 但对某些光束在使用中不收敛以及实验测量误差较大等问题^[1,3]. 本文对常用的几种束宽定义, 即 $1/n$ 、环围功率、二阶矩、熵束宽和高斯束宽定义作了比较研究. 并以双曲余弦高斯光束(ChG)为例, 对按二阶矩、熵束宽和环围功率法定义的束宽在自由空间的传输和通过薄透镜的聚焦问题作了计算分析, 得出了一些对实际工作有用的结论.

1 束宽的不同定义和典型例

在空间域中, 光束宽度的常用定义有多种. 例如

束宽 w 的 $\frac{1}{n}$ 定义为

$$I(w_{\frac{1}{n}}) = \frac{|E|_{\max}^2}{n} = \frac{I_{\max}}{n} \quad (1)$$

表 1 几种典型光束按不同定义的束宽

光束	Z=0 处场分布	$\frac{1}{e^2}$	环围功率 $\eta=63\%$	二阶矩	熵定义	高斯束宽
高斯光束	$E(x) = \exp(-x^2)$	1	0.45	1	1.03	1
厄米高斯 光束	$E(x) = \exp(-x^2) H_n(\sqrt{2}x)$ $n=4$	2.44	1.71	3	1.92	4.24
超高斯 光束	$E(x) = \exp(- x ^n)$ $n=20$	1	0.59	1.09	0.99	0.99
平顶高斯 光束	$E(x) = \exp[-(N+1)x^2] \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} [(N+1)x^2]^n$ $N=4$	1.04	0.54	1.04	1.02	1.02
双曲余弦 高斯光束	$E(x) = \exp(-x^2) \cosh(\Omega_0 x)$ $\Omega_0=0.5$	1.06	0.48	1.06	1.10	1.06

式中, E 和 I 分别为场强和光强, 下标 max 表示最大值. 常用的 n 值有 e^2 、 e 和 2 等.

按环围功率定义束宽 w_{PIB} 为

$$\int_{-w_{\text{PIB}}}^{+w_{\text{PIB}}} |E(x, z)|^2 dx = \eta \int_{-\infty}^{+\infty} |E(x, z)|^2 dx \quad (2)$$

常用 $\eta=86.5\%, 63\%$ 等.

束宽 w 按二阶矩定义为

$$w_{\text{sm}}^2 = \frac{4}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 |E(x, z)|^2 dx \quad (3)$$

式中

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} |E(x, z)|^2 dx \text{ (总功率)} \quad (4)$$

按熵定义的束宽 w_e 为^[4]

$$w_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|E(x, z)|^2}{p} dx\right) \quad (5)$$

式中, p 同式(4). 此外, 高斯束宽 w 是用最小二乘法找出相应的高斯拟合函数从而求出束宽. 利用上述五种不同的束宽定义法, 分别计算出几种典型激光束的束宽列于表 1.

2 自由空间中的传输

现以双曲余弦高斯光束(ChG)为例, 说明 ChG

* 江西省自然科学基金资助课题

Tel: 13870809267 Email: zhlihua4044@126.com

收稿日期: 2005-03-02

光束按不同束宽定义在自由空间中的传输规律。ChG 光束在 $z=0$ 处的场分布为^[5]

$$E(x, 0) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_0^2}\right) \cosh(\Omega_0 x) \quad (6)$$

式中, w_0 为高斯部分场的束腰宽度, Ω_0 为与双曲余弦有关的光束参数。

由 Collins 公式得到 ChG 光束通过无光阑近轴 ABCD 系统后在 z 处的场分布为

$$E(x', z) = \sqrt{\frac{q_0}{Aq_0 + B}} \exp\left[\frac{a^2}{4\left(\frac{A}{B}q_0 + 1\right)}\right] \cdot \exp\left[-\frac{q_0}{q_1}x'^2\right] \cosh\left[\frac{aq_0}{Aq_0 + B}x'\right] \quad (7)$$

式中, q_0, q_1, a, x 的定义分别为

$$q_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (7a)$$

$$q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} \quad (7b)$$

$$a = w_0 \Omega_0 \text{ (偏心参数)} \quad (7c)$$

$$x' = x/w_0 \text{ (归一化坐标)} \quad (7d)$$

ChG 光束在自由空间中传输时,其相应的变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

将式(7a)~(8)分别代入式(7),整理得

$$E(x', z) = \sqrt{\frac{i\pi w_0^2}{i\pi w_0^2 + \lambda z}} \exp\left(\frac{a^2}{4} \frac{\lambda z}{i\pi w_0^2 + \lambda z}\right) \cdot \exp\left(-\frac{i\pi w_0^2}{i\pi w_0^2 + \lambda z}x'^2\right) \cosh\left(\frac{i\pi w_0^2}{i\pi w_0^2 + \lambda z}ax'\right) \quad (9)$$

把式(9)分别代入式(2)~(5),可分别求出 ChG 光束在自由空间中传输不同位置的束宽。

图 1 为 ChG 光束在自由空间传输时,用二阶矩、环围功率和嫡束宽定义的束宽随传输距离的变化。计算参数为 $w_0 = 1 \text{ mm}, \lambda = 632 \text{ nm}, a = 1$ 。从图可见,二阶矩定义的传输曲线和双曲线完全拟合^[6],嫡定义的传输曲线和双曲线近似拟合,而环围功率

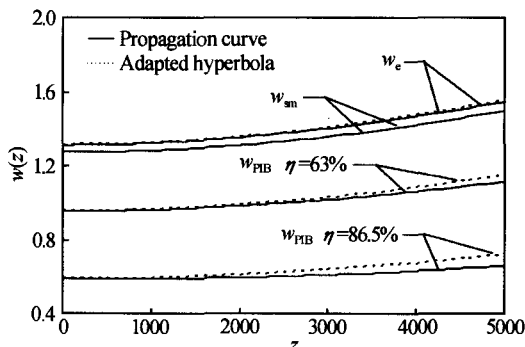


图 1 ChG 光束的束宽随传输距离的变化
Fig. 1 The beam width $w(z)$ of a ChG beam versus free-space propagation distance z

定义的传输曲线和双曲线不能拟合。这说明在自由空间中,二阶矩束宽满足 ABCD 定律,嫡束宽近似满足 ABCD 定律,而环围功率束宽一般不满足 ABCD 定律。

3 焦移

设 ChG 光束入射到一焦距为 f 的薄透镜上, z 为薄透镜与观察面的距离。此系统的变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta z}{f} & f + \Delta z \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中, $\Delta z = z - f$ 。将式(7a)~(7d)和式(10)分别代入式(7),整理得

$$E(x', \Delta z) = \left[\frac{i\pi N_w}{-\frac{\Delta z}{f}i\pi N_w + 1 + \frac{\Delta z}{f}} \right]^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{a^2}{4} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta z}{f}}{-\frac{\Delta z}{f}i\pi N_w + 1 + \frac{\Delta z}{f}}\right) \exp\left[-\frac{i\pi N_w(1 - i\pi N_w)}{-\frac{\Delta z}{f}i\pi N_w + 1 + \frac{\Delta z}{f}}x'^2\right] \cdot \cosh\left(\frac{i\pi N_w}{-\frac{\Delta z}{f}i\pi N_w + 1 + \frac{\Delta z}{f}}ax'\right) \quad (11)$$

式中, $N_w = \frac{w_0^2}{\lambda f}$ (与光束有关的菲涅尔数)。

把式(11)分别代入式(2)~(5)可分别得出上述三种不同方法定义的物方束腰 w_{\min} 对应的轴上位置 $z_{\max} = f + \Delta z_{\max}$ 即实际焦面位置,再由式

$$\Delta z_f = \frac{z_{\max} - f}{f} \quad (12)$$

求出相对焦移。

图 2 是聚焦 ChG 光束的束宽随相对传输距离的变化,计算参数为 $N_w = 1, \lambda = 632 \text{ nm}, f = 800 \text{ mm}, \eta = 86.5\%, a = 0.5$ (实线), $a = 1.44$ (虚线)。由图 2

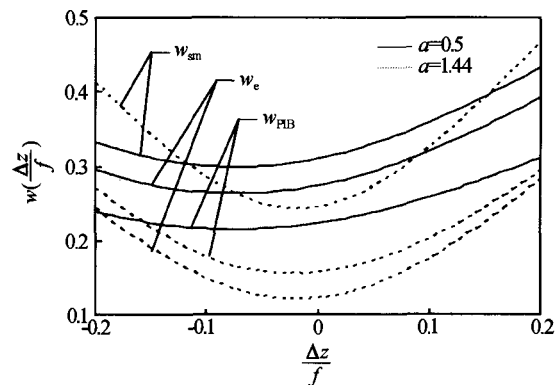


图 2 聚焦 ChG 束宽随相对传输距离的变化
Fig. 2 The beam width $w\left(\frac{\Delta z}{f}\right)$ of focused ChG beams as a function of relative propagation distance $\frac{\Delta z}{f}$

可知,曲线关于 $\Delta z=0$ (聚焦透镜后焦面) 是不对称的,即出现焦移^[7,8],其值为负.且三种定义所得聚焦曲线不同,二阶矩和熵定义的聚焦曲线几乎是平行的,而环围功率法定义的聚焦曲线在 a 值较大(例如 $a=1.44$) 时与之相差较大.

图 3(a)和(b)是用熵定义、二阶矩和环围功率三种方法得出 ChG 光束的相对焦移 Δz_f 随菲涅尔数 N_w 的变化.计算参数同图 2.由图 3 知, $|\Delta z_f|$ 随 N_w 的增大而减小, N_w 较大时相对焦移趋于零.当 a 值较小($a=0.5$) 时,二阶矩和熵束宽法计算的相对焦移相同,与环围功率法结果相差较小.例如,当 $a=0.5$, $N_w=1$ 时,二阶矩法、熵束宽法和环围功率法得到的相对焦移分别为 -0.073 、 -0.073 和 -0.074 .当 a 值较大时,用二阶矩法和熵束宽法计算的相对焦移几乎相同,而环围功率法比其它两种方法所得的相对焦移(绝对值)大.例如,当 $a=1.44$, $N_w=1$ 时,二阶矩法、熵束宽法和环围功率法得到的相对焦移分别为 -0.018 、 -0.018 、 -0.030 .

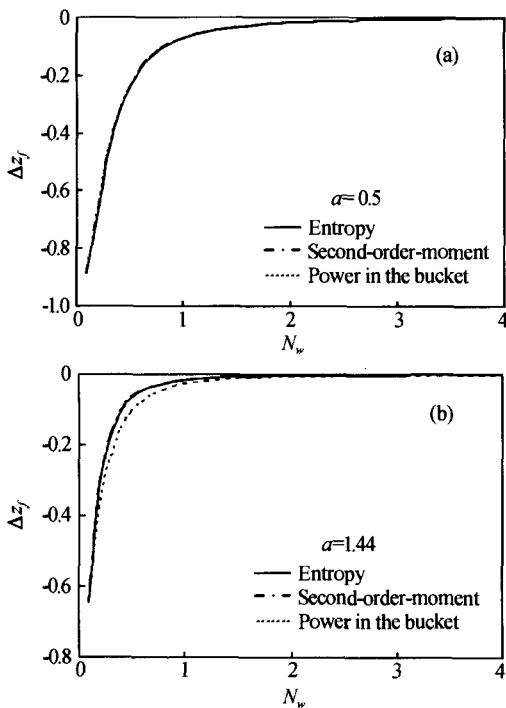


图 3 聚焦 ChG 光束的相对焦移随菲涅尔数的变化
Fig. 3 The relative focal shift Δz_f of focused ChG beams versus Fresnel number N_w

4 结论

本文对文献中所用的不同束宽定义作了比较研

究.结果表明,对同一光束按不同定义计算得到的束宽的数值是不同的.以 ChG 光束为例,对三种典型定义束宽在自由空间的传输和通过薄透镜的聚焦作了比较.二阶矩法定义的束宽严格遵守 ABCD 定律,熵定义的束宽近似满足 ABCD 定律,而环围功率法定义的束宽则一般不满足 ABCD 定律. ChG 光束的相对焦移与偏心参数 a 和有效菲涅尔数 N_w 有关. a 值较小($a=0.5$) 时,三种方法计算的相对焦移量相接近.当 a 值较大($a=1.44$) 时,二阶矩法和熵束宽法所得焦移几乎相等,但与环围功率法定义结果则有差异.

参考文献

- 1 吕百达. 激光光学. 北京: 高等教育出版社, 2003. 77~78
Lü B D. Laser Optics. Beijing: Higher Education Press, 2003. 77~78
- 2 高春清, Weber Horst. 激光光束传输因子 M^2 的一些问题. 光子学报, 2001, 30(2): 240~242
Gao C Q, Weber H. Acta Photonica Sinica, 2001, 30(2): 240~242
- 3 Porras M A. Experimental investigation on aperture-diffracted laser beam characterization. Opt Commun, 1994, 109(1): 5~9
- 4 Miguel A P, Rafael M. Entropy-based definition of laser beam spot size. Applied Optic, 1995, 34(36): 8247~8251
- 5 Lü B D, Ma H. Propagation factor and mode coherence coefficients of hyperbolic-cosine-gaussian beams. Opt Lett, 1999, 24(10): 640~642
- 6 周国泉, 赵道木, 王绍民. 平面波经微小圆孔衍射的传输特性. 光子学报, 2002, 31(7): 874~876
Zhou G Q, Zhao D M, Wang S M. Acta Photonica Sinica, 2002, 31(7): 874~876
- 7 Li Y, Wolf E. Focal shifts in diffracted converging spherical waves. Opt Commun, 1981, 39(4): 211~215
- 8 卢光山, 胡巍, 傅喜泉. 环形光束的聚焦性质研究. 光子学报, 2003, 32(2): 209~213
Lu G S, Hu W, Fu X Q. Acta Photonica Sinica, 2003, 32(2): 209~213

The Concept of the Beam Width and Comparison of Its Different Definitions

Zhu Lihua¹, Nie Yiyou¹, Lü Baida^{1,2}

1 College of Physics & Communication Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027

2 Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064

Received date: 2005-03-02

Abstract A comparative study of different definitions of the beam width was made. It was shown that there were different values of the beam width in accordance with different definitions. The propagation of the second-order-moment-based width obeyed the ABCD law, and the propagation curve of the entropy-based width was approximately a hyperbola, but for the power-in the bucket-based width the ABCD law failed. There were nearly the same focal shifts of Cosh-Gaussian (ChG) beams for the second-order-moment-based width and entropy-based width, whereas it was not the case for the power-in the bucket-based width.

Keywords Laser optics; Beam width; Second-order-moment; Entropy-based width; Power in the bucket



Zhu Lihua was born in Jan. 1980. She graduated from Jiangxi Normal University in 2001. Now she is studying for Master's Degree in Jiangxi Normal University. Her interest include the propagation and transformation of laser beams.