

圆锥透镜对球面入射光的聚焦衍射特性*

刘 华 卢振武

(中科院长春光机所应用光学国家重点实验室, 吉林长春经济开发区东南湖大路 16 号, 长春 130033)

摘 要 首次导出了圆锥透镜对球面入射波的聚焦衍射计算公式, 分析了其轴上能量分布与横向场能量分布特性. 数值计算结果表明, 选择合适的球面入射波可以扩展焦深, 改善光强分布, 同时保证横向场能量分布要求. 对于半径 20 mm, 锥角 $\theta = 1 \times 10^{-2}$ 的圆锥透镜, 采用曲率半径为 1200 ~ 1400 mm 的球面入射波, 可扩展焦深 200 mm 到 120 mm, 光强的均匀性有明显改善, 横向场能量分布形状改变量不超过 15 μm , 完全达到应用要求.

关键词 衍射; 圆锥透镜; 无衍射光; 稳相位法

中图分类号 O435 **文献标识码** A

0 引言

圆锥透镜是目前常用的产生近似无衍射光的光学元件. 早在 1954 年克里奥德 (McLeod) 就研究了圆锥透镜的光束传播特性^[1], 指出该器件没有聚焦能, 入射平面波经其作用后成为锥面波, 可以无扩散的传播到很远的距离. 理想的无衍射光在物理上是不存在的, 因为它具有无限的传播范围, 然而光学系统的有限孔径使其只能近似的保持这一特性, 即在有限的传播范围内, 横向场分布形状基本不变. 但尽管如此, 有限距离的无衍射光在现实中仍有相当大的应用前景. 如在长距离的准直以及长焦深的获取方面均有很广泛的应用^[2-4]. 圆锥透镜由于通光口径大, 传播距离远, 应用广泛. 但锥面镜加工困难, 尤其是要想获得很长的焦深, 锥面形更加困难.

本文利用稳相位法^[5,6] 讨论了当入射光为球面波时, 圆锥透镜的聚焦特性及无衍射光斑的质量, 得出: 选择恰当的球面入射波, 可以增加圆锥透镜的聚焦范围, 改善沿光轴的光强分布, 同时对衍射光斑质量的影响很小, 能达到应用要求. 对于半径 20 mm, 锥角 $\theta = 1 \times 10^{-2}$ 的圆锥透镜, 选择曲率半径为 1200 ~ 1400 mm 的球面入射波, 可使焦深扩展 200 mm 到 120 mm, 整个焦深范围横向场分布形状变化量不超过 15 μm .

1 衍射理论的分析

设圆锥透镜的锥角为 θ , 它对应的位相函数为

$$\theta(r) = \exp(-ik\beta_0 r) \quad (1)$$

式中 $\beta_0 \approx (n-1)\theta$, n 为材料的折射率, k 为波数,

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为入射波的波长.

在近轴条件下设入射球面波的位相函数为

$$\phi_{in}(r) = \exp\left(ki \frac{r^2}{2R}\right) \quad (2)$$

式中 R 为球面波的曲率半径.

于是在 $z > 0$ 的任意平面上衍射光的复振幅 $u(\rho, z)$ 可由菲涅耳积分求得

$$u(\rho, z) = \frac{2\pi r_b}{\lambda z^0} \int \exp\left[ki\left(\frac{r^2}{2z} + \frac{r^2}{2R} - \beta_0 r\right)\right] \times J_0\left(\frac{2\pi\rho r}{\lambda z}\right) r dr \quad (3)$$

式中 J_0 是零阶 Bessel 函数, r_b 为圆锥透镜的半径.

则轴上的复振幅 $u(0, z)$ 为

$$u(0, z) = \frac{2\pi r_b}{\lambda z^0} \int \exp\left[ki\left(\frac{r^2}{2z} + \frac{r^2}{2R} - \beta_0 r\right)\right] r dr \quad (4)$$

根据参考文献[7]第七章公式 3-8 可知

$$\int_a^b f(t) \exp[iK\mu(t)] dt \approx f(t_s) \left[\frac{2\pi}{K\mu''(t_s)} \right]^2 \exp\left\{i\left[K\mu(t_s) + \frac{\pi}{4}\right]\right\} + \frac{f(t)}{iK\mu'(t)} \exp[iK\mu(t)] \Big|_a^b, \quad (5)$$

$t_s \in (a, b)$
设 $K \rightarrow \infty$, $\mu''(t_s) > 0$, $\mu'(a) \neq 0$. 与 $\mu'(b) \neq 0$. 其中 $f(t)$ 与 $\mu(t)$ 均是单调函数, 并且在积分范围内缓慢变化. $\mu'(t)$ 与 μ'' 分别为 $\mu(t)$ 一阶微分和二阶微分, 而 t_s 是稳相位点的值, 可由下列方程解得.

$$\mu'(t_s) = 0 \quad (6)$$

在式(5)中可令 $f(t) = r$, $\mu(t) = \frac{r^2}{2z} + \frac{r^2}{2R} - \beta_0 r$, $K = k$, 于是根据式(6), 式(4)可变为

$$U(0, z) = U_g(r_s) \exp[i\phi_g(r_s)] + U_b(r_s) \exp[i\phi_b(r_s)] \quad (7)$$

式中

$$U_g(r_s) = \frac{kr_s}{z} \left[\frac{2\pi Rz}{k(z+R)} \right]^{1/2} \quad (8)$$

* 中科院创新课题(2002LQ.04)资助项目

Tel: 0431-6176893 Email: girlliuhua@sohu.com

收稿日期: 2003-11-03

$$U_b(r_s) = -\frac{r_b}{z\left(\frac{z+r_s}{zR}r_b - \beta_0\right)} \quad (9)$$

$$\phi_g(r_s) = \frac{kr_s^2}{2z} + \frac{kr_s^2}{2R} - k\beta_0 r_s - \frac{\pi}{4} \quad (10)$$

$$\phi_b(r_s) = \frac{kr_b^2}{2z} + \frac{kr_b^2}{2R} - k\beta_0 r_b + \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

根据边界衍射波理论, $U_g(r_s)$ 与 $U_b(r_s)$ 分别为几何波与边界衍射波的振幅, $\phi_g(r_s)$ 与 $\phi_b(r_s)$ 分别为几何波与边界衍射波的相位. 由式(7)可得轴上的光强分布为

$$I(0, r_s) = I_g(r_s) + I_b(r_s) + I_{bg}(r_s) \quad (12)$$

其中

$$I_g(r_s) = U_g^2(r_s) \quad (13)$$

$$I_b(r_s) = U_b^2(r_s) \quad (14)$$

$$I_{bg}(r_s) = 2U_g(r_s)U_b(r_s)\cos[\Delta\phi(r_s)] \quad (15)$$

$$\Delta\phi(r_s) = \phi_b(r_s) - \phi_g(r_s) = \frac{k(r_b^2 - r_s^2)}{2z} + \frac{k(r_b^2 - r_s^2)}{2R} - k\beta_0(r_b - r_s) + \frac{3\pi}{4} \quad (16)$$

$I_g(r_s)$, $I_b(r_s)$ 与 $I_{bg}(r_s)$ 分别为轴上光强的几何波部分, 边界衍射波部分及干涉部分, $\Delta\phi(r_s)$ 为几何波与边界衍射波的相位差.

利用 $\mu'(t_s) = 0$ 可得

$$\frac{r_s}{z} + \frac{r_s}{R} - \beta_0 = 0 \quad (17)$$

于是

$$r_s = \frac{\beta_0 z R}{z + R} \quad (18)$$

将式(18)代入式(12)中得

$$I(0, z) = I_g(z) + I_b(z) + I_{bg}(z) \quad (19)$$

$$I_g(z) = \frac{k^2 \pi R^3 \beta_0^3 z}{(z + R)^2} \quad (20)$$

$$I_b(z) = \left[\frac{r_b}{\left(\frac{r_b}{R} - \beta_0\right)z + r_b} \right]^2 \quad (21)$$

$$I_{bg}(z) = -2 \left[\frac{k^2 \pi R^3 z r_b^2}{(z + R)^3 \left(\left(\frac{r_b}{R} - \beta_0\right)z + r_b\right)^2} \right]^{1/2} \cdot \cos \left\{ \frac{k \left[r_b^2 - \left(\frac{\beta_0 z R}{z + R}\right)^2 \right]}{2z} + \frac{k \left[r_b^2 - \left(\frac{\beta_0 z R}{z + R}\right)^2 \right]}{2R} - k \left[r_b - \frac{\beta_0 z R}{z + R} \right] + \frac{3\pi}{4} \right\} \quad (22)$$

这便是圆锥透镜由球面入射波照射时轴上光强的计算公式. 轴上焦深可由式(21)确定, 即 $I_b(z) = \infty$, 则轴上焦深的计算公式为

$$z = -\frac{r_b}{\beta_0 - \frac{r_b}{R}} \quad R > \frac{r_b}{\beta_0} \quad (23)$$

可以看出当入射光为平面波即 R 为无穷大时, 焦深为 $z = \frac{r_b}{\beta_0}$, 而当入射光是球面波时, 显然焦深被拉长.

而光强的均匀性可由式(20)确定, 当由平面波照射时, 光强沿光轴呈线性增强, 而由球面波照射时, 光强沿光轴增强的幅度要变小. 由此可得用球面光照射圆锥透镜可以扩展焦深, 改善光强分布. 而中心光斑的值由零阶 Bessel 函数的第一个零点值决定. $J_0(x)$ 的第一个零点值发生在 $x = 2.4$ 处, 则中心光斑的半径计算公式为

$$\frac{2\pi\rho r_s}{\lambda z} = 2.4 \quad (24)$$

将式(18)代如上式得中心光斑的半径

$$\rho = \frac{2.4\lambda}{2\pi\beta_0} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \quad (25)$$

可以看出当入射光为平面波即 R 为无穷大时, 中心光斑的半径沿光轴是不变的, 而当入射光是球面波时, 中心光斑的半径沿光轴是不断增大的. 但选择恰当的球面光, 可以减小对中心光斑的尺寸的影响.

2 计算机模拟计算

圆锥透镜的半径 $r_b = 20$ mm, 折射率 $n = 1.5$, 锥角 $\theta = 1 \times 10^{-2}$, 入射光的波长 $\lambda = 0.6328$ μm ; 则 $\beta_0 \approx k(n-1)\theta = 0.0496459$ μm^{-1} . 入射波的曲率半径分别为: 1000 mm, 1200 mm, 1400 mm, ∞ (平面波), 沿光轴的光强分布如图 1. 由图 1 (c) 可以看出, 当用平面波照射圆锥透镜时焦深为 400 mm, 光强沿光轴线性增大. 而 (b) 和 (c) 则表明, 采用曲率半径为 1200 mm 和 1400 mm 的球面入射波, 其焦深分别为 600 mm, 520 mm, 焦深分别扩展了 200 mm, 120 mm. 可见用球面波照射圆锥透镜的确可以扩展焦深, 改善光强分布, 而且球面波的曲率半径越小, 焦深扩展的越长, 光强分布越均匀, 但是根据式(25), 对中心光斑尺寸的影响也越大. 图 2 是各入射波产生的中心光斑在不同位置的二维图. 由图可以看出对于同一种入射波而言 (平面入射波除外, 其中心光斑的半径沿光轴是不变的), 中心光斑的半径是沿光轴不断增大的. 而对于不同的入射波, 在光轴上同一位置中心光斑的半径是随入射波的曲率半径增大而不断变小的. 综合比较, 采用曲率半径为 1200 mm 到 1400 mm 的球面入射波, 即使在 $z = 500$ mm 处中心光斑的半径相对于平面入射波增大不到 15 μm , 对于一般的应用均可以达到要求, 其扩展的焦深为 200 mm 到 120 mm, 光强的均匀性也有所改善.

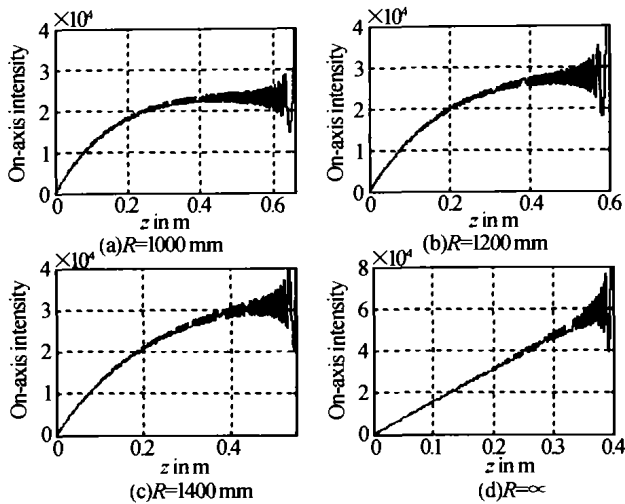


图1 轴上光强分布(平面波)
Fig.1 Axial intensity distribution(plane wave)

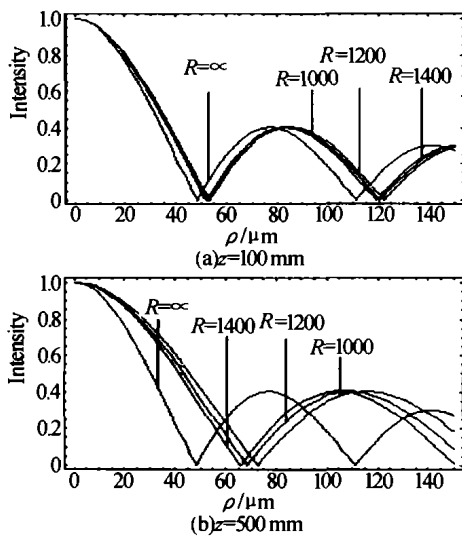


图2 轴上不同处中心光斑能量分布图
Fig.2 Central intensity distribution at different distances

3 结论

本文利用稳相位法分析了圆锥透镜的聚焦特性,分析结果表明:用球面波照射圆锥透镜时,可以增加圆锥透镜的聚焦范围,改善沿光轴的光强分布,同时又能保证横向场能量分布的质量.这种准确的长距离光学基准线不仅可以应用于许多大型乃至巨型机电设备(如发电机组)的安装测量,光学干涉仪等一系列精密光学仪器的装调对准,还可以应用于激光扫描测量物体轮廓以及光电检测等.

参考文献

- 1 McLeod J H. The axicon; a new type of optical element. *J Opt Soc Am*, 1954, **44**(8):592 ~ 593
- 2 Herman R M, Wiggus T A. Production and uses of diffractionless beams. *J Opt Soc Am (A)*, 1991, **8**(6): 932 ~ 942
- 3 McLeod J H. Axiconz and their uses. *J Opt Soc Am*, 1960, **50**(2):166 ~ 169
- 4 Rioux M, Tremblay R, Belanger P. Linear annular, and radial focusing with axicons and applications to laser machining. *Appl Opt*, 1978, **17**(10): 1532 ~ 1536
- 5 Friberg A T. Stationary-phase analysis of generalized axicon. *J Opt Soc Am*, 1996, **13**(4): 743 ~ 750
- 6 孙存英,黄富泉,赵道木,等. 边界衍射波理论公式的准确性数值分析. *光子学报*, 2002, **31**(6):758 ~ 761
Sun C Y, Huang F Q, Zhao D M, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(6): 758 ~ 761
- 7 Papoulis A. Systems and transforms with applications in optics. McGraw-Hill, New York, 1968. 323 ~ 350

The Focus Diffraction Property of Axicons Illuminated by Incident Spherical Wave

Liu Hua, Lu Zhenwu

State Key Lab of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022

Received date: 2003-11-03

Abstract Simple expressions based on the method of stationary-phase are derived for the axis line images produced by axicons illuminated by spherical wave. By using these expressions, the characteristics of its energy flow along axis and the lateral intensity distribution are gotten. The numerical calculations indicate that the on-axis intensity distribution and focal depth range can be developed and the lateral intensity distribution may be ensured by choosing correct spherical wave. For the axicons with 20 mm radius; 10^{-2} cone angle, when using incident spherical wave whose radius of curvature varies from 1200 mm to 1400 mm, the focal length increases from 200 mm to 120 mm and the lateral intensity distribution increases only 15 μm .

Keywords Diffraction; Axicons; Nondiffracting beams; Stationary-phase method



Liu Hua was born in 1976, in Liaoning Province. She studied in Northeast Normal University from 1977 to 2001 and received B. S. degree. Now she is studying for Ph. D. in Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics. Her research interests mainly include diffraction optics, design and fabrication of BOE.