

光子晶体光纤的纤芯等效半径分析*

贾俊明 陈明阳 向阳 于荣金

(燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛 066004)

摘要 应用有限差分光束传播法和平面波展开法分别计算得到光子晶体光纤的基模有效折射率和包层有效折射率, 结合阶跃折射率光纤的模式色散方程解出该结构的等效芯半径. 通过对不同结构下光子晶体光纤的研究, 找到其等效芯半径随结构参数的变化规律, 并根据计算结果将此规律以近似公式的形式给出. 该分析和结果可为利用有效折射率法分析光子晶体光纤时等效芯半径的选取提供一定的理论依据.

关键词 光子晶体光纤; 等效芯半径; 光束传播法; 模式色散方程

中图分类号 TN248.1 **文献标识码** A

0 引言

自1996年第一个光子晶体光纤 (photonic crystal fibers, 缩写 PCFs) 样品问世以来, PCFs 就以其奇特的性能而受到了极大关注^[1-5]. 人们提出了多种理论模型来分析和研究光子晶体光纤, 有效折射率法 (effective index approach) 是其中最为方便、简单的一种, 它将 PCFs 等效为传统阶跃折射率光纤 (step index fibers, 缩写 SIFs), 然后结合 SIFs 的模式理论来研究光子晶体光纤. 但目前对于有效折射率法的核心问题——等效芯半径的选择却不尽相同, 文献[6~9]都将等效芯半径与孔间距的比值取为常数, 而与孔径无关, 当孔径变化较大时, 这样取法显然是不合理的; 文献[10]的取法虽然引入了孔径对等效芯半径的影响, 但比较粗糙, 而且忽略了波长变化对等效芯半径的影响, 所以也是不合理的. 等效芯半径不合理的取法是有有效折射率法在应用上受到很大局限的根本原因. 本文针对目前正在研制的塑料光子晶体光纤, 分别采用有限差分光束传播法 (finite-difference beam propagation method, 缩写 FD-BPM) 和平面波展开法 (plane-wave expansion method, 缩写 PWEM) 计算了不同结构下基模有效折射率和包层有效折射率, 应用阶跃折射率光纤模式色散方程求解出塑料光子晶体光纤相应结构的等效芯半径, 由此找出等效芯半径与结构参数的关系. 由于石英光子晶体光纤与塑料光子晶体光纤在材料折射率上差别不大, 因而该结果也同样适用于石英光子晶体光纤.

1 理论和公式

1.1 BPM 理论

采用 FD-BPM 方法可以对光子晶体光纤的模式进行数值求解, 得到模场分布及其传播常数 β . 不考虑光纤的矢量特性 (例如偏振) 时, 使用标量方程就能实现较好的近似. 应用三维标量 Helmholtz 方程, 在缓变包络近似下得到电场的 Fresnel 标量波方程为^[11,12]

$$2jk_0 n_r \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + k_0^2 (n^2(x, y) - n_r^2) E \quad (1)$$

式中 n_r 为参考折射率. 对式(1), 横向采用中心差分格式, 纵向采用超松弛差分格式, 使之离散化, 整理后得到形如

$$PE^{l+1} = B^l \quad (2)$$

的线性方程组. 对于固定的网格剖分和结构参数, P 为常系数矩阵, B^l 是第 l 个截面场分布 E^l 的函数, E^{l+1} 为第 $l+1$ 个截面的场分布. 显然, 在给定初始场分布 $E(x, y, 0)$ 后, 求解方程组(2)可以得到纵向各截面场分布 $E(x, y, \Delta z)$ 、 $E(x, y, 2\Delta z)$ 、 \dots 、 $E(x, y, N\Delta z)$.

对于导模传播常数的计算, 文献[13]通过对初始场与纵向各截面场的相关函数作 Fourier 变换来实现. 与之不同, 我们采用下面的方法对场作处理, 从而解出导模的传播常数. 因

$\Phi = E(x, y, z) e^{-i\beta_0 z}$ (已经去掉了与时间的依赖关系 $e^{j\omega t}$)

式中 Φ 为电场的复振幅, $E(x, y, z)$ 为 Φ 的包络函数, $e^{-i\beta_0 z}$ 为电场随 z 快速周期变化部分, $\beta_0 = n_r k$. 对 Φ 作离散 Fourier 变换, 得到其频域功率函数

$$p(\beta) = \sum_{n=0}^N E(x_0, y_0, n\Delta z) e^{-i\beta_0 n\Delta z} e^{-i\beta n\Delta z}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

寻找 $p(\beta)$ 峰值点对应的 β 值, 即为光纤导模的传播

*国家自然科学基金(批准号: 60277007)资助课题
Tel: 0335-8074706 Email: jiajunmingmail@163.com
收稿日期: 2003-11-17

常数. 显然, 选择合适的点 (x_0, y_0) , 根据式(1)和(2)解出该点沿纵向 N 个点的场值 $E(x_0, y_0, nz)$, 应用式(3)即可获得导模的传播常数. 与文献[13]的方法相比, 这种方法具有简洁、计算速度快的优点.

2.2 等效芯半径的计算

对于阶跃折射率光纤, 若纤芯折射率 n_1 、包层折射率 n_2 及模式有效折射率 n_{eff} 已知, 其导模的模色散方程^[14]为

$$\left[\frac{J'_m(U)}{UJ_m(U)} + \frac{K'_m(W)}{WK_m(W)} \right] \left[n_1^2 \frac{J'_m(U)}{UJ_m(U)} + n_2^2 \frac{K'_m(W)}{WK_m(W)} \right] = \left(\frac{m\beta}{k_0} \right)^2 \left(\frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right) \quad (4)$$

式中 $W^2 = (\beta^2 - k_0^2 n_2^2) r^2$, $U^2 = (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) r^2$, $\beta = n_{eff} k_0$, r 为纤芯半径. 对于主模 HE_{11} , $m = 1$, $n_1^2 \approx n_2^2$, 利用公式

$$J'_m(U) = -\frac{1}{U} J(U) + J_0(U)$$

$$K'_1(W) = -K_0(W) - \frac{1}{W} K_1(W)$$

将式(4)化简为

$$\frac{J_0(U)}{UJ_1(U)} = \frac{K_0(W)}{WK_1(W)} \quad (5)$$

式(5)中, 若已知 n_1 、 n_2 和 n_{eff} , 利用数值方法求解方程便可得到光纤的等效芯半径 r .

3 数值结果分析

为验证 FD-BPM 方法的可靠性, 本文采用 FD-BPM 和 PWEM 两种方法计算了不同结构参数下塑料光子晶体光纤的基模有效折射率 n_{eff} , 并就数值模拟结果进行了比较. 图 1 给出了空气孔为三角形结构排列, 纤芯折射率, $n_1 = 0.2$, $d/\Lambda = 0.3, 0.4, 0.45$, 归一化频率 Λ/λ 为 2 ~ 10 时的基模有效折射率曲线. 其中, 用 FD-BPM 方法计算时空气孔取为三层; 而用 PWEM 方法计算时, 当 $\Lambda/\lambda = 2, 3$ 时空气孔取六层, 其它的取四层.

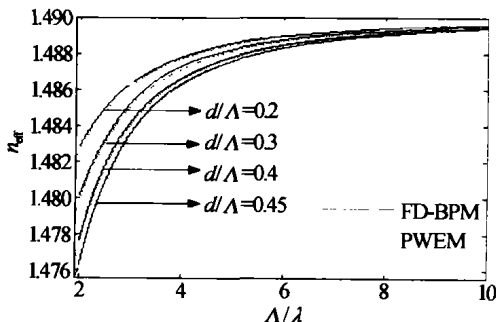


图 1 FD-BPM 和 PWEM 方法得到的基模有效折射率
Fig. 1 Effective indices (n_{eff}) of the fundamental mode computed by means of FD-BPM and PWEM

从图 1 可以看出, 两种方法模拟出的两组基模有效折射率曲线基本一致; 光纤结构一定时, 基模有效折射率 n_{eff} 随波长 λ 的减小而增大; 通过比较也发现, 总体上 FD-BPM 法的计算结果略大于 PWEM 方法的结果. 这是因为 FD-BPM 法计算时所采用的空气孔层数比 PWEM 法少, 孔层数的减少使得包层有效折射率 n_{clad} 增大, 而基模有效折射率也随之增大. 这说明了本文采用的 FD-BPM 方法是可靠的.

为研究塑料光子晶体光纤等效成阶跃折射率光纤时等效芯半径 r 的变化规律, 对于三角形分布的空气孔结构, 定义归一化等效芯半径 $r_{norm} = r/\Lambda$, 采用三维标量 FD-BPM 方法模拟了不同结构下的基模有效折射率 n_{eff} 的变化曲线, 并借助于 PWEM 方法计算了相应结构的包层有效折射率 n_{clad} (图 2). 然后利用 SIFs 的本征模色散方程(5)计算得到归一化等效芯半径 r_{norm} 的变化曲线(图 3).

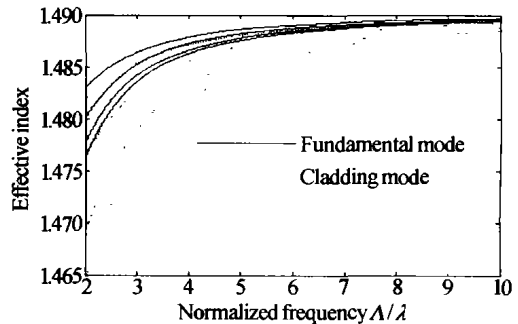


图 2 基模有效折射率与包层有效折射率随归一化频率的变化曲线

Fig. 2 Variation of effective index of fundamental mode and cladding mode with normalized frequency

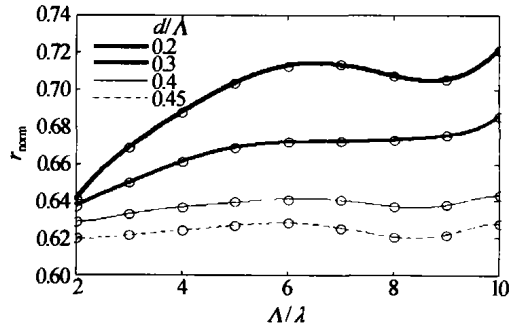


图 3 归一化等效芯半径(r_{norm})随归一化频率的变化曲线
Fig. 3 Variation of normalized equivalent radius(r_{norm}) with normalized frequency

图 2 表示纤芯折射率 $n_1 = 1.49$, 相对孔径 $d/\Lambda = 0.2, 0.3, 0.4, 0.45$ 时 n_{eff} 和 n_{clad} 随归一化频率 Λ/λ 的变化曲线. 图 2 可以看出, 对于确定的结构, 随着波长 λ 减小(归一化频率 Λ/λ 的增大), n_{eff} 和 n_{clad} 逐渐增大并趋近于 1.49; 若归一化频率 Λ/λ 一定, 则孔直径 d 越小, 包层有效折射率越大, 基模有效折射率也越大, 说明包层空气所占比例越小, 基模有效折射率就越大, 这也从另一方面说明了图 1 中 FD-BPM 法计算结果比 PWEM 略大的原因.

图 3 为上述塑料光子晶体光纤结构参数下的归一化等效芯半径 r/Λ 随归一化频率 Λ/λ 的变化曲线。图中可以看出, 归一化频率一定时, 孔径越大, 其归一化等效芯半径 r_{norm} 越小。由光子晶体光纤理论, 当 Λ 和 λ 不变, 孔径增大 (d/Λ 增大) 时, 光纤对光的束缚力增强, 基模场半径变小, 这就相当于等效

阶跃折射率光纤的芯半径减小。图 4(a) ~ (c) 给出了归一化频率 $\Lambda/\lambda = 6$, 相对孔径大小 $d/\Lambda = 0.2, 0.3, 0.4$ 时的基模场分布。图中可以明显地看出 Λ/λ 不变时, 孔径越大, 光纤对光的束缚能力越强, 因而归一化等效芯半径相对变小。

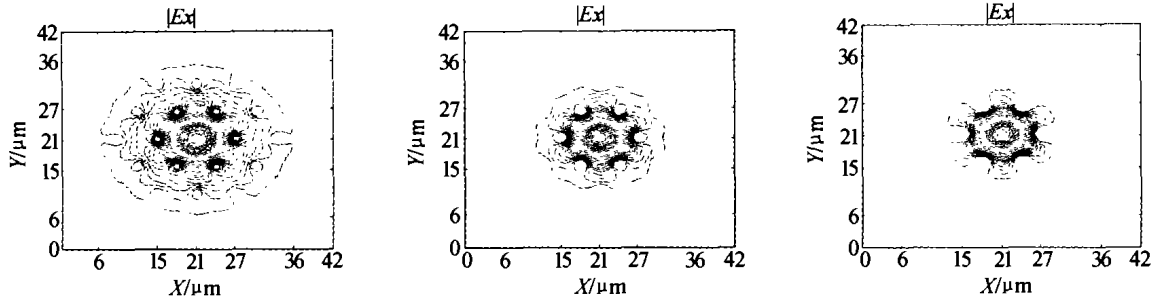


图 4 相对孔径 (d/Λ) 不同时的基模电场分布
Fig. 4 Electric field distributions of the fundamental mode with different d/Λ

图 3 中, 当 $d/\Lambda = 0.4, 0.45$ 时, 随着波长 λ 的变化, r_{norm} 变化较小, 分别在 0.637 和 0.623 附近的小范围内波动, 与文献 [5] 中采用的 0.625 相近, 虽然文献 [8] 是针对石英光子晶体光纤 ($n = 1.45$) 提出的, 但考虑到与本文塑料光子晶体光纤 ($n = 1.49$) 只在折射率上略有差别, 两者具有比较相近的结果也是合理的。对于 $d/\Lambda = 0.2, 0.3$ 时的两条曲线, 在长波长时, r_{norm} 基本呈线性变化, 而在短波长时变化则较平缓, 分别在 0.704 和 0.673 附近有所变化。其中对于长波长情况, 由于波长相对孔径较大, 空气孔对基模的束缚能力随孔径的变化较明显, 所以 r_{norm} 在这一范围也有较快的变化; 而在短波长以及 $d/\Lambda = 0.4, 0.45$ 时, 空气孔对基模的束缚力较强, 但此时波长的变化对这种束缚力影响很小, 因此 r_{norm} 在这一范围内变化较平缓。

2.28%、4.1% 和 3.15%。式 (6) 在 $2 \leq \Lambda/\lambda \leq 10, 0.2 \leq d/\Lambda \leq 0.7$ 范围内是适用的。对于 $d/\Lambda < 0.2$ 或者 $d/\Lambda > 0.7$ 的情况, 由于 FD-BPM 方法的限制而无法加以验证。由以上分析推测, 当 $d/\Lambda < 0.2$ 时, 归一化等效芯半径会有所增大, 受波长的影响较大; 而当 $d/\Lambda > 0.7$ 时, 归一化等效芯半径对波长不敏感, 其大小应该在 0.5 附近。

4 结论

应用 FD-BPM 方法, 通过对纵向场点作 Fourier 变换得到导模的传播常数, 该方法与采用相关函数法得到的结果具有同样的精度, 而实现起来更加简洁。本文的结果使得有效折射率法可以按照光子晶体光纤的结构来设置其等效芯半径, 在发挥其快捷高效优点的同时, 使分析变得更加精确。等效芯半径本身也是表征光子晶体光纤特性的一个参数, 对其变化趋势的研究有助于人们进一步深入理解光子晶体光纤的传输特性。

考虑到波长 λ 相对孔间距 Λ 较小 (Λ/λ 较大) 时 FD-BPM 方法的横向剖分网格相对波长 λ 较大, 使得计算精度有所降低, 由模色散方程 (5) 计算出的 r_{norm} 也稍有波动, 从图中可以看出, $\Lambda/\lambda = 10$ 时误差相对较大一些。我们可以用最小二乘法作一线性拟合曲线, 进而估计误差较大点的值。根据图 4 数据, 给出下面的近似计算公式

参考文献

- 1 Birks T A, Knight J C, Russell P St J, et al. Endlessly single-mode photonic crystal fibre. *Opt Lett*, 1997, 22(13): 961 ~ 963
- 2 Ortigosa-Blanch A, Knight J C, Wadsworth W J, et al. Highly birefringent photonic crystal fibers. *Opt Lett*, 2000, 25(18): 1325 ~ 1327
- 3 Knight J C, Arriaga J, Birks T A, et al. Anomalous dispersion in photonic crystal fiber. *IEEE Photon Technol Lett*, 2000, 12(7): 807 ~ 809
- 4 同培光, 阮双琛, 杜晨林, 等. 飞秒脉冲作用下光子晶体光纤超连续谱的产生. *光子学报*, 2003, 32(11): 1299 ~ 1301

Yan P G, Ruan S C, Du C L, et al. *Acta Photonica Sinica*,

$$r_{\text{norm}} = \begin{cases} Ae^{-B\frac{d}{\Lambda}} \left(\frac{\Lambda}{\lambda} - 6 \right) + 0.767 - 0.315 \frac{d}{\Lambda}, & 2 \leq \Lambda/\lambda < 6 \\ 0.767 - 0.315 \frac{d}{\Lambda}, & 6 \leq \Lambda/\lambda \leq 10 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $A = 28.46, B = 27.45$ 。为验证公式的有效性, 将 $d/\Lambda = 0.35, \Lambda/\lambda = 3, 8$ 以及 $d/\Lambda = 0.7, \Lambda/\lambda = 3, 8$ 时, 结合 FD-BPM 计算出的归一化等效芯半径与式 (6) 的计算值作比较, 其相对误差分别为 2.76%、

- 2003, **32**(11): 1299 ~ 1301
- 5 阮双琛, 杨冰, 朱春艳, 等. 2.2W 掺 Yb^{3+} 双包层光子晶体光纤激光器. 光子学报, 2004, **33**(1): 15 ~ 16
Ruan S C, Yang B, Zhu C Y, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(11): 1299 ~ 1301
- 6 Knight J C, Birks T A, Russell P St J, *et al.* Properties of photonic crystal fiber and the effective index model. *J Opt Soc Am A*, 1998, **15**(3): 748 ~ 752
- 7 Broeng J, Mogilevstev D, Barkou S E. Photonic crystal fibers: a new class of optical waveguides. *Opt Fiber Technol*, 1999, **5**: 305 ~ 330
- 8 Birks T A, Mogilevtsev D, Knight J C, *et al.* Analogy between photonic crystal fibres and step index fibres. Conf. Opt. Fiber Commun., Tech. Dig. Ser., New Jersey, 1999. 114 ~ 116
- 9 Riishede J, Barkou S E, Bjarklev A, *et al.* Photonic crystal fibres and effective index approaches. Proc. 27th Eur. Conf. On Opt. Commun., Amsterdam, 2001, **4**: 522 ~ 523
- 10 李曙光, 刘晓东, 侯蓝田. 光子晶体光纤的导波模式和色散特性研究. 物理学报, 2003, **52**(11): 2811 ~ 2817
- Li S G, Liu X D, Hou L T, *et al.* *Acta Phys Sin*, 2003, **52**(11): 2811 ~ 2817
- 11 Chung Y C, Dagli N. Analysis of Z-invariant and Z-variant semiconductor rib waveguides by explicit finite difference beam propagation method with nonuniform mesh configuration. *IEEE J Quantum Electron*, 1991, **27**(10): 2296 ~ 2305
- 12 Huang W P, Xu C L. Simulation of three-dimensional optical waveguides by a full-vector beam propagation method. *IEEE J Quantum Electron*, 1993, **29**(10): 2639 ~ 2649
- 13 Feit M D, Fleck J A. Computation of mode properties in optical fiber waveguides by a propagating beam method. *Appl Opt*, 1980, **19**(7): 1154 ~ 1164
- 14 Gerd Keiser 著, 李玉权, 崔敏, 蒲涛等, 译. 光纤通信. 第三版. 北京: 电子工业出版社, 2002. 38 ~ 39
Keiser G, Translated by Li Y Q, Cui M, Pu T, *et al.* *Optical Fiber Communications*. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002. 38 ~ 39

Study of Equivalent Core Radius of Photonic Crystal Fibers

Jia Junming, Chen Mingyang, Xiang Yang, Yu Rongjin

Information Science and Engineering College, Yanshan University, Qinhuangdao 066004

Received date: 2003-11-17

Abstract The effective index of fundamental mode and effective cladding index for index-guiding photonic crystal fibers with triangular lattice are calculated by using finite-difference beam propagation method and plane wave expansion method, respectively. Then the equivalent core radius for photonic crystal fibers is obtained through putting them into the mode dispersion equation for step index fibers. Variational regularity of the normalized equivalent radius ($r_{\text{norm}} = r/\Lambda$) with normalized frequency (Λ/λ) is found out for different photonic crystal fiber parameters. Finally, the approximate formula for r_{norm} as a function of d/Λ and Λ/λ , suitable to $2 \leq \Lambda/\lambda \leq 10$ and $0.2 \leq d/\Lambda \leq 0.7$, is given out.

Keywords Photonic crystal fibers; Equivalent core radius; Beam propagation method; Mode dispersion equation



Jia Junming was born in 1977 and received his Bachelor degree from Department of Electronic Engineering, Inner Mongolia University in 2001. Now he is a candidate for Master degree in School of Information Science and Engineering, Yanshan University, and his current research concentrates mainly on the field of photonic crystal fibers.