

棱镜对色散补偿系统的时域 ABCD 矩阵分析方法

王宁 陆雨田 孔勇

(中科院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要 讨论了棱镜对的负色散效应, 利用时域 ABCD 矩阵方法分析了高斯型光脉冲经棱镜对色散补偿系统的脉宽和啁啾的变化, 指出输出光脉冲的脉宽是展宽还是压缩, 与棱镜啁啾、棱镜间距和光脉冲在棱镜中传输的距离的取值有关. 讨论了棱镜对色散补偿系统对脉冲压缩的最佳条件, 指出此时输出光脉冲脉宽随棱镜啁啾的增大而骤减, 且骤减程度随啁啾增大而逐渐削弱, 最后趋于一稳定值.

关键词 负色散; 棱镜; 时域矩阵; 脉宽; 啁啾

中图分类号 TN248.1 **文献标识码** A

0 引言

在锁模激光器中, 高强度锁模脉冲由于自调相和激光晶体中或谐振腔任何其他光学元件的正常色散而出现红移^[1]. 克尔介质中的正自调相和正群速度色散可以用光纤-光栅对法和基于棱镜对的色散延迟线补偿, 该光纤-光栅对和棱镜对的作用就是在谐振腔中引入负色散. 用矩阵方法来分析光脉冲经过色散光学系统的传输和变换是一条有效的途径. S. P. Dijaili^[2]等人利用时域平面波脉冲传输和空域单色光传输的相似性提出了 2×2 阶时域 ABCD 矩阵分析方法, 这种方法能有效地用来处理具有高斯型时间场分布的光脉冲经过色散系统时的传输和变换. 文献[3]利用时域 ABCD 矩阵分析方法分析了光纤-光栅对对脉冲的压缩, 但利用时域 ABCD 矩阵分析棱镜对色散补偿系统还未见报道. 本文首先讨论了棱镜对的负色散效应, 然后利用时域 ABCD 矩阵分析了高斯型光脉冲经过棱镜对色散补偿系统其脉宽和啁啾的变化, 并讨论了棱镜对色散补偿系统对脉冲压缩的最佳条件下, 输出光脉冲脉宽随棱镜啁啾的变化.

1 棱镜对的负色散效应

产生负群速度色散的方法有^[4]衍射光栅、Gires-Tournois 干涉仪等, 但他们的插入损耗很大, 而且衍射光栅色散量不容易在正负之间调节, 目前最广泛应用的是在激光腔内插入两块高色散的玻璃制成的棱镜, 其结构如图 1 所示. 虽然棱镜的数量可以改变, 但一般都是两个, 以便在每个面上得到最小的偏向和布儒斯特入射角. 如图 1 中所示, 棱镜 II 的入射面平行于棱镜 I 的出射面, 且棱镜 II 的出射面平

行于棱镜 I 的入射面. 这样, 棱镜上切成的最小偏向角也就是布儒斯特角. 棱镜光脉冲的光线对于棱镜的入射角和出射角都为布儒斯特角和最小偏向角, 这样可以最大限度的减小棱镜的插入损耗.

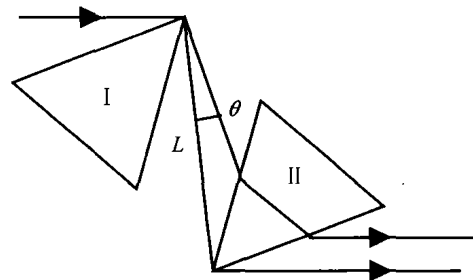


图 1 棱镜对色散补偿系统

Fig. 1 The dispersive compensation of pairs of prisms

文献[5]、[6]详细讨论了基于棱镜对的色散延迟线的设计. 图 1 也表明, 影响色散的光路长度 $l = 2L \cos \theta$. 群速度色散是光路长度相对于波长的二阶导数, 从文献[5]中可得

$$\beta'' = \frac{d^2 l}{d\lambda^2} = 4L \left\{ \left[\frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \left(2n - \frac{1}{n^3} \right) \left(\frac{dn}{d\lambda} \right) \right] \sin \theta - 2 \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \cos \theta \right\} \quad (1)$$

式(1)的第二部分表示负色散, 因此第一部分必须要尽可能小. $L \sin \theta$ 项表示光束与第一个棱镜定点之间的距离; 使光束尽可能的靠近定点, 就可以得到该项的最小值. 在实际的系统中, 调整入射光束, 至少使一束光的直径处在第一个棱镜的顶点里. 使 $L \sin \theta = 4\omega$ (ω 为光束的半径), 且 $\cos \theta \approx 1, 2n \gg 1/n^3$, 则得到

$$\beta'' = \frac{d^2 l}{d\lambda^2} = 16\omega \left[\frac{d^2 n}{d\lambda^2} 2n \left(\frac{dn}{d\lambda} \right) \right] \sin \theta - 8L \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)^2 \quad (2)$$

若棱镜的间距足够大, 上式的右边就有可能是负值. 如钛蓝宝石激光器中, 用两个 SF10 玻璃棱镜进行色散补偿, 在波长 800 nm 和束腰半径 $\omega = 1$ mm 时, $n = 1.711, dn/d\lambda = -0.0496 \mu\text{m}^{-1}, d^2 n/d\lambda^2 =$

0.1755 μm⁻¹, 则有

$$\beta'' = \frac{d^2 l}{d\lambda^2} = 0.294 - 0.0197L[\text{cm}][1/\text{cm}] \quad (3)$$

因此,若棱镜间隔大于 15 cm,就得到负的群速度色散.

2 棱镜对色散补偿系统的时域 ABCD 矩阵

如果一个光脉冲的空间横向场分布时是平面波,那么当它沿 Z 轴方向传输时任意位置的时间分布可表示为

$$E(t, z) = \text{Re}[A(t, z) \exp(i(\omega_0 t - \beta z))] \quad (4)$$

式中 A(t, z) 为 z 的缓变函数,它表示场分布的复振幅,ω₀ 为光脉冲的中心频率,β 为中心频率光波所对应的波数. 其中复振幅 A(t, z) 满足色散波方程

$$[\frac{\partial}{\partial z} + \beta'(\omega_0) \frac{\partial}{\partial t}]A(z, t) = \frac{1}{2}i\beta''(\omega_0) \frac{\partial^2}{\partial t^2}A(z, t) \quad (5)$$

式中 β'(ω₀) 及 β''(ω₀) 表示对 ω₀ 的一阶及二阶导数值.

一般定义中心频率光波所经过的路径为光轴,并且其到达光轴上每一处的时刻为零,作变量代换:τ = t - z/v_{g0}, 这里 z 为光脉冲传输的距离, v_{g0} 为中心频率光波的传播速度,那么 τ 事实上就是光脉冲经过传输距离 τ 后的延迟时间. 这样式(4)可改写为

$$E(\tau, z) = \text{Re}[A(\tau, z) \exp(i\omega_0 \tau)] \quad (6)$$

对一个光强呈高斯型分布的光脉冲,其时间场分布的复振幅 A(τ) 可表示为

$$A(\tau) = A \exp(-\frac{\tau^2}{\sigma^2}) \exp(i s \tau^2 / 2) \quad (7)$$

式中 σ 为光脉冲的脉宽, s 为光脉冲所具有的频率啁啾. 令

$$1/p = s/\omega_0 + j/\omega_0 \sigma^2 \quad (8)$$

则式(7)可写为

$$A(\tau) = \frac{A_0}{\sqrt{p}} \exp(i\omega_0 \tau^2 / 2p) \quad (9)$$

式中 p 称为复高斯脉冲参数. 时域中复参数为 p 的高斯光脉冲,通过时域光线变换矩阵为 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 的光学系统时,其复参数为 p 的变换,服从时域 ABCD 定律

$$p_2 = \frac{Ap_1 + B}{Cp_1 + D} \quad (10)$$

对于纯色散介质,光脉冲在其中传输距离 z 的时域 ABCD 变换矩阵为^[7]

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega_0 \beta'' z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

若理想啁啾器引入的啁啾为 s,则其时域 ABCD 变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s/\omega_0 & 1 \end{bmatrix}$$

该变换作用相当于空域中一个透镜对光束的变换,其焦距为 f = -ω/s. 对于棱镜对色散补偿系统,它的作用就是引入啁啾和色散. 因此,整个棱镜对色散补偿系统可以看作是一个理想啁啾器和一个纯色散介质的组合,其空域 ABCD 矩阵为

$$M = M_2 M_1 = \begin{bmatrix} 1 & \omega_0 \beta'' z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s/\omega_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + s\beta'' z & \omega_0 \beta'' z \\ s/\omega_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 z 为光脉冲在棱镜中传播的距离,利用上式可以算出高斯型光脉冲经过棱镜对色散补偿系统后的光脉宽和啁啾的变化.

3 高斯型光脉冲经棱镜对色散补偿系统的传输

忽略棱镜的三阶色散效应,此时棱镜色散补偿系统只含有线性群速度色散,并且整个系统只含有线性啁啾元件,所以它是一阶光学系统,光脉冲经过此类光学系统前后的脉冲复参数遵循时域 ABCD 定律. 为简便起见,令入射光脉冲的啁啾 s₁ 为 0,脉宽为 σ₁,则 1/p₁ = j/ω₀σ₁². 出射光脉冲的脉冲复参数为: 1/p₂ = s₂/ω₀ + j/ω₀σ₂²,把 p₁, p₂ 代入式(10),并运用式(11)可得

$$\sigma_2 = \frac{[\sigma_1^4 (1 + s\beta'' z)^2 + \beta''^2 z^2]^{1/2}}{\sigma_1} \quad (12)$$

$$s_2 = \frac{\beta'' z + \sigma_1^4 s (1 + s\beta'' z)}{\beta''^2 z^2 + \sigma_1^4 (1 + s\beta'' z)^2} \quad (13)$$

将式(3)和 z 代入式(12)和(13),利用前文所述的数据,并令输入光脉冲的脉宽 σ₁ 为 50 ps,利用计算机可以模拟出输出光脉冲脉宽 σ₂ 与棱镜啁啾 s 和 β''z (包含棱镜间距 L 和光脉冲在棱镜中传输距离 z),以及输出光脉冲啁啾 s₂ 与棱镜啁啾 s 和 β''z 的函数关系曲线,如图 2 和图 3 所示.

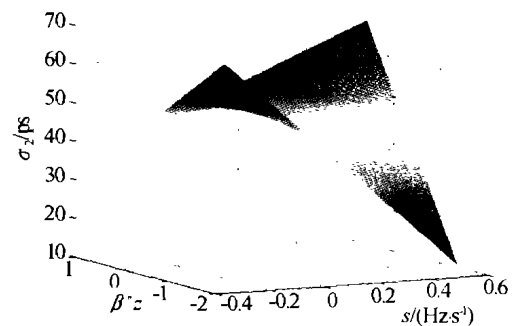


图 2 输出光脉冲脉宽与棱镜啁啾,β''z 的关系曲线
Fig. 2 The output pulse width as a function of the prism chirp and β''z

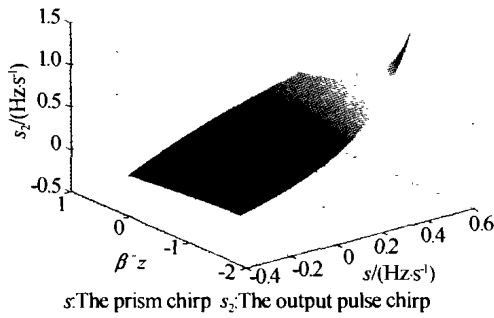


图3 输出光脉冲啾啾与棱镜啾啾, $\beta''z$ 的关系曲线
Fig.2 The output pulse chirp as a function of the prism chirp and $\beta''z$

从图2中可以看到,输出光脉冲的脉宽有时展宽,有时压缩,有时不变.输出光脉冲的脉宽是展宽还是压缩,与棱镜啾啾 s 、棱镜间距 L 和光脉冲在棱镜中传输的距离 z 的取值有关.

1) 对于正啾啾 ($s > 0$), 脉宽可能压缩亦可展宽. 当棱镜对产生负群速度色散 ($\beta'' < 0$) 时, 则导致脉宽被压缩, 这是超短脉冲技术中熟知的结果. 当棱镜对产生正群速度色散 ($\beta'' > 0$) 时, 脉宽被展宽. 特别的, 当棱镜对无群速度色散 ($\beta'' = 0$) 时, 脉宽不变, 既没有被压缩也没有被展宽. 最佳脉宽压缩在输出光脉冲啾啾 $s_2 = 0$ 时, 此时有^[8]

$$\beta''z = -\frac{\sigma_1^4 s^2}{1 + \sigma_1^4 s^2} \frac{1}{s}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\min} = \sigma_1 / (1 + \sigma_1^4 s^2)^{1/2}$$

此时输出光脉冲脉宽 σ_2 随棱镜啾啾 s 的变化关系可由图4表示.

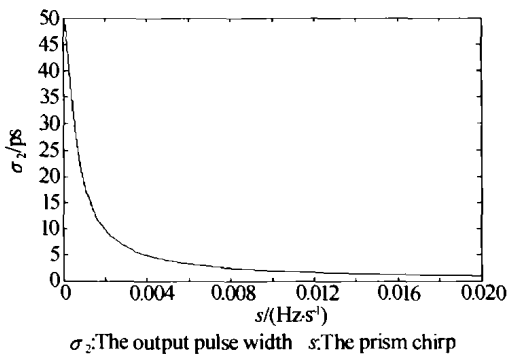


图4 最小输出脉宽随棱镜啾啾变化关系曲线
Fig.4 The relation curve between the smallest pulse width and the prism chirp

从图4中可以看出,输出光脉冲脉宽 σ_2 随棱镜啾啾 s 的增大而骤减,且骤减程度随 s 增大而逐渐削弱,在 $s > 0.01$ Hz/s 之后,输出光脉冲脉宽 σ_2 基本上不再变化.

2) 当棱镜啾啾 $s = 0$ 时,脉宽只能被展宽.从式(12)中也可看出,此时

$$\sigma_2 = [\sigma_1^4 + \beta''^2 z^2]^{1/2} / \sigma_1$$

很显然,出射光脉冲脉宽 $\sigma_2 > \sigma_1$,脉宽被展宽.特

别的,当棱镜对无群速度色散 ($\beta'' = 0$) 时,脉宽不变.

3) 当棱镜啾啾 $s < 0$ 时,脉宽可能被压缩亦可展宽.从式(12)中也可看出,此时

$$\sigma_2 = \frac{[\sigma_1^4 (1 + s\beta''z)^2 + \beta''^2 z^2]^{1/2}}{\sigma_1} \approx \frac{[\sigma_1^4 (1 + s\beta''z)^2]^{1/2}}{\sigma_1} = \sigma_1 |1 + s\beta''z|$$

当 $\beta'' < 0$ 时,输出光脉冲的脉宽被展宽.当 $\beta'' > 0$ 时,若 $0 < \beta''z < -2/s$,输出光脉冲的脉宽被压缩;若 $\beta''z > -2/s$,则输出光脉冲脉宽被展宽.特别的,当棱镜对无群速度色散 ($\beta'' = 0$) 时,脉宽不变.

从图3中可以看出,输出光脉冲的啾啾 s_2 有时为正,有时为负.

1) 当 $s = 0$ 或者 $1 + s\beta''z = 0$ 时, s_2 的正负完全由 β'' 的正负来决定,二者正负同号.

2) 当 $s \neq 0$, 且 $1 + s\beta''z \neq 0$ 时, s_2 可正可负.由于此时式(13)中含有 $\beta''z$ 的部分数值相对较小,因此式(13)可以写为

$$s_2 = (1/s + \beta''z)^{-1}$$

当 $1/s > -\beta''z$ 时, s_2 为正;当 $1/s < -\beta''z$ 时, s_2 为负.

4 结论

1) 光脉冲经过棱镜对色散补偿系统后,输出光脉冲的脉宽有时展宽,有时压缩,有时不变.输出光脉冲的脉宽是展宽还是压缩,与棱镜啾啾 s 、棱镜间距 L 和光脉冲在棱镜中传输的距离 z 的取值有关.

2) 存在一个范围,棱镜啾啾 s 在此范围内时,输出光脉冲脉宽 σ_2 随 s 的增大而骤减,且骤减程度随 s 增大而逐渐削弱,当 s 超出此范围后(如文中在 $s > 0.01$ Hz/s 之后),输出光脉冲脉宽 σ_2 基本上不再变化.

3) 输出光脉冲的啾啾 s_2 有时为正,有时为负.特别的,当 $s = 0$ 或者 $1 + s\beta''z = 0$ 时, s_2 的正负完全由 β'' 的正负来决定,二者正负同号.

以上分析没有考虑棱镜对的三阶色散,一般来说在飞秒激光器的设计中才必须使色散效应降到最小^[9-11].当脉宽接近几十个飞秒时,来自棱镜对和激光晶体的三阶色散就很关键.若将棱镜中的光路减到最短,就会降低三阶色散.对于光脉冲脉宽的压缩,已经有实验证明,最短的脉冲不会从零色散的腔体得到,而是从最小负值群速度色散的腔体中得到^[9].

参考文献

- 1 W 克希耐尔著. 固体激光工程. 孙文等译. 北京科学出版社, 2002. 500
W Koechner. Solid-State Laser Engineering. Translated by

- Sun Wen. Beijing: Science Press, 2002. 500
- 2 Dijaili S P, Dienes A, Smith J S. ABCD matrices for dispersive pulse propagation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1990, **26**(6): 1158 ~ 1164
 - 3 林国成. 光纤 - 光栅对脉冲压缩装置的时域 ABCD 矩阵分析方法. *应用激光*, 1995, **15**(6): 258 ~ 260
Lin G C. *Applied Laser*, 1995, **15**(6): 258 ~ 260
 - 4 蓝信钜等编著. 激光技术. 北京: 科学出版社, 2001. 130
Lan X J. *Laser Technology*. Beijing: Science Press, 2001. 130
 - 5 Fork R L, Matinez O E, Gordon J P. Negative dispersion using pairs of prisms. *Optics Letters*, 1984, **9**(5): 150 ~ 152
 - 6 Gordon J P, Fork R L. Optical resonator with negative dispersion. *Optics Letters*, 1984, **9**(5): 153 ~ 155
 - 7 卢亚雄, 杨亚培, 陈淑芬, 等著. 激光束传输与变换技术. 成都: 电子科技大学出版社, 1999. 243
Lu Y X, Yang Y P, Chen S F, et al. *Laser Transmission and Transform Technology*. Chengdu: Press of Electronics Science and Technology University, 1999. 243
 - 8 吕百达著. 激光光学 - 激光束的传输变换和光束质量控制. 成都: 四川大学出版社, 1992. 161
Lu B D. *Laser Beam Propagation and Beam Quality Control the second edition*. Chengdu: Sichuan University Publishing Company, 1992. 243
 - 9 Haus H A, Fujimoto J G, Ippen E P. Structures for Additive Pulse Mode Locking. *J Opt Soc Am*, 1991, **8**(10): 2068
 - 10 宋晏蓉, 刘媛媛. 高阶非线性效应对飞秒脉冲激光器的影响. *光子学报*, 2001, **30**(1): 27 ~ 30
Song Y R, Liu Y Y. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(1): 27 ~ 30
 - 11 田丰, 黄圣鸿, 百晋涛, 等. 全固态多波长飞秒脉冲激光系统. *光子学报*, 2002, **31**(9): 1112 ~ 1115
Tian F, Huang S H, Bai J T, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9): 1112 ~ 1115

Analysing Dispersive Compensation of Pairs of Prisms by Temporal ABCD Matrix Method

Wang Ning, Lu Yutian, Kong Yong

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academia of Science, Shanghai 201800

Received date: 2003-09-02

Abstract In this paper the negative dispersion of pairs of prisms was discussed. Then pulse width and chirp changes were analysed when it propagates through pairs of prisms. Widening or compressing the pulse width is related to the chirp of prisms, the distance between two prisms and the distance of the pulse propagating through pairs of prisms. The optimum compression condition is discussed for this system. The output pulse width decreased quickly when the chirp of prisms increased, then the decreasing speed turned slow. Finally, it is to a nearly invariable value.

Keywords Negative dispersion; Prism; Temporal matrix; Pulse width; Chirp



Wang Ning was born in 1977 and received his Master degree in 2002. Now he is studying in Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences for his Doctor degree. He is researching in solid-state laser, etc.