

# 基于空间光调制器的计算全息成像特性

任秀云 程欣 刘轩 韩玉晶 国承山\*

(山东师范大学物理系, 山东 济南 250014)

**摘要** 把基于高分辨空间光调制器(SLM)的动态计算全息波面变换系统看作一个相干光学成像系统,分析并推导了该系统的点扩展函数(PSF),进而研究了 SLM 像素结构所引起的固有切趾和展宽效应. 通过计算机模拟考察了 SLM 填充因子和衍射距离对系统分辨率的影响,给出了满足抽样定理所要求的系统的最小衍射距离. 最后提出了一种消除 SLM 像素结构影响的物波频谱预处理方法. 这一研究为优化系统设计,完善波面变换系统提供了新的途径.

**关键词** 衍射光学;相干成像;点扩展函数;切趾;填充因子;空间光调制器

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

## 0 引言

计算全息是一种利用计算机来设计、制造计算全息图和衍射光学元件的技术. 由于计算全息术能够摆脱传统全息术对实际物体的依赖,可以通过输入数学表达式的方式构建虚拟物体,因而可以根据实际需要来产生许多有特殊功能的波前,如锥面波,贝塞尔光束,拉盖尔-高斯光束等,为波面变换提供了一种灵活的新方法<sup>[1-3]</sup>. 这种波面变换技术已经应用于干涉测量<sup>[4-6]</sup>,光互连<sup>[7]</sup>,原子光刻<sup>[8]</sup>等领域. 高分辨空间光调制器(spatial light modulator, SLM)的发展使得计算全息图可以动态实时再现;例如高分辨液晶显示器(liquid crystal display, LCD)和数字微反射镜阵列器件(digital micromirror device, DMD)的广泛应用,可以实现实时的三维物体再现<sup>[9,10]</sup>,制备可控制的阵列菲涅耳波带片<sup>[11]</sup>,进行各种动态波面变换等. 结合了计算全息术的实时动态全息系统可产生动态全息光镊和光扳手,已经在原子光学<sup>[12]</sup>,光学微操纵<sup>[13-15]</sup>等科学领域得到了成功的应用,显示了广阔的发展前景.

这种基于高分辨 SLM 的动态计算全息波面变换系统从全息图的设计、显示到光学再现的整个过程可以看作是一个相干光学成像过程. 不同于传统光学成像过程的是显示到 SLM 上的全息图是在计算机中制作的,因此该成像系统的物面是“虚拟的”. 在这样一个成像系统中,SLM 既是入射光瞳也是出射光瞳,其作用类似于数字全息中用于记录全息图的电荷耦合器件<sup>[16]</sup>. SLM 对入射光的调制特性,如振幅调制特性、相位调制特性、点阵结构等,是影响系统成像质量的关键因素. 其中点阵结构特性是目

前较常使用的 SLM,如高分辨 LCD、DMD 等器件,所具有的一个基本特征. 文中对 SLM 的像素结构特别是填充因子对再现像的影响进行了详细的理论分析和计算机模拟研究,给出了考虑 SLM 像素结构的情况下系统的点扩展函数(point spread function, PSF),并在此基础上定量分析了 SLM 的填充因子对再现像分辨本领的影响,给出了有关计算机模拟结果,并提出了一种对物波频谱进行预处理,消除这一影响的可行性方法.

## 1 计算全息成像系统及其点扩展函数

图 1 是非涅耳型动态计算全息成像或波面变换系统的装置简图,描述了计算全息从记录到再现的全过程. 图中,  $(x_1, y_1)$  平面为原始物面,  $(x, y)$  平面为 SLM 面,即全息图平面,距离物面  $d$ . 再现像面  $(x_d, y_d)$  在 SLM 面后  $d$  处. 对于计算全息,原始物面  $(x_1, y_1)$  是虚拟的,由计算全息图的设计参量决定.

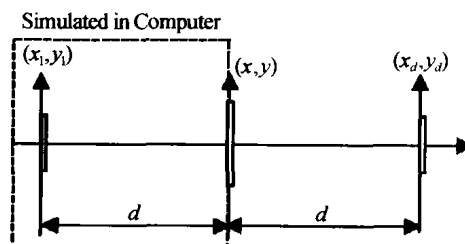


图 1 菲涅耳型计算全息波面变换系统  
Fig. 1 Geometry of the Fresnel computer-generated holographic imaging system

因为常用的液晶空间光调制器像素尺寸一般可近似成正方形或长方形,如图 2,其二维 PSF 可以分解为正交的  $x, y$  一维函数的乘积,所以在此考虑简单而又不失代表性的一维 PSF. 点光源  $\delta(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$  发出的原始物波,傍轴近似条件下在 SLM 面的一维复振幅可表示为

$$h(x) = \exp(-i \frac{\pi}{\lambda d} x^2) \quad (1)$$

\* Email: guochsh@sdnu.edu.cn

收稿日期:2004-07-12

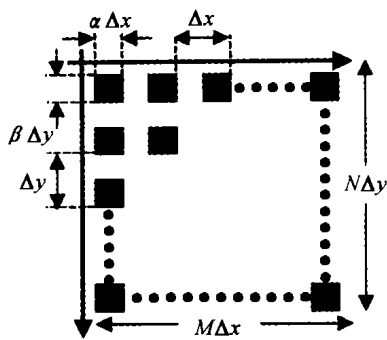


图2 SLM 结构简图  
Fig.2 Geometry of the SLM arrays

式中  $d$  为物面到 SLM 面的距离. 把这一球面波编码到 SLM 上, 则其光场复振幅可以写为

$$u(x) = [h(x) \text{comb} \left( \frac{x}{\Delta x} \right) \text{rect} \left( \frac{x}{M\Delta x} \right)] * \text{rect} \left( \frac{x}{\alpha\Delta x} \right) \quad (2)$$

式中  $*$  表示卷积, 矩形函数  $\text{rect} [x/(\alpha\Delta x)]$  表征 SLM 的  $x$  方向单元像素,  $\alpha \in (0, 1)$  为填充因子,  $\Delta x$  为像素尺寸. 整个 SLM 尺寸大小对再现像的限制表示为  $\text{rect} [x/(M\Delta x)]$ ,  $M$  是 SLM 沿  $x$  方向的像素数. 基于菲涅耳标量衍射及傅里叶变换理论, 传播到距离  $d$  后的再现像面的光场复振幅计算为

$$U_d \left( \frac{x_d}{\lambda d} \right) = C \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda d} x_d^2 \right) F \left[ u(x) \exp \left( i \frac{\pi}{\lambda d} x^2 \right) \right] \quad (3)$$

式中  $F$  表示傅里叶变换, 常位相因子和振幅略写为常量  $C$ . 将  $u(x)$  代入式(3)并化简得

$$U_d(\xi) = C \left\{ \exp \left( i\pi\lambda d \xi^2 \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[ M\Delta x \left( \xi + \frac{n}{\Delta x} \right) \right] \right\} * \text{rect} \left[ \lambda d \xi / (\alpha\Delta x) \right] \quad (4)$$

式中  $\xi = x_d/(\lambda d)$ . 一般情况下  $M \gg 1$ , 那么  $1/\Delta x \gg 1/(M\Delta x)$ , 也就是说相邻两个 sinc 函数中心点的间距远大于其主瓣宽度. 所以可以只取其中  $n = 0$  的一项, 将式(4)简化为

$$U_d \left( \frac{x_d}{\lambda d} \right) = C \left[ \exp \left( i\pi \frac{x_d^2}{\lambda d} \right) \text{sinc} \left( M\Delta x \frac{x_d}{\lambda d} \right) \right] * \text{rect} \left( \frac{x_d}{\alpha\Delta x} \right) \quad (5)$$

结果表明, 菲涅耳型计算全息成像系统 PSF 是 SLM 矩孔的夫琅和费衍射乘二次位相因子  $\exp \left( i \frac{\pi}{\lambda d} x_d^2 \right)$  后再卷积像素尺寸所决定的 rect 函数. 显然, 系统的分辨率将会受波长、衍射距离等记录参量及诸如填充因子、像素尺寸和像素数等 SLM 参量的影响.

## 2 计算机模拟及讨论

填充因子  $\alpha$  近似为零时, SLM 的积分效应可忽略. 又因  $x_d \ll d$ , 故可略去二次位相因子  $\exp \left( i \frac{\pi}{\lambda d} x_d^2 \right)$

的影响, 此时系统点扩展函数式(5)简化为

$$U_d = C \text{sinc} \left( \frac{M\Delta x}{\lambda d} x_d \right) \quad (6)$$

由此可见, 不考虑填充因子时计算全息成像系统的 PSF 可看成是 SLM 尺寸决定的矩孔的夫琅和费衍射. 当  $\alpha \neq 0$  时, 则必须考虑像素大小, 积分效应将影响 PSF. 为能直观地看出填充因子对系统 PSF 的影响, 用计算机模拟点物的成像过程. 模拟中参量设置为:  $x$  方向像素数  $M = 512$ , 像素尺寸  $\Delta x = 18 \mu\text{m}$ , He-Ne 激光波长  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ . 图3给出了设计衍射距离  $d = 150 \text{ mm}$  时系统 PSF 在  $x$  方向振幅分布的部分曲线. 图中曲线 A, B, C 分别对应填充因子  $\alpha$  为 0, 0.5 和 0.9 时 PSF 振幅分布. 由图3可以看出, 非零填充因子的 PSF 被切趾, 表现为: 1) 中央峰的宽度被展宽. 2) 次极大变小. 研究中还发现, 切趾程度主要与填充因子的大小有关. 切趾程度可以用中央峰的相对展宽程度  $E = \Delta x_a / \Delta x_u$  来表征, 其中  $\Delta x_a$  表示切趾 PSF 的中央峰宽度,  $\Delta x_u$  表示相应距离时零填充因子 PSF 的中央峰宽度. 图4给出了不同衍射距离时  $E$  与  $\alpha$  的关系曲线. 图中曲线 A、B、C、D 和 E 依次对应衍射距离为 150 mm、200 mm、250 mm、300 mm 和 350 mm 时的情况. 显然, 相对展宽程度随填充因子的增大而增大. 值得注意的是, 当衍射距离大于 250 mm 时, 中央峰随填充因子的扩展就不再那么明显了. 图5进一步给出了设计衍射距离  $d = 150 \text{ mm}$  时系统 PSF 次极大高度与填充因子的关系曲线. 该曲线表明: 次极大高度随填

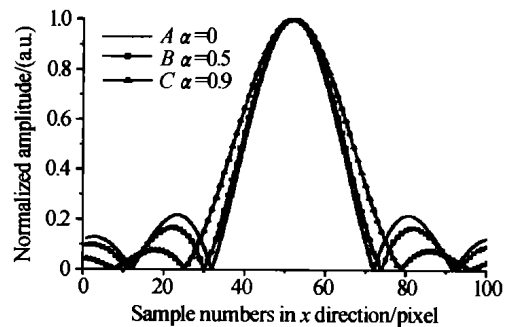


图3 不同填充因子时 PSF 在  $x$  方向的相对振幅分布  
Fig.3 Section curves of the PSF in  $x$  direction

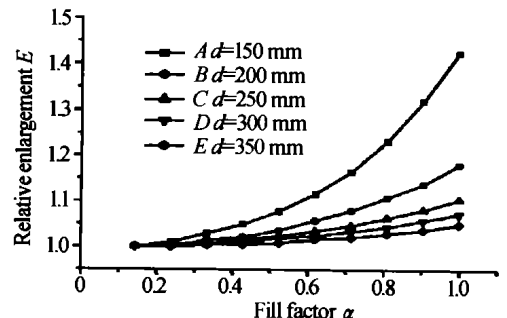


图4 主极大的相对展宽程度与 SLM 填充因子的关系曲线  
Fig.4 Relationships between the relative enlargement  $E$  and the fill factor  $\alpha$

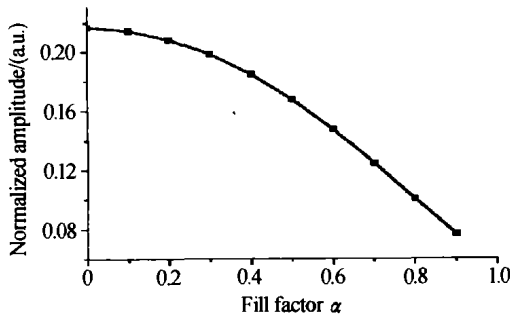


图5 PSF次极大高度与SLM填充因子关系曲线

Fig. 5 Normalized amplitude of the secondary maximum of the PSF versus the fill factor of the SLM

充因子的增大而降低。综上所述,填充因子越大,系统PSF的中央峰的展宽越严重,但同时,次极大的高度则有所降低,能量越集中于中央主极大。

由式(6)可知衍射距离越小,系统横向分辨率越高。但实际上由于式(6)是在满足抽样定理的条件下得到的,衍射距离并不是任意的。从图4也可以看出存在一个约为250 mm的最小衍射距离,使得衍射距离小于此值时随填充因子的增大中央峰迅速展宽,分辨率迅速降低。考虑到衍射距离为 $d$ 的球面波在SLM抽样平面上的最高空间频率为

$$f_{LM} = M\Delta x / 2\lambda d \quad (7)$$

$d$ 的取值受到了SLM抽样间隔(或像素间隔)的限制,也就是

$$M\Delta x / 2\lambda d \leq 1/2\Delta x \quad (8)$$

当式(8)取等号时,可求得最小衍射距离

$$d_{\min} = M\Delta x^2 / \lambda \quad (9)$$

式(9)表明,最小衍射距离正比于像素数和像素尺寸的平方,而反比于波长。将参量 $M = 512$ ,  $\Delta x = 18 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 代入,可求得: $d_{\min} = 262 \text{ cm}$ 。

### 3 消除像素结构影响的预处理方法

如上所述,填充因子的增大将引起点扩展函数中央峰的展宽,从而引起再现像高频能量的损失,影响像质。而且,SLM像素结构往往是矩形的或不规则的多边形,因此与这样一个像素形状函数卷积将影响再现波面的轮廓,这是在波面变换应用中所不希望出现的情况。鉴于计算全息可以通过数学描述灵活地构建虚拟物体,可以在编码全息图前对物波的空间频谱进行预处理,以达到消除像素结构影响的目的。

首先根据给定的SLM参量或相关测量数据写出像素形状函数 $p(x, y)$ 及其频谱函数 $P(f_x, f_y)$ 。然后计算物波频谱函数 $U_0(f_x, f_y)$ ,与 $\text{rect}(f_x, f_y) / P(f_x, f_y)$ 相乘,并进行反傅里叶变换,求得处理后的物波函数 $u_0'(x, y)$ 。最后编码该物波函数获得全息图。用一平面波照明再现SLM上所编码的全息图,

再现波面为

$$u_0'(x, y) * \text{sinc}\left(\frac{Mx\Delta x}{\lambda d}, \frac{Ny\Delta y}{\lambda d}\right) * [p(x, y)] = u_0(x, y) * \text{sinc}\left(\frac{Mx\Delta x}{\lambda d}, \frac{Ny\Delta y}{\lambda d}\right) \quad (10)$$

式中 $*$ 表示卷积。显然,这种预处理方法完全消除了像素形状函数对再现波面的影响,因而是可行的。

### 4 结论

显示计算全息图到SLM上并光学再现的计算全息波面变换系统可以看作一个相干光学成像系统。基于傅里叶光学,推导了菲涅耳型动态计算全息波面变换系统的PSF。系统PSF基本可看成一个sinc函数,而非零填充因子促成了全息图光强的积分平均效应。分析了SLM像素结构所引起的固有切趾和展宽效应,通过计算机模拟给出了切趾程度与SLM填充因子的关系曲线。填充因子越大,PSF中央峰的相对展宽程度越大,系统分辨率越低;同时,PSF次极大的高度越低,像的亮度越高。另外还发现,相对展宽程度随衍射距离的增大而减小。此外,还给出了系统的最小衍射距离,并提出了一种消除这一影响的预处理方法。这一研究表明,物波频谱的预处理是补偿再现系统,提高再现像质量的一种可行方法。该研究结果为系统优化设计和完善提供了参考依据。

#### 参考文献

- 1 张良,史云飞. 用二元光学技术制作计算全息波面变换元件. 光学学报, 2001, 21(9): 1150 ~ 1152  
Zhang L, Shi Y F. *Acta Optica Sinica*, 2001, 21(9): 1150 ~ 1152
- 2 隋成华. 用计算全息元件对高斯光束实现贝塞尔变换. 应用激光, 1994, 14(4): 153 ~ 156  
Sui C H. *Applied Laser*, 1994, 14(4): 153 ~ 156
- 3 Aril J, Dholakia K, Allen L, et al. The production of multiringed Laguerre-Gaussian modes by computer-generated holograms. *J Mod Opt*, 1998, 45(6): 1231 ~ 1237
- 4 李恩普,陆福一,陈长乐,等. 激光无损检测钣金胶接结构缺陷大小的判定. 光子学报, 1994, 23(5): 457 ~ 462  
Li E P, Lu F Y, Chen C L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 1994, 23(5): 457 ~ 462
- 5 Guo Chengshan, Rong Zhenyu, Wang Huitian, et al. Phase-shifting with computer-generated holograms written on a spatial light modulator. *Appl Opt*, 2003, 42(35): 6975 ~ 6979
- 6 王春霞,伍凡,侯德胜. 计算机产生全息图对补偿器检测的技术研究. 光子学报, 2003, 32(5): 592 ~ 594  
Wang C X, Wu F, Hou D S. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(5): 592 ~ 594
- 7 张培琨,李育林,乔学光,等. 光互连中二元计算全息算

- 法的研究. 光子学报, 1997, 26(12): 1086 ~ 1090
- Zhang P K, Li Y L, Qiao X G, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 1997, 26(12): 1086 ~ 1090
- 8 石建平, 陈旭南, 陈献忠, 等. 原子束计算全息片的设计与制作研究. 光子学报, 2003, 32(5): 598 ~ 600
- Shi J P, Chen X N, Chen X Z, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(5): 598 ~ 600
- 9 Plesniak W. Incremental update of computer-generated holograms. *Opt Eng*, 2003, 42(6): 1560 ~ 1571
- 10 Natoba O, Naughton T J, Frauel Y, *et al.* Real-time three-dimensional object reconstruction by use of a phase-encoded digital hologram. *Appl Opt*, 2002, 41(29): 6187 ~ 6192
- 11 陈怀新, 魏宏刚, 陈祯培, 等. 采用液晶空间光调制器的可控性阵列菲涅耳波带片. 光子学报, 2001, 30(5): 562 ~ 566
- Chen H X, Wei H G, Chen Z P, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2001, 30(5): 562 ~ 566
- 12 McGloin D, Spalding G C, Melville H, *et al.* Application of spatial light modulators in atom optics. *Opt Express*, 2003, 11(2): 158 ~ 166
- 13 MacDonald M P, Volke-Sepulveda K, Paterson L, *et al.* Revolving interference patterns for the rotation of optically trapped particles. *Opt Commun*, 2002, 201: 21 ~ 28
- 14 Grier D G. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 2003, 424: 810 ~ 816
- 15 Macdonald M P, Paterson L, Volke-Sepulveda K, *et al.* Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures. *Science*, 2002, 296: 1101 ~ 1103
- 16 刘诚, 朱健强. 数字全息形貌测量的基本特性分析. 强激光与粒子束, 2002, 14(3): 328 ~ 330
- Liu C, Zhu J Q. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, 14(3): 328 ~ 330

## Imaging Properties of the Computer-generated Holograms Based on a Spatial Light Modulator

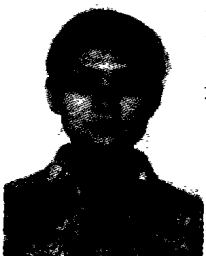
Ren Xiuyun, Cheng Xin, Liu Xuan, Han Yujing, Guo Chengshan

*Department of Physics, Shandong Normal University, Ji'nan 250014*

Received date: 2004-07-12

**Abstract** The dynamic computer-generated holographic imaging system with spatial light modulators (SLM) is considered as a special coherent imaging system, and the point spread function (PSF) of this system is derived. Based on the PSF, the apodization and the enlargement caused by the pixelated SLM are analyzed, and the influences of the fill factor of SLM and the diffraction distance on the resolution of this imaging system are investigated by computer simulation. Moreover, the minimum diffraction distance required for sampling theorem is also considered, and a pretreatment method for eliminating this influence is reported. This work is meaningful to the perfection of this system.

**Keywords** Diffractive optics; Point Spread Function; Coherent imaging system; Apodization; Fill factor; Spatial Light Modulator



**Ren Xiuyun** was born in Shandong. She is working on her M. S. degree in Department of Physics of Shandong Normal University under the direction of Prof. Guo Chengshan. Her main research is focused on diffraction optics and information optics.