

测量光学玻璃电流传感头线性双折射的新方法*

王政平 李庆波 欧阳春梅 黄宗军 史金辉

(哈尔滨工程大学,理学院,物理系,哈尔滨 150001)

摘要 线性双折射是光学(含光纤)电流传感头的重要光学参量之一,会明显影响光学电流传感器的性能,因此测量光学传感头内线性双折射的大小对于提高光学电流传感器的性能有重要意义. 本文报道了一种测量光学玻璃电流传感头线性双折射的新方法,以琼斯矩阵为数学工具给出了对该方法的理论分析及测量不确定度分析,并用实验方法给出了应用实例. 此方法的主要优点是弥补了以前报道过的两种测量方法暴露出的无法唯一地确定光学玻璃电流传感头线性双折射的大小,或虽然能测定双折射大小,但测量不确定度较大的不足. 实验结果表明:本方法可明显地提高测量准确度.

关键词 线性双折射;琼斯矩阵;光学电流传感器

中图分类号 TP212.1 **文献标识码** A

0 引言

线性双折射会明显地影响光学(含光纤)电流传感头的性能^[1]. 因此,测量光学电流传感头内线性双折射的大小对于光学电流传感器的设计及性能改进有重要意义. 本文作者在探索对光学电流传感头内线性双折射的测量原理与方法的进程中已先后报道了两种方法^[2,3]. 其中,文献[2]报道的方法只能测得双折射的正弦值,由于反正弦函数的多值性而无法唯一地确定双折射的大小;文献[3]报道的方法引入的中间测量量较多,使得测量不确定度较大. 因此,仍需对其进行改进. 为此,本文报道了一种既可唯一地确定光学玻璃电流传感头内线性双折射大小、同时引入的测量不确定度又较小的测量方法,对其原理及不确定度进行了理论分析,并给出了该方法的应用实例.

1 测量光路及方法

该方法的原理光路如图1所示. 光源发出的光

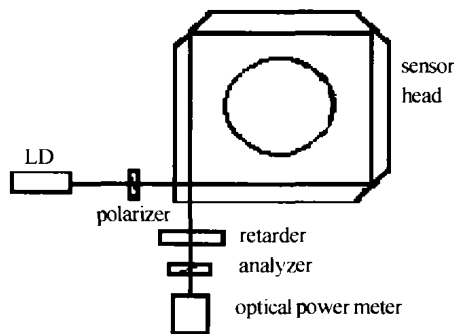


图1 测量传感头线性双折射的原理光路图
Fig. 1 Schematic diagram of the method to measure the birefringence inside the sensing head

束经过起偏器后形成偏振化方向与水平坐标轴(x 轴)夹角为 θ 的线偏光. 该光垂直射入传感头,在头内三个反射面上全反射,然后射出传感头. 输出光通过延迟片和检偏器到达光功率计. 在 $\theta = \pi/4$ 的条件下,按下述方法分别调整延迟片和检偏器并监视光功率计显示值的大小. 分别记录下 I_1, I_2, I_3 ,并代入公式

$$\begin{cases} \xi_1 = \arcsin \left(\frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_3} \times \frac{1}{\sin \delta} \right) \\ \xi_2 = \arccos \left(\frac{I_2 - I_3}{I_1 + I_3} \times \frac{1}{\cos \delta} \right) \\ \xi = (\xi_1 + \xi_2) / 2 \end{cases} \quad (1)$$

式中: ξ 是传感头内线性双折射 γ 和反射相移 Δ 的总相移, Δ 需事先依照文献[4]报道的方法测出^[4]; δ 是延迟片的延迟角,也需事先测得;对于 $\lambda/4$ 波片而言,虽然其理论值为 $\pi/2$,但其实际值往往与理论值相差很多,故在本方法中采用的是其实测值; I_1, I_2 分别是将延迟片快轴调整到水平坐标轴(x 轴)方向和竖直坐标轴(y 轴)方向、同时将检偏器透光轴调整到与 x 轴夹角为 45° 位置时,光功率计显示的数值; I_3 是延迟片快轴在 x 轴方向,检偏器透光轴与 x 轴夹角为 -45° 时,光功率计显示的数值.

由式(1)可得到传感头的线性双折射 γ 的计算公式为

$$\gamma = \xi - \Delta \quad (2)$$

2 对该方法的理论分析

2.1 延迟片法测量线性双折射的原理

设起偏器透光轴与水平坐标 x 轴间的夹角为 θ ,则透过起偏器的光矢可表示为^[5]:

$$E_{in}(\theta) = A \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

*黑龙江省自然科学基金资助项目(项目编号:F01-02)
Tel:0451-2518226 Email:zpwang@hrbeu.edu.cn
收稿日期:2003-08-12

光在系统光路中的传输过程可表示为^[3]

$$E_{\text{out}} = P(\varphi) WP(\alpha) G(\xi) E_{\text{in}}(\theta) \quad (4)$$

式中: E_{out} 是出射光矢量; $P(\varphi)$ 是检偏器的矩阵, φ 为检偏器光轴与水平坐标轴的夹角; $E_{\text{in}}(\theta)$ 是入射光矢量; $WP(\alpha)$ 是延迟片的矩阵, α 为延迟片的快轴与水平坐标轴的夹角; $G(\xi)$ 是传感头的矩阵, ξ 是传感头内线性双折射与反射相移的总相移. 其中传感头的归一化矩阵可以表示为^[3]

$$G(\xi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\xi} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$E_{\text{out}} = A \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \sin \theta \cos \varphi e^{i\xi} \\ \cos \theta \sin \varphi & \sin \theta \sin \varphi e^{i\xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\delta} \cos^2 \alpha \cos \varphi + \sin^2 \alpha \cos \varphi + (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi \\ e^{i\delta} \sin^2 \alpha \sin \varphi + \cos^2 \alpha \sin \varphi + (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (8)$$

则输出光强可以算出其表达式为

$$I = E_{\text{out}}^+ E_{\text{out}} = A^2 \left\{ \frac{1}{4} (2 - \cos \delta) \sin^2 (2\alpha) \sin (2\varphi) \cdot \sin (2\theta) \cos \xi + \frac{1}{2} \sin (2\varphi) \sin (2\theta) [\cos (\delta + \xi) \cdot \sin^4 \alpha + \cos (\delta - \xi) \cos^4 \alpha] + \frac{1}{2} \sin (2\alpha) \cos (2\varphi) \cdot \sin (2\theta) [\cos (\delta + \xi) \sin^2 \alpha - \cos (\delta - \xi) \cos^2 \alpha + \cos (2\alpha) \cos \xi] + \frac{1}{2} (\cos \delta - 1) \sin^2 (2\alpha) \cos (2\varphi) \cdot \cos (2\theta) - \frac{1}{4} (\cos \delta - 1) \sin (4\alpha) \sin (2\varphi) \cdot \cos (2\theta) + \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \sin^2 \varphi \sin^2 \theta \right\} \quad (9)$$

式中光矢上标“+”表示对光矢的厄米运算.

测量 I_1 时, 延迟片的快轴与 x 轴方向相同, 即 α 为 0° , 检偏器透光轴与 x 轴夹角 φ 为 45° , 则输出光强为

$$I_1 = \frac{1}{2} A^2 [1 + \sin 2\theta \cos (\xi - \theta)] \quad (10)$$

测量 I_2 时, 延迟片的快轴与 y 轴方向相同, α 为 90° , φ 仍为 45° , 则输出光强为

$$I_2 = \frac{1}{2} A^2 [1 + \sin 2\theta \cos (\xi + \delta)] \quad (11)$$

测量 I_3 时, 延迟片的快轴与 x 轴方向平行, α 为 0° , 调整检偏器使 $\varphi = -45^\circ$, 输出光强为

$$I_3 = \frac{1}{2} A^2 [1 - \sin 2\theta \cos (\xi - \theta)] \quad (12)$$

由式(10)、(11)、(12)可以得到公式

$$\begin{cases} \xi_1 = \arcsin \left(\frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_3} \times \frac{1}{\sin \delta \sin 2\theta} \right) \\ \xi_2 = \arccos \left(\frac{I_2 - I_3}{I_1 + I_3} \times \frac{1}{\cos \delta \sin 2\theta} \right) \\ \xi = (\xi_1 + \xi_2) / 2 \end{cases} \quad (13)$$

延迟片的琼斯矩阵如下

$$wp(\alpha) = \begin{bmatrix} e^{i\delta} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha \\ (e^{i\delta} - 1) \sin \alpha \cos \alpha & e^{i\delta} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 δ 是延迟片的延迟角.

检偏器的琼斯矩阵如下

$$P(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{bmatrix} \quad (7)$$

将式(3)、(5)、(6)、(7)代入式(4), 得到^[3]

令 $\theta = 45^\circ$, 可以得到测量原理公式(1).

因总相移中包含三个反射面上的反射相移与四个传感臂上的双折射两种成分, 即

$$\xi = \Delta + \gamma \quad (14)$$

可得到传感头的线性双折射的表达式(2).

2.2 测量不确定度分析

在使用本方法的过程中, 测 I_1 、 I_2 、 I_3 时的不确定度 $\delta\varphi_{45^\circ}$ 、 $\delta\varphi_{-45^\circ}$ 、 $\delta\alpha_{0^\circ}$ 、 $\delta\alpha_{90^\circ}$ 和 $\delta\theta$ 以及测 Δ 和 δ 时的不确定度 $\delta\Delta$ 和 $\delta\delta$ 均对总测量不确定度有各自的贡献, 故须逐项予以分析.

2.2.1 ξ_1 的测量不确定度

$$\text{令 } V_1 = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_3}, V_2 = \frac{I_2 - I_3}{I_1 + I_3}, \text{ 式(13)中 } \xi_1 \text{ 对影响}$$

其测量不确定度的各个因素的偏导分别为

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \theta} = \frac{2 \cos 2\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \times \left(\frac{\sin \xi}{\sin 2\theta} - \frac{V_1}{\sin \delta \sin^2 2\theta} \right) \quad (15)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi_{45^\circ}} = \frac{\cos 2\theta \sin \xi}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi_{-45^\circ}} = \frac{-\cos 2\theta \sin \xi}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \alpha_{0^\circ}} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \times \frac{(\cos \delta - 1) \cos 2\theta}{\sin 2\theta \sin \delta} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \alpha_{90^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \times \frac{(\cos \delta - 1) \cos 2\theta}{\sin 2\theta \sin \delta} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial \delta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{\sin 2\theta \sin \delta} \right)^2}} \times \left(\frac{\cos \delta \sin \xi}{\sin \delta} - \right.$$

$$\frac{V_1 \cos \delta}{\sin 2\theta \sin^2 \delta} \quad (20)$$

则 ξ_1 的测量不确定度为

$$\Delta \xi_1 = [(\frac{\partial \xi_1}{\partial \theta})^2 (\delta \theta)^2 + (\frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi_{45^\circ}})^2 (\delta \varphi_{45^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_1}{\partial \varphi_{-45^\circ}})^2 (\delta \varphi_{-45^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_1}{\partial \alpha_{0^\circ}})^2 (\delta \alpha_{0^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_1}{\partial \alpha_{90^\circ}})^2 (\delta \alpha_{90^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_1}{\partial \delta})^2 (\delta \delta)^2]^{1/2} \quad (21)$$

2.2.2 ξ_2 的测量不确定度

ξ_2 对影响其测量不确定度的各个因素的偏导分别为

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \theta} = \frac{-2 \cos 2\theta}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times (\frac{\cos \xi}{\sin 2\theta} - \frac{V_2}{\cos \delta \sin^2 2\theta}) \quad (22)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi_{45^\circ}} = \frac{\cos 2\theta}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times \frac{1 - \sin 2\theta \cos \delta \cos \xi}{\sin 2\theta \cos \delta} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi_{-45^\circ}} = \frac{\cos 2\theta}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times \frac{1 + \sin 2\theta \cos \delta \cos \xi}{\sin 2\theta \cos \delta} \quad (24)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \alpha_{0^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times \frac{(\cos \delta - 1) \cos 2\theta}{\sin 2\theta \cos \delta} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \alpha_{90^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times \frac{(\cos \delta - 1) \cos 2\theta}{\sin 2\theta \cos \delta} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial \delta} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{V_2}{\sin 2\theta \cos \delta})^2}} \times (\frac{\sin \delta \cos \xi}{\cos \delta} - \frac{V_2 \sin \delta}{\sin 2\theta \cos^2 \delta}) \quad (27)$$

则 ξ_2 的测量不确定度为

$$\Delta \xi_2 = [(\frac{\partial \xi_2}{\partial \theta})^2 (\delta \theta)^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi_{45^\circ}})^2 (\delta \varphi_{45^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial \varphi_{-45^\circ}})^2 (\delta \varphi_{-45^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial \alpha_{0^\circ}})^2 (\delta \alpha_{0^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial \alpha_{90^\circ}})^2 (\delta \alpha_{90^\circ})^2 + (\frac{\partial \xi_2}{\partial \delta})^2 (\delta \delta)^2]^{1/2} \quad (28)$$

2.2.3 ξ 总的测量不确定度

ξ 总的测量不确定度为

$$\Delta \xi = \frac{1}{2} (\Delta \xi_1 + \Delta \xi_2) \quad (29)$$

这样, ξ 的测量结果可以表示为

$$\xi = \xi_{测} \pm \Delta \xi \quad (30)$$

2.2.4 反射相移引入的测量不确定度

反射相移的测量及其不确定度的计算细节见文献[4], 其结果可用下式表示

$$\Delta = \Delta_{测} \pm \delta \Delta \quad (31)$$

式中不确定度 $\delta \Delta$ 的计算方法在文献[4]中有详细说明.

由式(2)知 γ 的总测量不确定度为

$$\Delta \gamma = \Delta \xi + \delta \Delta \quad (32)$$

于是最终测量结果可表示为

$$\gamma = \gamma_{测} \pm \Delta \gamma \quad (33)$$

式中 $\gamma_{测}$ 是线性双折射的测量值.

2.2.5 各个误差角各自对 ξ 总测量不确定度影响的分析与比较

令式(29)中各个误差角分别在 -0.087 rad 到 $+0.087 \text{ rad}$ ($-5^\circ \sim +5^\circ$) 之间变化, 不考察的误差为零, 得到其各自对总不确定度影响的计算机仿真结果如下

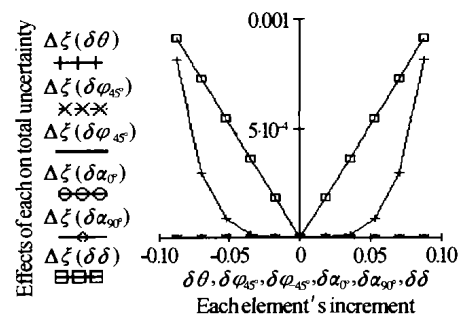


图2 各分量对总不确定度的影响

Fig.2 The effects of each element on the total uncertainty

从上图可以看出, 不确定度 $\delta \delta$ 对 ξ 总的测量不确定度影响最大, 其次是 $\delta \theta$ 的影响, 相对来说 $\delta \alpha_{0^\circ}$ 、 $\delta \alpha_{90^\circ}$ 、 $\delta \varphi_{45^\circ}$ 和 $\delta \varphi_{-45^\circ}$ 对总的测量不确定度的影响可以忽略不计. 该结果提示: 测量前对延迟片延迟角的测量应尽可能采用具有小不确定度的测量方法; 对起偏角的调整应尽可能精细. $\delta \Delta$ 对总测量不确定度的影响是显而易见的, 故略去对其的分析, 但对反射相移的测量也应尽量减小其测量不确定度.

本方法直接测量范围为 $-\pi \leq \gamma \leq \pi$.

3 应用实例

用上述方法测量了 ZF-7 光学玻璃传感头内部的线性双折射. ZF-7 光学玻璃传感头的四条边长光路长度和为 37 cm. 测量线性双折射的光路如图 1 所示. 光源为中国计量测试高科技联合实验室研制的稳频激光器. 用同一单位研制的 LM-5E 型光功率计进行测量. 已事先测得延迟片的延迟角是 $\delta = 102.5^\circ \pm 0.2^\circ$, 并预先测得三个反射面的总反射相移为 $\Delta \approx 182.0^\circ \pm 0.1^\circ$. 分别记录下 I_1, I_2, I_3 , 代入式(1)和式(2). 测得总相移为 $\xi = (161.41 \pm 0.01)^\circ$, 算得 $\gamma = (-20.6 \pm 0.1)^\circ$, 单位长度线性双折射为 $\gamma_0 = (-0.557 \pm 0.003)^\circ/\text{cm}$. 与文献[3]报道的结果相比^[3], 采用本方法可使测量准确度得到明显改善.

4 结论

本文报道了对“用延迟片测量线性双折射的方法”的改进方法,依波动光学理论并采用琼斯矩阵对改进的方法进行了理论分析及测量不确定度分析.应用实例的测量结果表明该方法的确可明显地提高测量准确度.该方法的优点包括可以唯一确定线性双折射的大小、引入的测量不确定度较小、测量系统结构简单、所需元件容易获得.

参考文献

- 1 李红斌. 光学电流传感头的研究. 光子学报, 1997, 17(7): 946 ~ 949
Li H B. *Acta Optica Sinica*, 1997, 17(7): 946 ~ 949
- 2 王政平, 李庆波, 王慧丽, 等. 光学玻璃电流传感头内线性双折射的测量方法. 光子学报, 2003, 32(5): 612 ~ 614
Wang Z P, Li Q B, Wang H L, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(5): 612 ~ 614

- 3 王政平, 李庆波, 欧阳春梅, 等. 延迟片法测量光学玻璃电流传感头线性双折射. 光子学报(待发)
Wang Z P, Li Q B, Ouyang C M, et al. *Acta Photonica Sinica*, (to be published)
- 4 李庆波, 王政平, 孙伟民, 等. 用偏振片测量反射相移的方法及其理论分析. 哈尔滨工程大学学报, 2002, 23(3): 59 ~ 62
Li Q B, Wang Z P, Sun W M, et al. *J of Harbin Engineering University*, 2002, 23(3): 59 ~ 62
- 5 Jones R C. A new calculation for the treatment of optical systems: I; II; III. *J O S A*, 1941, 31(7): 488 ~ 503

Novel Method to Measure the Linear Birefringence Inside Bulk Glass Current Sensing Heads

Wang Zhengping, Li Qingbo, Ouyang Chunmei, Huang Zongjun, Shi Jinhui

Science School, Harbin Engineering University, Harbin 150001

Received date: 2003-08-12

Abstract Linear birefringence is one of the most important parameters of optical (fiber-optic) current sensing heads, which can obviously affect the performance of the optical current sensors. Therefore, it is of great importance to measure the linear birefringence inside the optical current sensing head for the property enhancement of the optical current sensors. A novel method to measure the linear birefringence inside the bulk glass current sensing head is reported in this paper, which gives the theoretical analyses of the principle, the measurement uncertainty using the Jones Matrix as a mathematical tool, and an applied example. This method overcomes the shortcomings of the two methods reported before which can not uniquely determine the value of the linear birefringence or introduces large measurement uncertainty. The experimental result shows that this method can certainly enhance the measurement precision.

Keywords Linear birefringence; Jones Matrix; Optical current sensors



Wang Zhengping A professor and supervisor of the students for Ph. D. at Harbin Engineering University (HEU), was born in 1949, in Heilongjiang Province of China, received his B. Sc. and M. Eng. Degrees at the Dept. of Physics and the Dept. of Electronic Engineering of the HEU in 1982 and 1989, respectively. He was the member of AAAS, NYAS, and OSA. He is the member of SPIE now. His primary areas of research include fiber-optic sensing technology, thin film optics, and optical devices. About forty papers reflecting the research work of him/his group have been published, among which 9 have been embodied by SCI, 12 by EI and 2 by ISTP.